

Technische Universität Ilmenau

Dissertation

**Methoden des Soft Computing zur Regelung
und Diagnose von Magnetlagern**

Li Li

Methoden des Soft Computing zur Regelung und Diagnose von Magnetlagern

Dissertation zur Erlangung des
akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

Vorgelegt
An der Fakultät für Informatik und Automatisierung
Der Technischen Universität Ilmenau

von
M.Eng. Li Li
geboren am 23. Mai 1986 in Shanghai

Gutachter:

Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing.habil. Christoph Ament. Universität Augsburg

Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. Yuri Shardt. Technische Universität Ilmenau

Herr Prof. Dr.-Ing. Frank Worlitz. Hochschule Zittau/Görlitz

Vorgelegt am 01.11.2018

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 19.06.2020

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2020000389

Abstrakt

Es besteht weltweit eine ausgeprägte Tendenz, durch Einsatz der aktiv geregelten Magnetlagerung die mechanische Reibung und Verschleiß zu vermeiden sowie die einstellbare Systemsteifigkeit und –dämpfung zu ermöglichen. Solche Systeme werden bis anhin über fixed control design oder lineare Strategie geregelt, verwenden also Frequenzfilter mit kleinem Wirkungsgrad, begrenzter Cutoff-Frequenz und Zuverlässigkeit im konventionellen Regelkonzept. Der industrielle Einsatz der aktiven Magnetlagern in Verbindung mit dem technologischen Prozess insbesondere unter Belast-, Störfall und Einfluss vom starken Rauschen stellt heute hohe Aufforderung an die Stabilität der Positionierung, Funktionszuverlässigkeit und Laufruhe. Diese führen gegenüber konventionelles Regelkonzept zu einer wesentlichen Erneuerung des Regelkonzeptes. So werden die stabile Magnetlagerung bzw. Steuerbarkeit der dynamischen Eigenschaft bis hin zur technischen Grenze ermöglicht.

In dieser Arbeit wird ein neuartiges Regelkonzept mithilfe Soft-Computing erarbeitet und am Testanlage FLP 500 am Institut für Prozesstechnik, Prozessautomatisierung und Messtechnik der Hochschule Zittau / Görlitz umgesetzt. Dazu bietet sich vor allem die Integration von Soft Computing in der Regelung-, Filterung- und Online-Identifikationstechnik in das System an.

Zu Beginn dieser Arbeit gibt einen Überblick über Stand der Technik. Im Zentrum der Betrachtungen steht dabei eine magnetisch gelagerte rotierende Welle mit vollem Freiheitsgrad. Der prinzipielle Aufbau von Magnetlagerung wird analysiert. Anhand Literaturrecherche wird eine Analyse der Systemeigenschaft hergeleitet. Dabei werden nicht nur die Nichtlinearität sondern auch die Unsicherheit in Übertragungsfunktion der Prozessglieder berücksichtigt.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschreibt die Entwicklung des Regelkonzeptes. Dabei muss zuerst die Zustandsraumdarstellung erstellt werden. Aufbauend hierauf entstanden eine Kalman-Filterung und MIMO-Zustandsregelung. Unter Zustandsbeobachtung mittels Kalman-Filterung im systemtheoretischen Sinn wird die Zustandsgrößen rekonstruiert. Dies kann sowohl zum reinen Messzweck dienen, um die Größen zu erfassen, die nur schwer oder nicht ausreichend schnell präzise messbar sind, als auch zur weiteren Verwendung dienen. Bei der Online-Systemidentifikation bildet das Adaline-Netz das Systemverhalten. Kombiniert mit Online-Systemidentifikation wird ein Expertensystem zur Regler-Adaption auf Basis der linearisierten lokalen Arbeitspunkten erstellt. Anschließend mithilfe eines Expertensystems kombiniert es die Kalman-Filterung und Zustandsregelung mit der Online-Systemidentifikation.

Am Ende dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf die Beurteilung des Konzeptes im Versuchsstand FLP 500 im Vergleich zum konventionellen Regelkonzept. Es werden das Führungsverhalten, Störverhalten, der Umdrehungsversuch bzw. Identifikationsversuch angestellt. Der Identifikationsversuch präsentiert die Ergebnisse aus Online-Identifikation mit ausreichender Schnelligkeit und Robustheit gegen Prozessrauschen. Die weiteren Versuchsergebnisse zeigen, dass die Stabilität der Positionierung mit einem variierenden

Arbeitspunkt bzw. die Laufruhe, besonderes unter Bedingung vom starken Prozessrauschen, unter Einfluss von der elektronischen bzw. mechanischen Eigenschwingung, vom Messrauschen und von der Messstörung in Sensorik, deutlich optimiert sind. Durch die Adaptionmöglichkeit ist die Magnetlagerung zudem wesentlich weniger anfällig für die Variation der Arbeitspunkten. Der Vorteil der Zustandsbeobachtung wird durch Anwendung des Kalman-Filters ausgenutzt. Auf diese Weise ist die nahezu vollständige Eliminierung der Störung und Signalverfälschung in Messsignale möglich. Im realen Versuchsstand durchgeführte Untersuchungen belegen die praktische Anwendbarkeit des Konzeptes.

Abstract

In recent years, there has been a global trend to use actively controlled magnetic bearings to avoid mechanical friction and wear, as well as to adjust system stiffness and the damping ratio. Until recently, such systems have been controlled using a fixed control strategy or a linear control strategy, such as frequency filters with low-efficiency, limited cut-off frequency, and limited reliability. The industrial application of active magnetic bearings in connection with the technological process in particular under load, failure, and influence of strong noise, requires a high level of stability in position control, functional reliability, and operational smoothness. These limitations require a major improvement in the considered control strategies to achieve stable position control and dynamic control of the system up to its engineering limits.

In this thesis, a new control strategy using soft computing is developed and implemented on the test facility FLP 500 at the Institute of Process Engineering, Process Automation, and Measurement Engineering, at the FH Zittau / Gorlitz. Thus, this thesis will examine the integration of soft computing for position control, signal filtering, and online system identification.

First, the thesis provides an overview of the state of the art. The primary focus is on magnetically suspended rotating shafts with full degrees of freedom. The basic structure of active magnetic bearings is analyzed. Based on a literature review, an analysis of the system property is derived. Not only is the nonlinearity considered, but also the uncertainty in the transfer function of the process.

Next, the thesis describes the development of the new control strategy. A state-space model must first be developed. Based on this model, a Kalman filter and a MIMO state controller are derived. State observation using a Kalman filter allows the state variables to be reconstructed. This can be used for measurement in order to capture the unmeasurable variables. In online system identification, the ADALINE network will be used to model the system's behavior. Combined with online system identification, an expert system for self-tuning controller is generated using linearized local operating points. Using an expert system, a Kalman filter and a state controller with online system identification are combined.

Finally, the thesis focuses on the application of the proposed new control strategy to a test bench system, the FLP 500. The results are compared with other conventional control strategies. Experiments for timing behavior of the controller, the disturbance behavior, rotation, and online system identification are performed. The experiments present the results of online system identification with sufficient rapidity and robustness against process noise. Further, the results show that the stability of the position control at different operating points is significantly improved. Operational smoothness, especially with a significant amount of process noise, in the presence of electric and mechanical oscillations, of the measurement noise, and of external disturbance in sensors, is significantly improved. The advantage of state observation is verified using a Kalman filter, which eliminates signal disturbances and measurement corruption. The experiments show that the proposed new control strategy can be applied to the test bench system.

Symbol

Abkürzung und Allgemeines

Abkürzung	Bedeutung
Adap	Adaption
AMB	Aktive Magnetlager
FFT	Schnelle Fourier-Transformation
ISE	Integration des quadratischen Fehlers
Korr	Korrelation
Kov	Kovarianz
LR	Lineare Regression
MIMO	Mehrfacheingänge und Mehrfachausgänge
NN	Neuronale Netze
PD	Proportional-Differential-Regler
PI	Proportional-Integral-Regler
PID	Proportional-Integral-Differential-Regler
PTn	Proportionales Übertragungsverhalten mit Verzögerung n. Ordnung
PWM	Pulsweitenmodulation
RD	Rotordynamik
RBFN	Radius-Basisfunktionen-Netz
SISO	Eingrößensystem
Var	Varianz

Lateinische Buchstaben

Symbol	Bedeutung	Einheit
\tilde{A}	Systemmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
\bar{A}	Systemmatrix in zeitdiskreter Darstellung	
A_{Pol}	Polfläche	m^2
\bar{A}_{St}	Störgrößenmatrix in Systemmatrix	
\tilde{B}	Stellmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
\bar{B}	Stellmatrix in zeitdiskreter Darstellung	
B_{Mag}	Magnetische Induktion	T
C	Kapazität	F
\bar{C}	Koeffizienten im Exponentialansatz	
d	Durchmesse	m, mm
\tilde{D}	Dämpfungsmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	

Symbol	Bedeutung	Einheit
d_D	Dämpfungskonstante eines Feder-Masse-Systems	$N \cdot s \cdot m^{-1}$
\bar{E}	Fehlermatrix	
\bar{E}_{St}	Störgrößenmatrix in Zustandsgleichung	
E	Fehler	
E_{NN}	Schätzfehler des neuronalen Netzes	
E_{Regel}	Regelabweichung	
IE_{Regel}	Integration der Regelabweichung	
E_V	Erwartungswert	
\bar{F}	Störgrößenmatrix in Zustandsbeobachtung	
f_{Exp}	Funktion des Expertensystems	
F_{Mag}	Magnetkraft	N
F_{St}	Störkraft	N
$F_{Z/X/Y}$	Kraft in Koordinatenrichtung Z / X / Y	F
\bar{G}	Systemrauschensmatrix	
$G(\bar{S})$	Auf gaußsche Glockenkurve basierter Zugehörigkeitsgrad	
G_{Regler}^{Strom}	Übertragungsfunktion eines Stromreglers	
G_{SM}	Übertragungsfunktion einer Strommessung	
G_{Spule}	Übertragungsfunktion einer Magnetspule	
G_{SR}	Übertragungsfunktion eines Stromregelkreises	
G_{VF}	Übertragungsfunktion eines Vorfilters	
G_{VS}	Übertragungsfunktion eines Verstärkers	
\bar{G}_Y	Folgefunktion in Riccati-Gleichung	
\bar{H}	Beobachtungsmatrix	
H_{Mag}	Magnetische Erregung, Feldstärke	$A \cdot m^{-1}$
\bar{H}_{St}	Beobachtungsmatrix für Störgrößen	
\bar{I}	Einheitsmatrix	A
i	Strom	
i_0	Grunderregung der Magnetspule	
i_{Spule}	Spulestrom	
i_u	Steuerstrom	
J	Kostenfunktional	T
J_{Mag}	Magnetische Polarisation	
J_{Rotor}	Trägheitsmoment des Rotors	$N \cdot m^2$
$\bar{\bar{K}}$	Steifigkeitsmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
k_D	Parameter des Differenzglieds eines Reglers	$N \cdot m^{-1}$
k_{Feder}	Steifigkeitsfaktor eines Feder-Masse-Systems	
k_I	Parameter des Integrationsgliedes eines Reglers	

Symbol	Bedeutung	Einheit
k_i	Kraft-Strom-Koeffizient	$N \cdot A^{-1}$
$\widetilde{\overline{K}}_K$	Rückführverstärkungsmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
\overline{K}_K	Rückführverstärkungsmatrix in zeitdiskreter Darstellung	
k_{Mag}	Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizient	$N \cdot m^2 \cdot A^{-2}$
k_p	Parameter des proportionalen Glieds eines Reglers	
k_s	Kraft-Luftspalt-Koeffizient	$N \cdot m^{-1}, N \cdot mm^{-1}$
k_{Sen}	Verstärkungsfaktor der Sensorik	$V \cdot mm^{-1}$
k_U	Parameter der Zustandsrückführung	
\overline{K}_U	Matrix der Zustandsrückführung	
k_{ui}	Verstärkungsfaktor der Leistungselektronik	$A \cdot V^{-1}$
L	Induktivität	H
l_{Fe}	Eisenlänge	m
l_{Luft}	Gesamte Länge der Luftspalt	m
l_{Mag}	Abstand zwischen Magnetlager und Rotorschwerpunkt	m
L_{Sen}	Induktivität der Sensoren	H
l_{Sen}	Abstand zwischen Sensor und Rotorschwerpunkt	m
$\widetilde{\overline{M}}$	Massenmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
M_{St}	Kraftmoment aus Störkraft	$N \cdot m$
m_{Rotor}	Gewicht eines Rotors	kg
N	Windungszahl	
p	Kraftspannung	$N \cdot m^{-2}$
p_s	Nullstellen des Nenners in Übertragungsfunktion	
\overline{P}_{Kov}	Kovarianzmatrix der Schätzfehler im Kalman-Filter	
\overline{P}_{LQR}	Riccati-Matrix	
\overline{Q}_B	Matrix der Beobachtbarkeit	
\overline{Q}_{LQR}	Gewichtungsmatrix im Zustandsregler	
\overline{Q}_{Kov}	Kovarianzmatrix	
Q_r	Verallgemeinerte äußere Kräfte in Lagrange-Gleichung	N
R	Stromwiderstand	Ω
${}_I \bar{r}$	Inertialsystem	
\overline{R}_{Kov}	Kovarianzmatrix des Messrauschens im Kalman-Filter	
\overline{R}_{LQR}	Wichtungsmatrix im Zustandsregler	
R_m	Magnetischer Widerstand	$A \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$
${}_S \bar{r}$	Körperfestes System	
r_{Un}	Exzentrizität	m
\vec{s}	Suchrichtung eines neuronalen Netzes	
s_{Luft}	Länge der Luftspalt	m, mm

Symbol	Bedeutung	Einheit
SE	Quadratischer Fehler	
s_0	Nominale Luftspalt	m , mm
$\overline{\mathbf{S}}_{St}$	Störmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
\underline{T}	kinetische Energie in Lagrange-Gleichung	J
T	Abtastzeit	s
$\overline{\mathbf{T}}$	Transformationsmatrix	
t_E	Einschaltpulsdauer	s
T_{Mag}	Zeitkonstante in Verzögerungsfunktion der Magnetkraft	s
T_{Puls}	Pulsdauer	s
t_s	Schaltperiodendauer	s
T_{Sen}	Zeitkonstante der Sensorik	s
T_{Tot}	Zeitkonstante der Totzeitfunktion	s
T_{ui}	Zeitkonstante der Leistungselektronik	s
u	Spannung	V
$\overline{\mathbf{U}}$	Eingangsvektor	
$\overline{\mathbf{U}}$	Stellmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
u_{Regel}	Stellgröße, Steuergröße	
\underline{V}	Potentielle Energie in Lagrange-Gleichung	J
$V(\overline{\mathbf{X}})$	Energiefunktion in Ljapunov-Theorie	
V_{Fe}	Elektrische Erregung (Durchflutung)	A
Var_{Rotor}	Messrauschensvarianz der Lagemessung	V ²
Var_{Spule}	Messrauschensvarianz der Strommessung	V ²
$\overline{\mathbf{V}}_{Un}$	Unwuchtmatrix in zeitkontinuierlicher Darstellung	
$v_{Z/X/Y}$	Rotorgeschwindigkeit in Koordinatenrichtung Z / X / Y	m · s ⁻¹
w_{Mag}	Magnetische Energiedichte	N · m ⁻²
x_{ist}	Reale Rotorauslenkung	m , mm
x_{Mess}	Gemessene Rotorposition	V
x_{Rotor}	Rotorposition	m , mm
\dot{x}_{Rotor}	Zeitkontinuierliche Darstellung der Rotorgeschwindigkeit	m · s ⁻¹
\ddot{x}_{Rotor}	Zeitkontinuierliche Darstellung der Rotorbeschleunigung	m · s ⁻²
$\overline{\mathbf{X}}$	Zustandsmatrix	
x_{Mag}	Gemessene Rotorauslenkung im Magnetlager	m
$x_{Z/X/Y}$	Rotorposition in Koordinatenrichtung Z / X / Y	m
Y	Messgröße	
$\overline{\mathbf{Y}}$	Ausgangsvektor	
$\overline{\mathbf{Y}}_{Mess}$	Matrix der Beobachtungsgröße	
y_{NN}	Ausgangswert der neuronalen Netze	

Symbol	Bedeutung	Einheit
Z	Impedanz	
\bar{Z}	Matrix der Störgrößen	
z	Störgröße	

Griechische Buchstaben

Symbol	Bedeutung	Einheit
δ	Reelle Zahl	
η	Schrittweite	
λ	Eigenwert	
μ	Zugehörigkeitsgrad	$\mu \in [0,1]$
μ_{Mag}	Magnetische Permeabilität	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
μ_0	Magnetische Permeabilität für Vakuum	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
μ_r	Relative Permeabilität	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
v_{Mess}	Messrauschen in Beobachtungsgleichung	V
v_{Sys}	Systemrauschen in Zustandsgleichung	V
ζ	Dämpfungsgrad des geschlossenen Regelkreises	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
σ	Glättungsfaktor der Glockenkurven	
σ_S	Standardabweichung	
τ_i	Stützstellen der Radius-Basisfunktion	
Φ	Magnetfluss	Wb
$\bar{\varphi}_{\text{eig}}$	Eigenvektor	
$\varphi_{XZ/YZ}$	Zeitkontinuierliche Darstellung des Drehwinkels	rad
$\dot{\varphi}_{XZ/YZ}$	Zeitkontinuierliche Darstellung der Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
χ	Suszeptibilität	
ω_f	Frequenz	Hz
$\bar{\omega}$	Parametermatrix und Verbindungsgewicht	
ω_{Na}	Eigenkreisfrequenz	Hz
ω_{Rotation}	Rotationsgeschwindigkeit des Rotors	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$\omega_{XZ/YZ}$	Zeitdiskrete Darstellung der Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Θ	Magnetische Durchflutung	$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung.....	1
1.1 Einführung der Magnetlagertechnik.....	1
1.2 Zielsetzung und Motivation.....	2
1.3 Aufbau und Gliederung der Arbeit.....	4
2 Systemaufbau und Modellbildung.....	6
2.1 Übersicht des Aufbaus.....	6
2.2 Aufbau und Modellierung der Elektromagnete.....	6
2.2.1 Kraftwirkung des magnetischen Felds.....	6
2.2.2 Berechnung der Magnetkraft.....	8
2.2.3 Darstellung der Leistungselektronik.....	14
2.3 Zustandsraumdarstellung.....	17
2.3.1 Zeitkontinuierliches Systemmodell.....	17
2.3.2 Zeitdiskrete Zustandsgleichung.....	22
2.4 Grundlage der Positionsregelung.....	23
2.4.1 Klassische Lageregelung.....	23
2.4.2 Analyse mittels Masse-Feder-Dämpfung-Systems.....	24
2.5 Fazit.....	27
3 Systemidentifikation.....	29
3.1 Einsatzgebiet der Identifikation in Rotordynamik.....	29
3.1.1 Analyse der Systemeigenschaft.....	29
3.1.2 Stand der Systemidentifikation und Linearisierung.....	34
3.1.3 Motivation und Zielsetzung.....	39
3.1.4 Entwurf der Identifikation in Rotordynamik.....	40
3.1.5 Identifikation der linearen lokalen Modelle.....	45
3.2 Einsatzgebiet der Identifikation in Leistungselektronik.....	50
3.2.1 Analyse der Systemeigenschaft.....	50
3.2.2 Stand der Technik der Systemidentifikation.....	52
3.2.3 Motivation und Zielsetzung.....	53
3.2.4 Entwurf der Identifikation in Leistungselektronik.....	54
3.3 Systemannäherung mittels Fuzzylogik.....	57
3.4 Fazit.....	59
4 Kalman-Filter.....	60
4.1 Analyse der Systemeigenschaft.....	60
4.2 Stand der Filter für aktive Magnetlager.....	61
4.3 Motivation und Zielsetzung.....	62
4.4 Entwurf der Kalman-Filter.....	63
4.4.1 Zustandsbeobachtung.....	64
4.4.2 Kalman-Filter als Zustandsbeobachter.....	67
4.4.3 Entwicklung des Kalman-Filters.....	71
4.5 Adaptive Kalman-Filter.....	77
4.5.1 Zielstellung des adaptiven Kalman-Filters.....	77
4.5.2 Darstellung des adaptiven Kalman-Filters.....	77
4.5.3 Expertensystem des adaptiven Kalman-Filters.....	80
4.6 Fazit.....	86
5 Regelungstechnik.....	88
5.1 Stand der Regelungstechnik der aktiven Magnetlager.....	88
5.2 Motivation und Zielsetzung der Regelungstechnik.....	91

5.3 Zustandsregelung.....	92
5.3.1 Überblick zur Zustangsregelung.....	92
5.3.2 Zustandsraumdarstellung für Reglerentwurf.....	94
5.3.3 Entwurf des Zustandsreglers.....	95
5.3.4 Analyse der Stabilität.....	98
5.4 Adaptive Regler der aktiven Magnetlager.....	100
5.4.1 Überblick des Einsatzes.....	100
5.4.2 Direkte Regler-Adaption gegen Nichtlinearität.....	101
5.4.3 Indirekte Regler-Adaptation gegen Modellabweichung.....	103
5.4.4 Kombination der direkten und indirekten Regler-Adaption.....	104
5.5 Fazit.....	107
6 Experimentelle Umsetzung am Versuchsstand.....	108
6.1 Überblick.....	108
6.2 Experimentelle Ausstattung.....	108
6.3 Parametrierung der physikalischen Modellierung.....	111
6.3.1 Übersicht der physikalischen Modellierung.....	111
6.3.2 Rotormodell.....	111
6.3.3 Modell der Magnetspulen.....	113
6.3.4 Leistungselektronik.....	119
6.3.5 Sensormodell.....	120
6.3.6 Darstellung des gesamten Streckengliedes.....	122
6.4 Umsetzung der Konzepte im Versuch.....	124
6.4.1 Realisierung der Identifikation und Linearisierung.....	124
6.4.2 Parametrierung des adaptiven Kalman-Filters.....	131
6.4.3 Parametrierung des Reglers.....	133
6.4.4 Fazit.....	139
6.5 Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung.....	140
6.5.1 Vorarbeiten und Übersicht.....	140
6.5.2 Anfahrtextperiment und Führungsverhalten.....	143
6.5.3 Experiment zum Störverhalten.....	149
6.5.4 Das radiale Experiment.....	167
6.5.5 Fazit.....	181
7 Zusammenfassung.....	184
Anhang.....	188
Anh.1.1 Regelkonzept der aktiv magnetischen Lagerung.....	188
Anh.1.2 Mathematische Grundlagen Soft Computing.....	191
Anh.1.2.1 Fuzzylogik.....	191
Anh.1.2.2 Neuronale Netze.....	195
Anh.1.2.3 Statische neuronale Netze.....	195
Anh.1.2.4 Dynamische neuronale Netze.....	199
Anh.1.2.5 Netz-Training.....	201
Anh.1.3 Überblick über Identifikationstechnik.....	204
Anh.2.1 Modellierung der Rotordynamik.....	208
Anh.2.2 Systemmatrizen zur diskreten Darstellung der Rotordynamik.....	214
Anh.2.3 Matrizen der Rotordynamik mit linearen Magnetkraft.....	215
Anh.2.4 Matrizen der Zustandsgleichung des Regelkreises.....	217
Anh.4.1 Matrizen der Beobachtbarkeit- und Steuerbarkeitsanalyse.....	220
Anh.4.2 Entwurf eines Kalman-Filters in radialer Richtung.....	224
Anh.5.1 Matrizen in Systemgleichung für den Reglerentwurf.....	225

Anh.6.1 Überblick des Versuchsstands.....	226
Anh.6.2 Parametrierung der axialen Magnetlager.....	227
Anh.6.3 Parametrierung der unteren radialen Magnetlager.....	228
Anh.6.4 Parametrierung der oberen radialen Magnetlager.....	229
Anh.6.5 Darstellung der permanenten Magnetlager.....	230
Anh.6.6 Darstellung der Leistungselektronik.....	231
Anh.6.7 Technische Daten der Sensoren.....	232
Anh.6.8 Die Schnittstelle des Systemmodells.....	233
Anh.6.9 Erstellung der RBFN-Expertensysteme für Kalman-Filter.....	235
Anh.6.10 Beobachtbarkeitsanalyse.....	237
Anh.6.11 Erstellung der RBFN-Expertensysteme für LQR.....	238
Anh.6.12 Ljapunov-Analyse der Stabilität.....	240
Anh.6.13 Statische Analyse des geschlossenen Regelkreises.....	243
Anh.6.14 Technische Darstellung der Steuergeräte.....	246
Anh.6.15 Statische Auslegung der Regelkreise.....	246
Anh.6.16 Ergebnisse des radialen Experiments.....	250
Literaturverzeichnis.....	262

Abbildungsverzeichnis

Abb.1.1: Darstellung der Magnetlager-Konstruktion.....	2
Abb.1.2: Problemdarstellung und das System von Interesse.....	3
Abb.2.1: Komponenten des Regelkreises einer Magnetlagerung.....	6
Abb.2.2: Darstellung eines vereinfachten Modells der Magnetkraft.....	8
Abb.2.3: Ersatzschaltbild der Magnet- und Elektrokreise.....	9
Abb.2.4: Darstellung der Kennlinien eines einachsigen Magnetlagers.....	12
Abb.2.5: Funktionsprinzipien der zweiachsigen magnetischen Lagerung.....	13
Abb.2.6: Blockdiagramm der Übertragungsfunktion einer zweiachsigen Lagerung.....	13
Abb.2.7: Grundstruktur der Leistungselektronik.....	14
Abb.2.8: Grundstruktur der Analog- und Schaltverstärker.....	15
Abb.2.9: Blockschaltbild der analogen Leistungselektronik.....	16
Abb.2.10: Mechanisches Ersatzmodell des Rotors.....	18
Abb.2.11: Blockdiagramm der Übertragungsfunktion mit PD-Regelung.....	24
Abb.2.12: Annäherung des Regelkreises als Feder-Dämpfung-System.....	24
Abb.2.13: Annäherung des Systems als Feder-Masse-System.....	28
Abb.3.1: Darstellung der vereinfachten Konstruktion.....	29
Abb.3.2: Beispiel nichtlineares Kennfeld.....	30
Abb.3.3: Darstellung Kraft-Strom-Relation und Kraft-Luftspalt-Relation.....	30
Abb.3.4: Hysteresekurve ferromagnetischer Stoffe.....	31
Abb.3.5: Relative Permeabilität als Funktion der Flussdichte.....	32
Abb.3.6: Grafische Darstellung der Magnetisierungskurve.....	33
Abb.3.7: Lageabhängige Koeffizient und frequenzabhängige Permeabilität.....	33
Abb.3.8: Rechteck-Chip-Signal als Sollwertvorgabe der Rotorposition.....	36
Abb.3.9: Systemantwort unter Anregung mittels Sollwertvorgabe.....	36
Abb.3.10: Die Netzstruktur für die Fehleridentifikation.....	38
Abb.3.11: Das Konzept der Fehleridentifikation mit RLS-Funktion.....	38

Abb.3.12: Integration der Rotordynamik im Adaline-Netz.....	41
Abb.3.13: Integration der Berechnung der Magnetkraft in das Adaline-Netz.....	42
Abb.3.14: Integration der Gleichung der Rotorposition in das Adaline-Netz.....	44
Abb.3.15: Integration der Gleichung der Rotorwinkelposition in das Adaline-Netz.....	45
Abb.3.16: Einsatz der Regression im Identifikationsverfahren.....	49
Abb.3.17: Reihenschaltung einer Spule.....	51
Abb.3.18: Strombegrenzung mit zunehmender Verstärkerfrequenz.....	52
Abb.3.19: Der in Regressionsverfahren verwendete Ausgangsfehler.....	52
Abb.3.20: Der in Regressionsverfahren verwendete Gleichungsfehler.....	53
Abb.3.21: Konzept der Parameteridentifikation für Leistungselektronik.....	55
Abb.3.22: Adaline-Netz für Parameteridentifikation für die Leistungselektronik.....	56
Abb.3.23: Das Konzept der Systemmodellierung mittels der SONFIN-Struktur.....	57
Abb.3.24: Systemannäherung mittels Fuzzylogik.....	58
Abb.4.1: Das Prinzip eines adaptiven Filters.....	62
Abb.4.2: Prinzip der a-priori-Luenberg-Beobachtung.....	68
Abb.4.3: Prinzip der a-posteriori-Luenberg-Beobachtung.....	69
Abb.4.4: Funktionsweise der Kalman-Filterung in Regelkreis.....	73
Abb.4.5: Blockdiagramm des verwendeten Kalman-Filters.....	74
Abb.4.6: Darstellung des Konzeptes der adaptiven Kalman-Filterung.....	79
Abb.4.7: Vorgehensweise der Erstellung der Expertensysteme.....	81
Abb.4.8: Strukturelle Darstellung der Fuzzylogik durch RBFN.....	82
Abb.4.9: Integration der Expertenkenntnis ins RBFN.....	84
Abb.4.10: Darstellung des Netz-Trainings des Expertensystems für Filteradaption.....	85
Abb.5.1: Darstellung der zentralen und dezentralen Regelung.....	88
Abb.5.2: Die Kalman-Filterung und die LQR-Zustandsregelung.....	89
Abb.5.3: RFBFNN-Regler mit Fuzzy-Regler als Kompensation.....	90
Abb.5.4: Das Regelkonzept aus der Fuzzylogik für aktive Magnetlager.....	90
Abb.5.5: Darstellung der Regelung eines Prototyps.....	95
Abb.5.6: Expertensystem für adaptive Reglerparameter gegen Nichtlinearität.....	103
Abb.5.7: Die grafische Darstellung des adaptiven Fuzzylogik-Zustandsreglers.....	105
Abb.5.8: Adaptive Fuzzylogik mit RBFN als Expertensystem.....	106
Abb.6.1: Komponenten des FLP 500 im Testbehälter.....	109
Abb.6.2: Illustration des radialen Fanglagers mit dem Reibkonus.....	110
Abb.6.3: Transformation-Modell des Rotor-Systems mit Lager- und Messebenen.....	112
Abb.6.4: Darstellung der Struktur vom axialen Magnetlager.....	113
Abb.6.5: Das gemessene Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ des inneren Lagers.....	114
Abb.6.6: Das gemessene Kennfeld der Koeffizienten des inneren Lagers.....	115
Abb.6.7: Das gemessene Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ des äußeren Lagers.....	115
Abb.6.8: Das gemessene Kennfeld der Koeffizienten des äußeren Lagers.....	115
Abb.6.9: Unteres radiales Lager statorseitig.....	116
Abb.6.10: Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ aus physikalischer Messung.....	117
Abb.6.11: Kennfeld des Koeffizienten aus physikalischer Messung.....	117
Abb.6.12: Oberes radiales Lager statorseitig.....	118

Abb.6.13: Kennfeld der Magnetkraft $F-(i,s)$ aus physikalischer Messung.....	118
Abb.6.14: Kennfeld des Koeffizienten aus physikalischer Messung.....	119
Abb.6.15: Prinzipieller Aufbau der eingesetzten Leistungsverstärker.....	119
Abb.6.16: Blockplan des Systems Stromregelkreis.....	120
Abb.6.17: Anordnung und Verschaltung der radialen Sensorspulen.....	121
Abb.6.18: die Reihenschaltung des Streckengliedes.....	122
Abb.6.19: Modellbildung des Streckengliedes mit fünf Freiheitsgraden.....	123
Abb.6.20: Ansatz des Identifikationsverfahrens in Z-Richtung.....	125
Abb.6.21: Ausgangsverlauf der Identifikation der Magnetkraft.....	126
Abb.6.22: Ausgangsverlauf der Identifikation des Koeffizienten.....	126
Abb.6.23: Der identifizierte Kraft-Strom-Koeffizient für nominierte Arbeitspunkte.....	128
Abb.6.24: Der identifizierte Steifigkeitsparameter für nominierte Arbeitspunkte.....	128
Abb.6.25: Identifikation der Leistungselektronik mittels Adaline-Netzes.....	129
Abb.6.26: Die Messsignale der Spulenströme aus der Auffahrtsversuche.....	130
Abb.6.27: Verlauf der Sollwertvorgabe und Signalfolgerung.....	130
Abb.6.28: Verlauf der Approximieren.....	130
Abb.6.29: Verlauf der Sollwertvorgabe und Signalfolgerung.....	131
Abb.6.30: Verlauf der Approximieren.....	131
Abb.6.31: Blockschaltbild eines adaptiven Kalman-Filters.....	132
Abb.6.32: Der einschleifige Regelkreis mit dezentralisiertem PID-Regler.....	133
Abb.6.33: Regelkreis einer Begrenzung der Stellgröße.....	134
Abb.6.34: PID-Regler mit Antiwindup.....	135
Abb.6.35: Regelkreis-Struktur eines adaptiven Zustandsreglers.....	136
Abb.6.36: Darstellung des RBFN-Expertensystems für k_{U-1}	139
Abb.6.37: Darstellung des RBFN-Expertensystems für k_{U-2}	139
Abb.6.38: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung.....	141
Abb.6.39: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung.....	141
Abb.6.40: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung.....	142
Abb.6.41: FFT der Messwerte des Stromsensors unter statische Bedingung.....	142
Abb.6.42: Grafische Darstellung der rampenförmigen Anfahrt.....	143
Abb.6.43: Grafische Darstellung der rampenförmigen Abfahrt.....	143
Abb.6.44: Das gefilterte Messsignal der Rotorlage in Anfahrtexperiment.....	144
Abb.6.45: Das gefilterte Signal der Rotorlage in Abfahrtexperiment.....	144
Abb.6.46: Das Messsignal der Spulenströme in Anfahrtexperiment.....	145
Abb.6.47: Das gefilterte Messsignal der Spulenströme in Abfahrtexperiment.....	145
Abb.6.48: FFT-Analyse der gefilterten Messsignale der Steuergrößen.....	145
Abb.6.49: Das gefilterte Signal der Rotorlage in Anfahrtexperiment.....	146
Abb.6.50: Das gefilterte Messsignal der Rotorlage in Abfahrtexperiment.....	147
Abb.6.51: FFT-Analyse der Messsignale der Rotorlage.....	147
Abb.6.52: Frequenzgang und Phasenverschiebung eines offenen Prozessgliedes.....	148
Abb.6.53: Frequenzgang und Phasenverschiebung eines offenen Prozessgliedes.....	149
Abb.6.54: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten.....	150
Abb.6.55: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten.....	151

Abb.6.56: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten.....	151
Abb.6.57: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten.....	152
Abb.6.58: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten.....	152
Abb.6.59: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	153
Abb.6.60: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	153
Abb.6.61: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	154
Abb.6.62: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	154
Abb.6.63: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	155
Abb.6.64: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	156
Abb.6.65: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	157
Abb.6.66: Frequenzanalyse der Rotorposition.....	158
Abb.6.67: Darstellung der Steuersignale in Störverhalten.....	159
Abb.6.68: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten.....	159
Abb.6.69: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten.....	160
Abb.6.70: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten.....	160
Abb.6.71: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten.....	161
Abb.6.72: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten.....	162
Abb.6.73: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten.....	163
Abb.6.74: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten.....	164
Abb.6.75: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten.....	165
Abb.6.76: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten.....	166
Abb.6.77: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten.....	166
Abb.6.78: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten.....	167
Abb.6.79: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten.....	167
Abb.6.80: FFT-Analyse der Signale der Lagemessung.....	168
Abb.6.81: FFT-Analyse der Signale der Lagemessung.....	169
Abb.6.82: FFT-Analyse der Steuersignale mittels Kalman- und Frequenz-Filters.....	170
Abb.6.83: FFT-Analyse der Steuersignale mittels Kalman- und Frequenz-Filters.....	170
Abb.6.84: Steuersignale des oberen Magnetlagers mithilfe FFT-Analyse.....	171
Abb.6.85: Steuersignale des unteren Magnetlagers mithilfe FFT-Analyse.....	171
Abb.6.86: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xo“.....	172
Abb.6.87: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xu“.....	173
Abb.6.88: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xo“.....	174
Abb.6.89: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xu“.....	174
Abb.6.90: Step-Antwort von 0V bis 1V der Lageregelung.....	175
Abb.6.91: Step-Antwort von 1V bis 2V der Lageregelung.....	176
Abb.6.92: Der Verlauf von Wellenlagen „Xo“ und „Xu“.....	177
Abb.6.93: Die Orbit-Kurve der Wellenlagen.....	178
Abb.6.94: Spektren der Wellenlagen „Xo“.....	179
Abb.6.95: Spektren der Wellenlagen „Xu“.....	179
Abb.6.96: Der Verlauf vom Steuersignal.....	180
Abb.6.97: Spektren des Steuersignals „Xo“.....	181
Abb.6.98: Spektren des Steuersignals „Xu“.....	181

Abb.7.1: Darstellung des Fuzzylogik-System.....	192
Abb.7.2: Darstellung der linearen Zugehörigkeitsfunktionen.....	193
Abb.7.3: Minimum der Zugehörigkeitsfunktion.....	194
Abb.7.4: Akkumulation mit Hilfe des Maximums.....	194
Abb.7.5: Beispiellösung eines Klassifikationsproblems mit Adaline-Netz.....	196
Abb.7.6: Aufbau eines Adaline-Netzes.....	197
Abb.7.7: Darstellung des Adaline-Netzes.....	197
Abb.7.8: Struktur des RBFN mit N Stützstellen.....	199
Abb.7.9: Die Struktur der TDNN-Modelle (NOE und NARX).....	200
Abb.7.10: Iterative Suche eines lokalen Minimums.....	203
Abb.7.11: Darstellung der Funktionsprinzipien der Modellbildung.....	204
Abb.7.12: Darstellung der Funktionsprinzipien der Identifikation.....	205
Abb.7.13: Darstellung Impuls- und Drallsatz.....	209
Abb.7.14: Darstellung der Verschiebungskomponente.....	211
Abb.7.15: Darstellung der Exzentrizität.....	211
Abb.7.16: Überblick über die Komponenten des Versuchsstands FLP 500.....	227
Abb.7.17: Unteres radiales Magnetlager.....	228
Abb.7.18: Oberes radiales Magnetlager.....	229
Abb.7.18: Darstellung der permanenten Magnetlager.....	230
Abb.7.20: Darstellung des mittleren Spulenstroms in Pulsbreitenmodulation.....	231
Abb.7.21: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 100 U/Min.....	250
Abb.7.22: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 200 U/Min.....	250
Abb.7.23: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 300 U/Min.....	251
Abb.7.24: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 400 U/Min.....	251
Abb.7.25: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 500 U/Min.....	252
Abb.7.26: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 600 U/Min.....	252
Abb.7.27: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 700 U/Min.....	253
Abb.7.28: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 800 U/Min.....	253
Abb.7.29: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 500 U/Min.....	254
Abb.7.30: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 600 U/Min.....	254
Abb.7.31: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 700 U/Min.....	255
Abb.7.32: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 800 U/Min.....	255
Abb.7.33: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 500 U/Min.....	256
Abb.7.34: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 600 U/Min.....	256
Abb.7.35: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 700 U/Min.....	257
Abb.7.36: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 800 U/Min.....	257
Abb.7.37: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 500 U/Min.....	258
Abb.7.38: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 600 U/Min.....	258
Abb.7.39: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 700 U/Min.....	259
Abb.7.40: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 800 U/Min.....	259
Abb.7.41: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 500 U/Min.....	260
Abb.7.42: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 600 U/Min.....	260
Abb.7.43: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 700 U/Min.....	261

Abb.7.44: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 800 U/Min.....	261
---	-----

Tabellenverzeichnis

Tbl.3.1: Definierung eines Arbeitspunktes aus benachbarten Arbeitspunkten.....	47
Tbl.4.1: Kovarianzmatrix eines Kalmanfilters in Axialrichtung.....	75
Tbl.4.2: Kovarianzmatrix eines Kalmanfilters in Radialrichtung.....	76
Tbl.4.3: Darstellung der Fuzzylogik aus Expertenkenntnis.....	83
Tbl.5.1: Darstellung der Fuzzylogik der optimalen Regelung.....	102
Tbl.6.1: Geometrische Parameter des Versuchsstandes.....	112
Tbl.6.2: Ergebnisse der Linearisierung für die nominierten Arbeitspunkte.....	127
Tbl.6.3: Parameter des PID-Reglers im Experiment.....	134
Tbl.6.4: Reglerparameter für die Arbeitspunkte in axialer Richtung Z.....	138
Tbl.6.5: Reglerparameter für den Arbeitspunkt in radialer Richtung XZ / YZ.....	138
Tbl.6.6: Zusammenfassung des Mess- und Prozessrauschens im Stillstand.....	142
Tbl.6.7: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in Richtung Z.....	158
Tbl.6.8: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in radialer Richtung.....	169
Tbl.6.9: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in radialer Richtung.....	170
Tbl.7.1: Darstellung der Regelkonzepte für aktive Magnetlager.....	190
Tbl.7.2: Vergleich von Klassifikationsverfahren.....	191
Tbl.7.3: Geometrische Parameter des axialen Magnetlagers.....	228
Tbl.7.4: Parametrierung in der Berechnung der axialen Magnetkraft.....	228
Tbl.7.5: Geometrische Parameter des unteren radialen Magnetlagers.....	229
Tbl.7.6: Geometrische Parameter der Spulen.....	230
Tbl.7.7: Parameter der Leistungselektronik.....	232
Tbl.7.9: Parametereinstellung des RBFN für Adaption k_i	235
Tbl.7.10: Parametereinstellung des RBFN für Adaption k_s	236
Tbl.7.11: Beobachtbarkeitsanalyse zum Arbeitspunkt in axialer Richtung Z.....	237
Tbl.7.12: Beobachtbarkeitsanalyse in radialer Richtung.....	238
Tbl.7.12: Daten für Einstellung der Glättungsfaktoren des RBFN.....	238
Tbl.7.12: Einstellung der Glättungsfaktoren des RBFN.....	239
Tbl.7.15: Stabilitätsanalyse in axialer Richtung Z.....	242
Tbl.7.16: Stabilitätsanalyse in radialer Richtung XZ / YZ.....	242
Tbl.7.17: Analyse für axiale Richtung Z.....	244
Tbl.7.18: Analyse für die radiale Richtung X/Y.....	246

1 Einleitung

1.1 Einführung der Magnetlagertechnik

Eine Studie der aktuellen Fachliteratur [Gärtner, 2007] zum Themenbereich magnetischer Lagerungen zeigt, dass der Einsatz aktiver Magnetlager für rotierende Maschinen weltweit wachsendes Interesse findet. Die Ursache hierfür liegt vor allem in ökonomischen und technologischen Vorteilen.

In Abb.1.1 ist das Prinzip einer vollständig aktiven Magnetlagerung am Beispiel einer Maschine mit vertikalem Rotor im Sinne von Quelle [Gärtner, 2007] dargestellt. Der auf Antrieb und Arbeitsmaschine angeordnete Rotor wird durch magnetische Kräfte aus radialen und axialen Magnetlager berührungsfrei gelagert. Dazu ist eine Positionsregelung notwendig. Die Regelgröße, sog. Rotorposition wird durch Positionssensoren erfasst und mit den Sollwerten verglichen. Die Leistungsverstärker wandeln die aus Regelabweichung vom Regler gebildeten Stellsignale in entsprechende Stellströme um, welche durch die Lagerspulen fließen und als Stellgröße die anziehenden Kräfte auf den Rotor prägen. Dadurch wird er in die gewünschte Sollposition geführt. Für eine vollständig aktive Lagerung werden die radialen Magnetlager jeweils für obere Lagerebene (Ebene A) sowie untere Lagerebene (Ebene B) und Z-Achse eingesetzt. Um den Rotor bei abgeschalteter magnetischen Lagerung abzufangen, werden die zusätzlichen mechanischen Fanglager eingesetzt. Im Normalbetrieb schwebt der Rotor reibungsfrei im Magnetlager. Die auftretenden Störkräfte lassen sich durch die magnetischen Gegenkräfte ausregeln, ohne dass dabei ein mechanischer Kontakt auftritt. Die Steifigkeit und Dämpfung sind über die Regelung einstellbar. Dieses Funktionsprinzip mit dezentraler Regelung soll als Basis für die durchgeführten Untersuchungen dienen.

Die Auslegung eines drehenden Antriebssystems wird in der Fachliteratur (vgl. z. B. [Gempp, 1997]) ausführlich behandelt und soll an dieser Stelle nicht vollständig zusammengefasst werden. Für die aktive magnetische Lagerung eines Rotors in fünf Freiheitsgraden sind mehrere Magnetlager erforderlich. Die Rotation stellt den sechsten Freiheitsgrad dar und ist durch einen eigenen Antrieb kontrolliert. Laut Quelle [Kilian, 2017] bezeichnet der Freiheitsgrad im engen, mechanischen Sinn die Zahl der voneinander unabhängigen Bewegungsmöglichkeiten, im weiteren Sinne jeden unabhängigen veränderlichen inneren oder äußeren Parameter eines Systems.

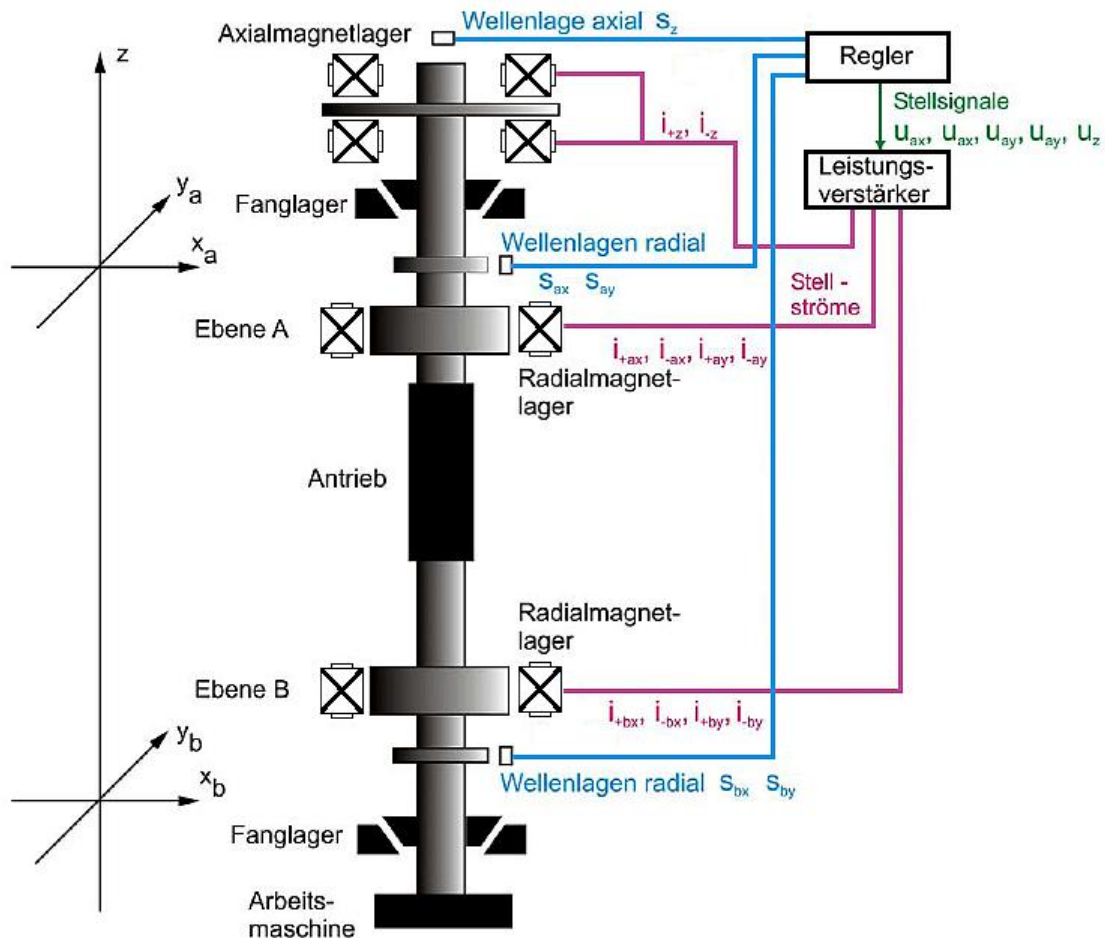


Abb.1.1: Darstellung der Magnetlager-Konstruktion
[Gärtner, 2007]

1.2 Zielsetzung und Motivation

Systemeigenschaft

Aktive Magnetlagerungen weisen aber auch Nachteile auf. Zu den Nachteilen gehören die erhöhten Anforderungen an Systemstabilität und Zuverlässigkeit der Regelungstechnik, die ein wesentliches Hindernis für den Einsatz von aktiven Magnetlagerungen darstellen. Die Grundlagen der Magnetlagertechnik werden beispielsweise in den oft zitierten Publikationen [Traxler, 1985] und [Bühler, 1997] erörtert. Die beiden genannten Arbeiten beschäftigen sich mit den Vorstellungen des klassischen Reglerentwurfs, der Filterauslegung sowie dem Systemaufbau.

Für ein System von Interesse lassen sich folgende Problemstellungen formulieren:

- Prozessrauschen und Messrauschen
- Mechanische bzw. elektronische Eigenschwingung
- Statordejustierung und Wicklungsschäden
- Konstruktions- und Mechanikschäden
- Aliasing-Effekt
- Überlagerung der Eigenfrequenz
- Rundlauf der Messstelle, Oberflächengenauigkeit
- Homogenität und Leitfähigkeit der Messoberfläche

(siehe Abb.1.2)

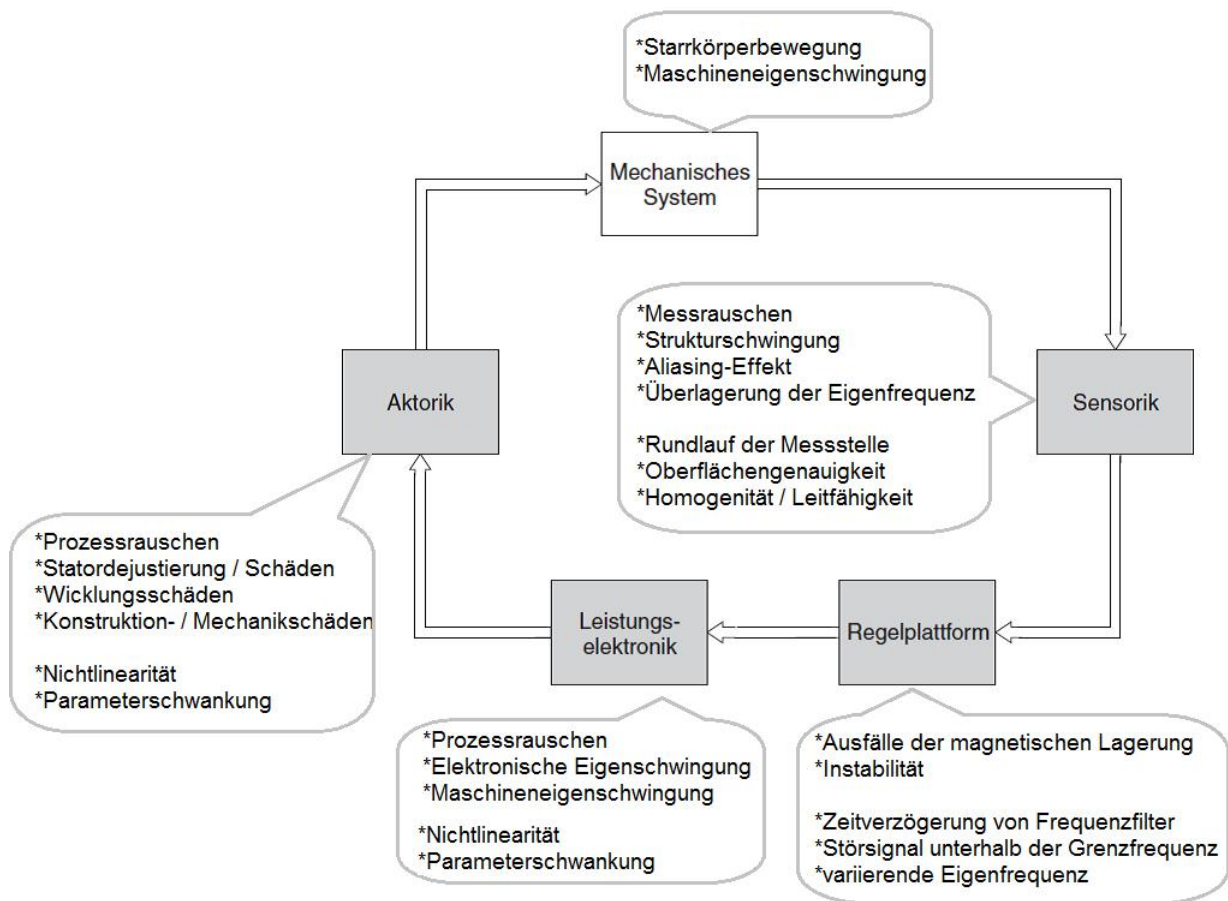


Abb.1.2: Problemdarstellung und das System von Interesse

Stand der Technik der Identifikation, Regelung und Filterung

A. Systemidentifikation

Wie in Quelle [Gärtner, 2007] beschrieben, verursacht der Fehler bestehend aus Statorsdejustierung und -schäden, Wicklungsschäden, Konstruktions- und Mechanikschäden am Antrieb und Systemunsicherheit in Leistungselektronik, zur Variation der Magnetkräfte. Der Fehler im Magnetlager-Regelkreis (siehe Analyse in Abschnitt 3.1.1 und 3.2.1) kann Instabilität verursachen. Deshalb beschäftigt die vorliegende Arbeit sich speziell mit der Verbindung zur Diagnose- und Identifikationstechnik im Bereich der aktiven Magnetlager.

B. Filter

Die Erfassung der Messsignale aus Wellenlagesensoren in der Industrieumgebung mit starkem Prozessrauschen und -störung bedeutet einen Schwerpunkt in der Signalfilterung bzw. Stabilisierung der Lageregelung. Eine Aufgabe liegt in der effektiven Trennung des zu analysierenden Ausgangsverhaltens des Objektes von überlagernden Störungen in Sensorik. Zielsetzung ist außerdem die realitätsnahe Nachbildung des Objektverhaltens. Die Filter haben ihren festen Platz in der Technik der Magnetlager.

Laut Quelle [Klaas] können die Randbedingungen, unter denen diese Verarbeitung erfolgt, sich dabei ständig zeitlich verändern. Deshalb fokussiert sich die vorliegende Arbeit auf adaptive Filter. Größtenteils beschränkt sich das Frequenzfilter in Magnetlager auf die

Behandlung der Systemeigenschwingung, des starken Rauschens und der Signalverfälschung (siehe Analyse in 4.1). Als Lösung wird ein adaptives Kalman-Filter als ein zentrales Konzept eingesetzt.

C. Regler

Im Rahmen etlicher industrieller Prozesse besteht ein Bedürfnis, die Rotorposition zulässig regelbar zu machen und die Lageregelung bis zur technischen Randbedingung bzw. bis zu den Anwendungsgrenzen zu ermöglichen. Laut Quelle [Combrinck, 2010] für solche Systeme wurden bisher hauptsächlich Regelkonzepte, z. B. PID-Regelung, H^∞ -Regelung, μ -Synthesis, passive Regelung, Polvorgabe bzw. Eigenwertvorgabe, lineare quadratische Regler, neuronale Regler, Fuzzy-Regler, *Sliding-Mode-Control*, verwendet. Eine vollständige Darstellung der Konzepte erfolgt in Anh.1.1.

Ausgehend in Abschnitt 5.1 ist festzustellen, dass die klassische Regelung mit einem fixierten Regler an aktiven Magnetlagern bisher begrenzt zum Einsatz kommt. Als Ersatzlösung wird ein adaptiver linearer Regler entwickelt. Weitergehend wird ein adaptiver linearer Regler als ein zentrales Regelkonzept mit Kalman-Filter kombiniert.

Anwendung des Soft Computing

Laut Quelle [Lippe, 2006] ist Soft Computing ein Sammelbegriff für verschiedene Arbeitsgebiete der Informatik, die sich mit approximativen Lösungsverfahren befassen, die der natürlichen Informationsverarbeitung ähneln.

Die oben genannte Hindernisse lassen sich allerdings durch Einsatz Soft Computing kompensieren. Das Ziel des Einsatzes Soft Computing in Systemidentifikation, adaptiver Regelung und Filterung ist die Erhöhung der Funktionalität, Sicherheit, Flexibilität und Zuverlässigkeit von Maschinen. Das übergeordnete Ziel ist, die auftretenden Fehler rechtzeitig zu erkennen, daraus den Einfluss von oben genannten Probleme zu minimieren, geeignete Gegenmaßnahmen vorzuschlagen bzw. einzuleiten und somit sowohl die Stabilität der Lageregelung zu erhöhen als auch Maschinenausfälle zu vermeiden.

Mit dem Einsatz des Konzeptes wird ein Beitrag zur Kompetenzerhaltung und zur Erweiterung des wissenschaftlich-technischen Sachverstandes auf dem Gebiet der Regelung- und Diagnosetechnik geleistet. Einen Einblick in die Technologie der magnetischen Lagerung, die Anwendung Soft Computing in Bezug auf Magnetlager und andere industrielle Einsatzgebiete gibt die vorliegende Arbeit.

1.3 Aufbau und Gliederung der Arbeit

Im Abschnitt 1 wird der Stand der Technik mithilfe Literaturrecherche kurz dargestellt. Sie bot einen Einblick in der Problemdarstellung, Eigenschaft der Magnetlager, Regelungs-, Systemidentifikations- und Filtertechnik. Die Arbeit fokussiert sich auf die Systemidentifikation, adaptiver Regelung und Filterung mit Einsatz Soft Computing.

Die Modellbildung ist Inhalt von Abschnitt 2. Hierzu wird auf den Aufbau der Magnetlager eingegangen und es werden die entsprechenden Modelle vorgestellt. Ferner wird das Modell der Magnetlager mit äußeren mechanischen und elektronischen Komponenten eingeführt. Die Analyse der Systemdynamik wird auf der Beschreibung vom gedämpften

Feder-Masse-System eines starren Körpers basiert.

Die Systemidentifikation des Magnetlagersystems ist der thematische Schwerpunkt von Abschnitt 3. Die Analyse der Systemeigenschaft wird auf der Beschreibung von systematischen Fehlern, Unsicherheit, Nichtlinearität, Maschinendynamik eines starren Körpers sowie vom Phänomen der Störung und des Rauschens basiert. Hierzu wird auf das Konzept des Online-Identifikationsverfahrens eingegangen und die Vorgehensweise der Methode Soft Computing vorgestellt. Ferner werden die Identifikationsergebnisse zum Aufbau der Expertensysteme auf Basis der Arbeitspunkt-Linearisierung mittels Regressionsverfahrens eingeführt.

Die Zustandsbeobachtung und Kalman-Filterung sind Gegenstand vom Abschnitt 4. Hierbei werden nicht nur die theoretische Vorstellung der Zustandsbeobachtung, sondern auch die Orientierung der Kalman-Filterung für das System des Magnetlagers vorgestellt. Weiterhin stellt es die Erstellung der Expertensysteme und die Realisierung einer adaptiven Kalman-Filterung dar.

Schlussendlich erfolgt die Erstellung einer adaptiven Zustandsregelung in Abschnitt 5. Unter Berücksichtigung der Nichtlinearität, Variation und Unsicherheit der Regelstrecken wird das direkte bzw. indirekte Adaptionkonzept des Reglers mittels Konzeptes Soft Computing vorgestellt.

Abschnitt 6 beschreibt die technische Realisierung des Konzeptes. Da die Konzepte aus den vorherigen Abschnitten generell anwendbar sein sollten, bietet dieser Abschnitt einen Einblick in die praktischen Resultate der Konzepte. Die Magnetlager mit neuem Konzept werden in der industriellen Umgebung mit extremen Prozessrauschen, -störung und variierenden Arbeitspunkten bis zur technischen Grenze benutzt. Test, Verifikation, Validierung und Auswertung des erstellten Konzeptes finden anhand des Einsatzes mittels der realen Maschine FLP 500 statt.

Zum Schluss der Arbeit in Abschnitt 7 sind die Erkenntnisse zur systematischen Entwicklung mit dem Konzept in Identifikation, Kalman-Filterung und Zustandsregelung übersichtlich zusammengefasst. Die aus gewählter Anwendungsumgebung gesammelten Erfahrungen werden resümiert und ihre generelle Anwendbarkeit in allgemeinen Industriegebieten wird erläutert.

2 Systemaufbau und Modellbildung

2.1 Übersicht des Aufbaus

Der Aufbau des in dieser Arbeit dargestellten und analysierten Systems ist in Abb.1.1 gezeigt. Die Beschreibung der einzelnen Komponenten wird in diesem Abschnitt detailliert aufgeführt.

Ein Magnetlager als komplexes mechatronisches System beinhaltet zahlreiche Bestandskomponenten. Die Kopplung der Komponenten ermöglicht die Funktion des Gesamtsystems. Neben dem mechanischen System sind entsprechende Sensorik und Aktorik erforderlich, damit durch eine angepasste Leistungselektronik das System steuerbar wird. Somit ist der Regelkreis geschlossen (siehe Abb.2.1). Dieser Abschnitt stellt die wesentlichen Hardwarekomponenten im Rahmen eines traditionellen Magnetlagers vor und zeigt die Modellierung der Einzelkomponenten.

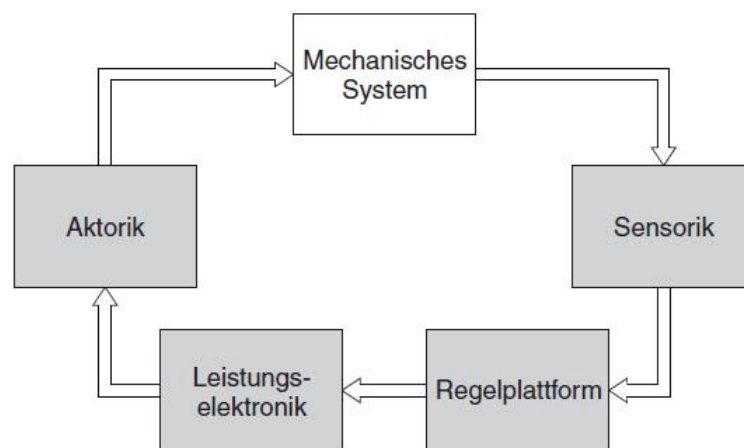


Abb.2.1: Komponenten des Regelkreises einer Magnetlagerung
[Ruskowski, 2004]

2.2 Aufbau und Modellierung der Elektromagnete

Die Elektromagnete sind die zentralen Elemente eines Magnetlagers. Dabei wird zuerst die physikalische Darstellung der Kraftwirkung betrachtet. Weiterhin wird die technische Begrenzung der realen Magnetkraft aufgeführt.

2.2.1 Kraftwirkung des magnetischen Felds

Eine Studie der Literatur zum Themenbereich magnetischer Lagerungen zeigt, dass sich die Forschung auf die Magnetkraft in Vakuum und im Luftraum konzentriert. Dieses Kapitel dokumentiert die Zusammenfassung der Modellierung der Magnetkraft. Das elektromagnetische Schweben ist auf Basis der Reluktanzkraft möglich, die aufgrund des magnetischen Flusses auf Kontaktflächen unterschiedlicher Permeabilität wirkt. Technisch betrachtet befindet sich die Kontaktfläche zwischen Metall und Luft.

Energiedichte

Die Energiedichte w_{Mag} des Magnetfelds in Raumeinheit des Materials laut ergibt sich als

$$w_{\text{Mag}} = \int_0^B H_{\text{Mag}} dB_{\text{Mag}} \quad (2.1)$$

mit H_{Mag} als die magnetische Erregung und B_{Mag} als die magnetische Induktion. Das Magnetgesetz stellt einen Zusammenhang dieser beiden Größen her:

$$B_{\text{Mag}} = \mu_{\text{Mag}} \cdot H_{\text{Mag}} \quad (2.2)$$

Die magnetische Permeabilität μ_{Mag} in der Einheit $\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ ist materialabhängig. Für ein Vakuum oder alle magnetisch neutrale Materialien gilt:

$$\mu_{\text{Mag}} = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \quad (2.3)$$

Für ferromagnetisches Material ist die Permeabilität durch die Funktion:

$$\mu_{\text{Mag}} = \mu_{\text{Material}}(B_{\text{Mag}}) = \mu_0 \cdot \mu_r(B_{\text{Mag}}) \quad (2.4)$$

mit relativer Permeabilität $\mu_r \gg 1$ gegeben [Ruskowski, 2004].

Suszeptibilität

Aus oben genannter Quelle mit folgender Gleichung lässt sich die magnetische Suszeptibilität χ darstellen:

$$\chi(B_{\text{Mag}}) = \mu_r(B_{\text{Mag}}) - 1 \quad (2.5)$$

Hieraus folgt für die magnetische Induktion B_{Mag} :

$$B_{\text{Mag}} = \mu_0 \cdot (H_{\text{Mag}} + \chi(B_{\text{Mag}}) \cdot H_{\text{Mag}}) = \mu_0 \cdot (1 + \chi(B_{\text{Mag}})) \cdot H_{\text{Mag}} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_{\text{Mag}} \quad (2.6)$$

Dabei $\chi(B_{\text{Mag}}) \cdot H_{\text{Mag}}$ wird als Magnetisierung $M(B_{\text{Mag}})$ bezeichnet:

$$M(B_{\text{Mag}}) = \chi(B_{\text{Mag}}) \cdot H_{\text{Mag}} \quad (2.7)$$

Für die magnetische Polarisation J_{Mag} gilt folgende Gleichung:

$$\mu_0 \cdot H_{\text{Mag}} = B_{\text{Mag}} - J_{\text{Mag}}(B_{\text{Mag}}) \quad (2.8)$$

Somit gilt:

$$J_{\text{Mag}}(B_{\text{Mag}}) = \mu_0 \cdot \chi(B_{\text{Mag}}) \cdot H_{\text{Mag}} = \mu_0 \cdot M(B_{\text{Mag}}) \quad (2.9)$$

Die Magnetisierung $M(B_{\text{Mag}})$ und die magnetische Polarisation J_{Mag} beschreiben den Unterschied der magnetischen Erregung und Induktion innerhalb eines Materials und innerhalb eines Vakuums [Ruskowski, 2004].

Energiedichte mit Änderung der Permeabilität

Mit Berücksichtigung einer Änderung der Permeabilität zwischen Luft und Ferromagnetika, beträgt die Energiedichte $w_{\text{Mag,Luft}}$ in Luft:

$$w_{\text{Mag,Luft}} = \int_0^B H_{\text{Mag}} dB_{\text{Mag}} = \int_0^B \left(\frac{B_{\text{Mag}}}{\mu_0} \right) dB_{\text{Mag}} = \frac{B_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (2.10)$$

Die Energiedichte $w_{\text{Mag,Fe}}$ in ferromagnetischem Material ist:

$$\begin{aligned} w_{\text{Mag,Fe}} &= \int_0^B H_{\text{Fe}} dB_{\text{Mag}} = \int_0^B \left(\frac{B_{\text{Mag}} - J_{\text{Mag}}(B_{\text{Mag}})}{\mu_0} \right) dB_{\text{Mag}} \\ &= \int_0^B \frac{B_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot \mu_0} - \int_0^B \frac{J_{\text{Mag}}(B_{\text{Mag}})}{\mu_0} dB_{\text{Mag}} = \frac{B_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot \mu_0} - \frac{1}{\mu_0} \int_0^B J_{\text{Mag}}(B_{\text{Mag}}) dB_{\text{Mag}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Für die magnetische Polarisation J_{Mag} und die Magnetisierung B_{Mag} gilt die Relation $J_{\text{Mag}} \approx B_{\text{Mag}}$ näherungsweise. Damit ist die Energiedichte in Metall $w_{\text{Mag,Fe}} \approx 0$. Aus der Energiedichte ergibt sich die Kraftspannung p in Einheit $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ an einer Kontaktfläche Luft / Metall wie folgt:

$$p \approx \frac{B_{\text{Mag}} \cdot J_{\text{Mag}}}{2 \cdot \mu_0} \approx \frac{B_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (2.12)$$

Es gilt die Magnetkraft gemäß der Konstruktion in Abb.2.2:

$$F_{\text{Mag}} = A_{\text{Pol}} \cdot p \approx \frac{A_{\text{Pol}} \cdot B_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (2.13)$$

mit der Annäherung $\frac{A_{\text{Pol}}}{2} \approx A_{l_1} \approx A_{l_2} \approx A_{l_3}$. [Ruskowski, 2004]

2.2.2 Berechnung der Magnetkraft

2.2.2.1 Kraftwirkung aus Magnetfluss

Für die Berechnung der Magnetkraft sind die genauen Kenntnisse der Konstruktionsgeometrie und der nicht linearen Metalleigenschaften erforderlich. In Abb.2.2 ist ein idealisiertes vereinfachtes Magnetmodell zu sehen.

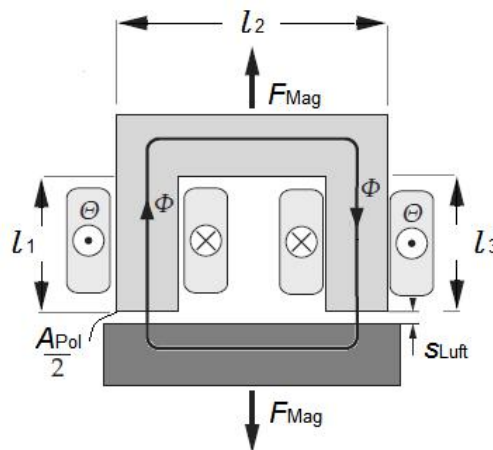


Abb.2.2: Darstellung eines vereinfachten Modells der Magnetkraft

Die Elektromagnete besitzen sehr kleine Luftspalte im Vergleich zur gesamten Abmessung. Somit ist die Magnetstreuung vernachlässigbar und das Magnetfeld kann als homogen angesehen werden. Weiterhin wird die Energie des Magnetfelds als im Luftspalt konzentriert angenommen und die Polarisation J_{Mag} im Metall gleich der magnetischen Induktion B_{Mag} gesetzt. Unter diesen Voraussetzungen ist die Magnetkraft gemäß maxwellischen Gesetzes berechnet:

$$F_{\text{Mag}} = \frac{B_{\text{Mag}}^2 \cdot A_{\text{Pol}}}{2 \cdot \mu_0} = \frac{B_{\text{Mag}} \cdot (H_{\text{Mag}} \cdot \mu_0) \cdot A_{\text{Pol}}}{2 \cdot \mu_0} = \frac{1}{2} \cdot B_{\text{Mag}} \cdot H_{\text{Mag}} \cdot A_{\text{Pol}} \quad (2.14)$$

mit

$$B_{\text{Mag}} = \mu \cdot H_{\text{Mag}} \quad (2.15)$$

Wobei A_{Pol} die wirkende Kontaktfläche des Magnetflusses ist. Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Erregung und der Magnetinduktion zeigt sich im magnetischen Fluss wie folgt:

$$\Phi_{\text{Mag}} = \int B_{\text{Mag}} dA_{\text{Pol}} \quad \text{oder} \quad \Phi_{\text{Mag}} = B_{\text{Mag}} \cdot A_{\text{Pol}} \quad (2.16)$$

Aus einer Ableitung der Gleichung (2.13) ergibt sich die Magnetkraft in Abhängigkeit des Magnetflusses:

$$F_{\text{Mag}} = \frac{\Phi_{\text{Mag}}^2}{2 \cdot A_{\text{Pol}} \cdot \mu_0} \quad (2.17)$$

Elektrische Erregung und Durchflutung

Die Bestimmung der Flussdichte erfolgt mithilfe des Durchflutungsgesetzes:

$$\Theta = \oint_l H_{\text{Mag}} dl \quad (2.18)$$

Dabei erfolgt die Durchflutung Θ durch den elektrischen Strom in der Spule. Bei der folgenden Betrachtung werden die Unterschiede bei der Berechnung der Durchflutung in den Anteilen l_1 , l_2 und l_3 nicht berücksichtigt. Für den in Abb.2.2 dargestellten magnetischen Kreis gilt entsprechend Abbildung für ein Polpaar:

$$\begin{aligned} \Theta &= \int_0^{2 \cdot s_{\text{Luft}}} H_{\text{Mag,Luft}} ds_{\text{Luft}} + \int_0^{l_1} H_{\text{Mag,Fe,1}} dl + \int_0^{l_2} H_{\text{Mag,Fe,2}} dl + \int_0^{l_3} H_{\text{Mag,Fe,3}} dl \\ &= H_{\text{Mag,Luft}} \cdot s_{\text{Luft}} + H_{\text{Mag,Fe,1}} \cdot l_1 + H_{\text{Mag,Fe,2}} \cdot l_2 + H_{\text{Mag,Fe,3}} \cdot l_3 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Mit der linearen Materialgleichung

$$B_{\text{Mag}} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_{\text{Mag}} \quad (2.20)$$

kann das Durchflutungsgesetz geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} \Theta &= H_{\text{Mag,Luft}} \cdot 2 \cdot s_{\text{Luft}} + H_{\text{Mag,Fe,1}} \cdot l_1 + H_{\text{Mag,Fe,2}} \cdot l_2 + H_{\text{Mag,Fe,3}} \cdot l_3 \\ &= \frac{B_{\text{Mag,Luft}}}{\mu_0} \cdot 2 \cdot s_{\text{Luft}} + \frac{B_{\text{Mag,Fe,1}}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,\text{Fe,1}}} \cdot l_1 + \frac{B_{\text{Mag,Fe,2}}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,\text{Fe,2}}} \cdot l_2 + \frac{B_{\text{Mag,Fe,3}}}{\mu_0 \cdot \mu_{r,\text{Fe,3}}} \cdot l_3 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Die elektrische Erregung (Durchflutung) ist $\Theta = N \cdot i_{\text{Spule}}$ mit Wicklungsanzahl N und Spulenstrom i_{Spule} . Gemäß dem elektrischen Satz (Maschensatz) in Abb.2.3, gilt:

$$\Theta = N \cdot i_{\text{Spule}} = V_{\text{Fe}} + V_0 = \Phi_{\text{Mag}} \cdot R_{m,\text{Fe}} + \Phi_{\text{Mag}} \cdot R_{m,0} \quad (2.22)$$

Die Erregung für die magnetische Spannung in Eisen und Luft ist V_{Fe} beziehungsweise V_0 . Der magnetische Fluss

$$\Phi_{\text{Mag}} = B_{\text{Mag}} \cdot A_{\text{Pol}} \quad (2.23)$$

wird als konstant angenommen.

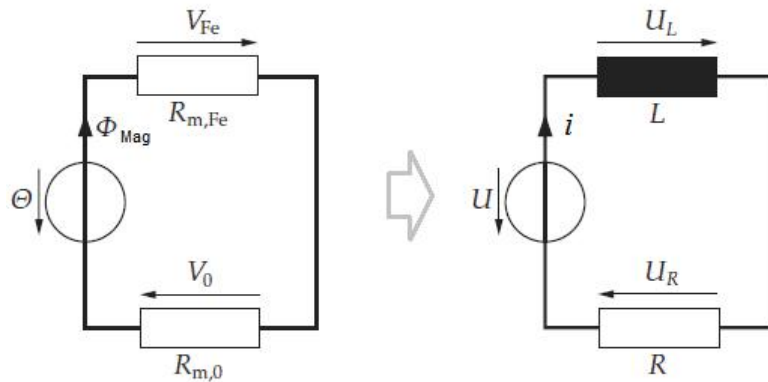


Abb.2.3: Ersatzschaltbild der Magnet- und Elektrokreise
[Ruskowski, 2004]

Für die magnetische Erregung in Luft und Eisen mit dem angegebenen Luftspalt s_{Luft} und der effektiven Eisenlänge l_{Fe} ist der nicht lineare, flussabhängige, dynamische magnetische Widerstand $R_{m,\text{Fe}}$ für Eisen:

$$R_{m,Fe}(\Phi_{Mag}) = \frac{2 \cdot l_{Fe}}{A_{Pol} \cdot \mu_{Fe} \left(\frac{2 \cdot \Phi_{Mag}}{A_{Pol}} \right)} \quad (2.24)$$

Für den Luftspalt ist der magnetische Widerstand $R_{m,0}$ linear und luftspaltabhängig:

$$R_{m,0}(s_{Luft}) = \frac{4 \cdot s_{Luft}}{A_{Pol} \cdot \mu_0} \quad (2.25)$$

Aufgrund der Nichtlinearität des Magnetwiderstands von Eisen lassen sich der Magnetfluss und die Magnetkraft in Form einer nicht linearen Differenzialgleichung darstellen [Ruskowski, 2004].

Magnetischer Fluss und Flussdichte

Durch das Ersatzschaltbild des elektrischen Kreises in Abb.2.3 kann der magnetische Kreis durch eine nichtlineare, luftspalt-, fluss- und stromabhängige Induktivität, sog.

$$L(s_{Luft}, \Phi_{Mag}) \text{ und } L(s_{Luft}, i_{Spule})$$

nachgebildet werden. Daraus ergibt sich die Gleichung für den Erregerstrom:

$$u_L = u - R \cdot i_{Spule} = L(s_{Luft}, i_{Spule}) \cdot \frac{di_{Spule}}{dt} \quad (2.26)$$

Dabei ist R der ohmsche Widerstand der Erregerwindungen. Die flussabhängige Induktivität ergibt sich wie folgt:

$$L(s_{Luft}, \Phi_{Mag}) = \frac{N^2}{R_{m,0}(s_{Luft}) + R_{m,Fe}(\Phi_{Mag})} \quad (2.27)$$

Der Spulenwiderstand R ist klein, aber temperaturabhängig. Eisen kann als magnetisch sättigungsfrei betrachtet werden und es gilt:

$$H_{Mag,Fe}(B_{Mag}) \approx 0 \quad (2.28)$$

Somit ist der Magnetwiderstand vernachlässigbar:

$$R_{m,Fe}(\Phi_{Mag}) \approx 0 \quad (2.29)$$

Als Lösung für den magnetischen Fluss ergibt sich:

$$\Phi_{Mag} = \frac{\Theta}{R_{m,Fe} + R_{m,0}} \approx \frac{\Theta}{R_{m,0}} = \frac{N \cdot i_{Spule}}{R_{m,0}} \quad (2.30)$$

[Ruskowski, 2004]

Eigenschaften der Elektromagnetspulen

Die wichtigsten Eigenschaften der Elektromagnetspulen können wie folgt zusammengefasst werden:

$$F_{Mag} = \frac{0,5 \cdot A_{Pol} \cdot \mu_0 \cdot N^2 \cdot i_{Spule}^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + l_{Luft} \right)^2} \approx k_{Mag}^e \cdot \frac{i_{Spule}^2}{l_{Luft}^2} \quad (2.31)$$

Hierbei besteht der Parameter der einseitigen Spule

$$k_{Mag}^e \approx \frac{A_{Pol} \cdot \mu_0 \cdot N^2}{2} \quad (2.32)$$

aus der Wicklungszahl N , der Kontaktfläche A_{Pol} , der Permeabilität des Raums μ_0 und der gesamten Luftlänge $l_{Luft} = 2 \cdot s_{Luft}$. Bereits in der Ableitung ist der Zusammenhang zwischen Strom und Luftspalt zu erkennen.

2.2.2.2 Linearisierung der Magnetkraft

Darstellung der Taylor-Methode und Derivation

Laut Quelle [Ament, 2017] stehen viele Methoden für die Systemanalyse oder für den Reglerentwurf stehen nur für lineare Systeme zur Verfügung. Daher kann die Konvertierung eines nichtlinearen Modells zu einem linearen Modell notwendig sein. Dazu muss zuerst ein Arbeitspunkt festgelegt werden, in dem anschließend die Linearisierung durchgeführt wird.

Die zeitveränderliche Größe $x(t)$ kann durch eine Abweichung $\Delta x(t)$ von diesem Arbeitspunkt x_0 beeinflusst:

$$x(t) = x_0 + \Delta x(t) \quad (2.33)$$

Es kann erwartet werden, dass die Abweichung $\Delta x(t)$ um Arbeitspunkt x_0 klein ist, wenn das System in der Nähe des Arbeitspunktes arbeitet. Das System wird in diesem Arbeitspunkt linearisiert. In diesem Fall ist die Abweichung der linearisierten Modelle im Gegensatz zum nichtlinearen Modell in der Umgebung des Arbeitspunktes klein.

Gegeben ist eine nichtlineare Kennlinie:

$$y(t) = F(u(t)) \quad (2.34)$$

Übergang zu Abweichungen vom Arbeitspunkt:

$$y_0 + \Delta y(t) = F(u_0 + \Delta u(t)) \quad (2.35)$$

Entwicklung in eine Taylorreihe bis zum linearen Glied:

$$y_0 + \Delta y(t) = F(u_0) + \left. \frac{\partial f(u)}{\partial u} \right|_{u_0} \cdot (\Delta u(t)) + (\text{Höhere Terme}) \quad (2.36)$$

Linearisierung der Kraft eines einachsigen Magnetlagers

Studie [Hampel, 2003] zum Thema magnetischer Kraft konnte zeigen, dass die signifikantesten Eigenschaften der einseitigen Elektromagnetspule für die in Abb.2.2 dargestellte Struktur wie folgt erfasst werden.

Ein Kraftmodell mit angegebenem Abstand in der Luft und einem Erregerstrom, der dem aktuellen Stand entspricht, spiegelt die Verhältnisse von Strom, Distanz und Kraft wider. Laut Quelle [Traxler, 1985] wird für alle Glieder des Regelkreises ein lineares Verhalten angestrebt, da die lineare Regeltheorie im Gegensatz zur nichtlinearen Regeltheorie vollständig ausformuliert ist. Die Methode der Linearisierung mittels Vormagnetisierung wird in oben genannter Quelle detailliert beschrieben. Abb.2.4 zeigt die Zunahme an Magnetkraft im Falle einer Verstärkung des Steuerstroms oder einer Abnahme der räumlichen Distanz im nominalen Arbeitspunkt mithilfe einer Ermittlung der Kurven-Gradienten.

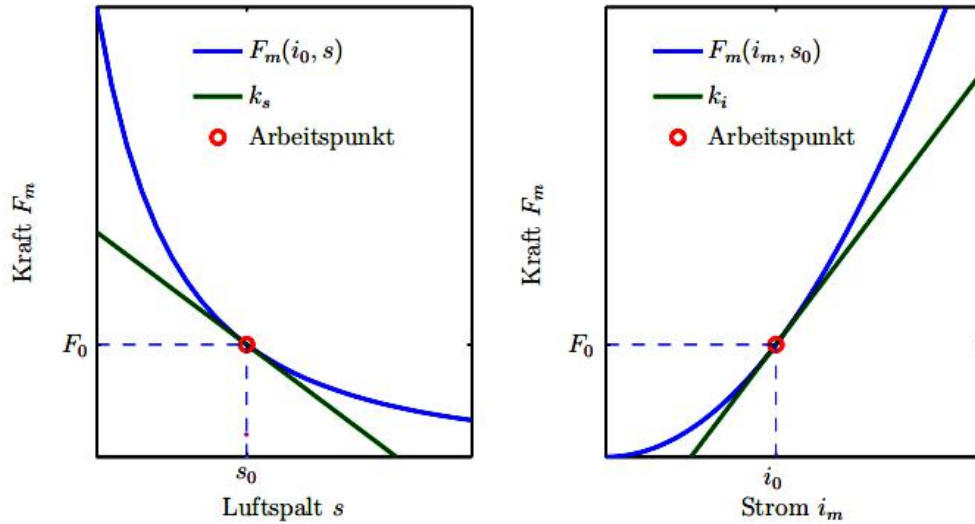


Abb.2.4: Darstellung der Kennlinien eines einachsigen Magnetlagers
[Spieß , 2011]

Laut der in Abb.2.4 genannten Methode liegt die Modellierung der Magnetkraft auf Basis der mathematischen Linearisierung der Kraft-Strom-Kurve sowie der Kraft-Luftspalt-Kurve in einem nominalen Arbeitspunkt (i_0, s_0) . Die Magnetkraft F_{Mag} ergibt sich aus folgender Formel:

$$F_{\text{Mag}} = F_{\text{Mag}}(i_0, s_0) + \frac{\partial F_{\text{Mag}}(i_{\text{Spule}}, s_{\text{Luft}})}{\partial i_{\text{Spule}}} \Big|_{(i_0, s_0)} \cdot (i_{\text{Spule}} - i_0) + \frac{\partial F_{\text{Mag}}(i_{\text{Spule}}, s_{\text{Luft}})}{\partial s_{\text{Luft}}} \Big|_{(i_0, s_0)} \cdot (s_{\text{Luft}} - s_0) \quad (2.37)$$

Auf den Kraft-Strom-Koeffizienten der Magnetkraft (ohne Sättigungseffekt) bezogen sieht die Gleichung wie folgt aus:

$$k_i^e = \frac{\partial F_{\text{Mag}}(i_{\text{Spule}}, s_{\text{Luft}})}{\partial i_{\text{Spule}}} \Big|_{(i_0, s_0)} = \frac{\mu_0 \cdot A_{\text{Pol}} \cdot N^2 \cdot i_0}{8 \cdot s_0^2} \quad (2.38)$$

Im Fall des Kraft-Luftspalt-Koeffizienten für die Magnetkraft ohne Sättigungseffekt:

$$k_s^e = \frac{\partial F_{\text{Mag}}(i_{\text{Spule}}, s_{\text{Luft}})}{\partial s_{\text{Luft}}} \Big|_{(i_0, s_0)} = -\frac{\mu_0 \cdot A_{\text{Pol}} \cdot N^2 \cdot i_0^2}{8 \cdot s_0^3} \quad (2.39)$$

Linearisierung der Kraft eines zweiachsigen Magnetlagers

In Quelle [Traxler, 1985] werden die Magnete paarweise im Magnetlager eingesetzt (siehe Abb.2.5), um bipolare Kräfte auf den Rotor ausüben zu können. Wie in Gleichung (2.31) dargestellt, besitzt die Magnetkraft ein quadratisches Abhängigkeitsverhältnis zum Erregungsstrom im sättigungsfreien Bereich. Dadurch können zwei gegenseitige angesteuerte Magneten eine physikalische, lineare Relation erzielen und die quadratischen Termen miteinander kompensieren.

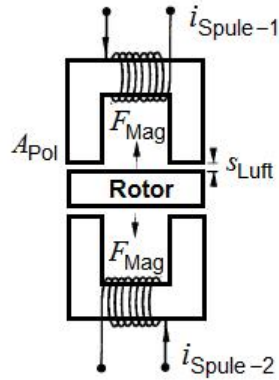


Abb.2.5: Funktionsprinzipien der zweiachsigen magnetischen Lagerung

Die doppelseitig wirkenden Magnetspulen weisen in Zusammenhang mit dem Steuerstrom i_u und der Rotorauslenkung x_{Rotor} folgende Parameter auf:

$$\begin{cases} i_{\text{Spule-1}} = i_0 + i_u \\ i_{\text{Spule-2}} = i_0 - i_u \end{cases} \text{ und } \begin{cases} s_{\text{Luft-1}} = s_0 - x_{\text{Rotor}} \\ s_{\text{Luft-2}} = s_0 + x_{\text{Rotor}} \end{cases} \quad (2.40)$$

Die doppelseitig wirkenden Magnetkräfte stellen sich ihrer linearen Beschreibung entsprechend wie folgt dar:

$$F_{\text{Mag}} = F_{\text{Mag-1}} - F_{\text{Mag-2}} \approx k_i \cdot i_u + k_s \cdot x_{\text{Rotor}} \quad (2.41)$$

Die linearen Koeffizienten lauten:

$$k_i = \frac{\partial F_{\text{Mag}}}{\partial i_u} = 2 \cdot k_i^e \quad \text{und} \quad k_s = \frac{\partial F_{\text{Mag}}}{\partial x_{\text{Rotor}}} = -2 \cdot k_s^e \quad (2.42)$$

Werden diese Größen mit dem newtonschen Bewegungsgesetz bzw. mit einer effektiven Rotormasse m_{Rotor} kombiniert, kann folgende Gleichung aufgestellt werden:

$$\ddot{x} = \frac{F_{\text{Mag}}}{m_{\text{Rotor}}} = \frac{k_i \cdot i_u(t) + k_s \cdot x_{\text{Rotor}}(t)}{m_{\text{Rotor}}} \quad (2.43)$$

woraus sich die linearisierte Übertragungsfunktion der Regelstrecke einer Wellenbewegung für das beidseitige Lager nach der folgenden Gleichung (mit dem Laplace-Faktor (s)) ergibt:

$$\frac{x_{\text{Rotor}}(s)}{i_u(s)} = \frac{\frac{k_i}{m_{\text{Rotor}}}}{s^2 - \frac{k_s}{m_{\text{Rotor}}}} \quad (2.44)$$

Die Übertragungsfunktion der zweiachsigen magnetischen Lagerung nach Gleichung (2.43) und (2.44) ist in Abb.2.6 als Blockschaltbild dargestellt.

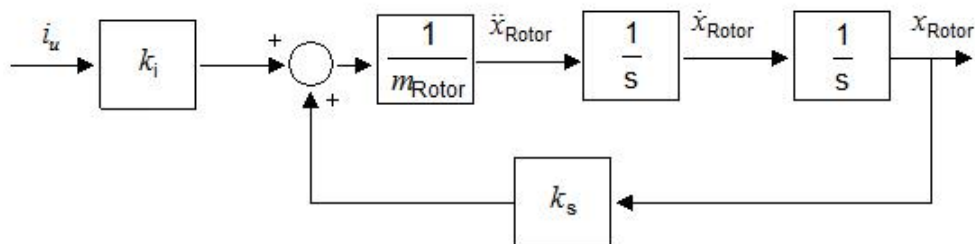


Abb.2.6: Blockdiagramm der Übertragungsfunktion einer zweiachsigen Lagerung

2.2.3 Darstellung der Leistungselektronik

2.2.3.1 Funktionsprinzipien der Leistungselektronik

Die Leistungselektronik wandelt das Stellsignal des Reglers in den Spulen um (siehe Abb.2.7). Die Leistungselektronik muss große Ausgangsströme bei hohen Ausgangsspannungen erzeugen können, um große statische und dynamische Kräfte zu bieten. Neben den Magnetspulen sind der Stromregler, der PWM-Spannungssteller und der Leistungsverstärker mit der konstanten Pulsamplitude U_{DC} die wesentlichen Kernelemente einer Magnetlagerung, die die primäre Regelstrecke bilden. Diese funktionellen Kernkomponenten werden durch Stromsensorik, Vorfilter und AD-Wandler ergänzt.

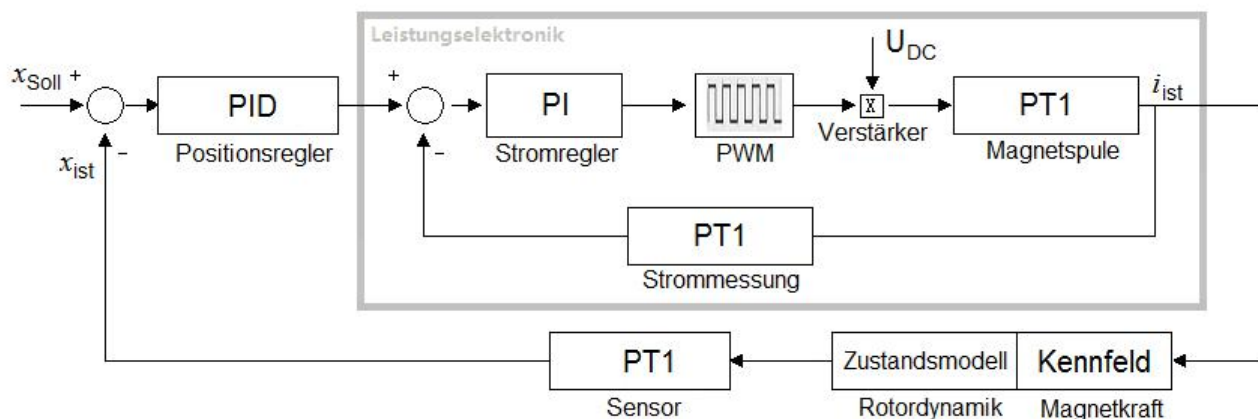


Abb.2.7: Grundstruktur der Leistungselektronik

Laut Quelle [Buro, 2003] erfordert der Einsatz von Magnetlagern ein hochdynamisches Kraftverhalten. Für die notwendige schnelle Ummagnetisierung der Magnetspulen sind Leistungsverstärker mit hoher Leistung notwendig, die einen schnellen Austausch der in den Magnetspulen gespeicherten Energie sowie eine Gegenwirkung gegen den ohmschen Verlust in den Spulen realisieren können. Die Blindleistung wird aufgrund der Induktivität der Lagerspulen verbraucht. Deswegen ist ein linearer geregelter Stromsteller für den Einsatz einer Magnetlagerung geeignet.

2.2.3.2 Verhalten der Magnetwicklung

Laut [Traxler, 1985] beruht die bisherige Verwendung der Magnetlagerung auf der still schweigenden Voraussetzung, dass der Strom in der Magnetlagerwicklung dem Sollwert ideal folgt. Die Magnetwicklung hat große Induktivität, die eine plötzlichen Stromänderung verursacht. Somit wird der Verstärker für eine schnelle Stromänderung eine hohe Ausgangsspannung benötigen. Für eine genauere Betrachtung des Magnetlagers muss die Wirkung der Induktivität L der Lagerwicklung somit berücksichtigt werden.

Die Quelle [Traxler, 1985] erläutert die Funktion der Ausgangsspannung:

„Die Spannung am Ausgang des Verstärkers teilt sich auf in den Anteil, der zur Erzeugung von Stromänderungen di_{Spule}/dt verwendet wird und in den Anteil, der zur Überwindung der ohmschen Last R der Magnetwicklung notwendig ist. Dazu kommt ein dritter Anteil: die durch den bewegten Rotor induzierte Spannung u_{ind} .

Dieser Anteil ist proportional der Geschwindigkeit dx_{Rotor}/dt des Rotors. Daher wird eine Proportionalitätskonstante $k_{\dot{x}}$ eingeführt.“

Die Spannung u am Ausgang des Verstärkers kann somit durch folgende Summe dargestellt werden:

$$u = u_R + u_L + u_{\text{ind}} = R \cdot i_{\text{Spule}} + L \cdot \frac{di_{\text{Spule}}}{dt} + k_{\dot{x}} \cdot \dot{x} \quad (2.45)$$

Die Induktivität L sei zeitlich konstant. Sie wird als Ruheinduktivität genannt, da sie bei stabil ruhend schwebender Welle im Arbeitspunkt definiert ist. Die induzierte Spannung u_{ind} wird in den meisten Anwendungen vernachlässigt [Gerhard, 1993]. Als Vereinfachung wird die Magnetspule als eine Reihenschaltung aus Widerstand und Induktivität betrachtet. Alle nicht linearen Faktoren der Spule, z. B. Stromsättigung, Spannungssättigung usw. sind nicht berücksichtigt:

$$u = R \cdot i_{\text{Spule}} + L \cdot \frac{di_{\text{Spule}}}{dt} \quad (2.46)$$

2.2.3.3 Verhalten des Leistungsverstärkers

Die Quelle [Bühler, 1997] erläutert die Eigenschaft der Leistungsverstärker. Um die Regelung der magnetischen Lagerung zu ermöglichen, muss die Leistung der Verstärker ausreichend stark sein. Da die Induktivität der Spulen relativ groß ist, sind die hohe Leistung der Verstärker benötigt, um die geforderte Grenze der Bandbreite zu erreichen.

Verstärker

Die Leistungsverstärker setzen die Stellsignale des Reglers in Steuerströme durch die Lagerwicklungen um. Die Leistungsverstärker sind, neben den Lagermagneten, Hauptverursacher der Leistungsverluste. Aus wirtschaftlichen sowie technischen Gründen wird versucht, einen Schaltverstärker zu verwenden, um die Leistungsverluste klein zu halten. Sind die Leistungsverluste nicht ausschlaggebend, werden Analogverstärker verwendet. Details zu den in Abb.2.8 dargestellten Analogverstärkern und Schaltverstärkern lassen sich in [Gerhard, 1993] und [Bühler, 1997] finden.

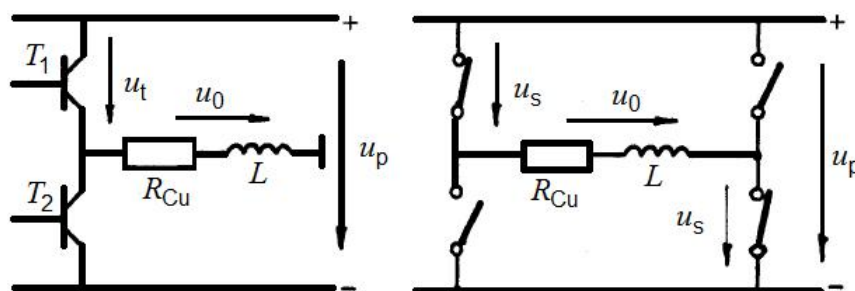


Abb.2.8: Grundstruktur der Analog- und Schaltverstärker
[Gerhard, 1993]

Stromregelung

Es wird versucht, den unterlagerten Stromregler nicht langsamer als die überlagerte Positionsregelung zu gestalten. Im Magnetlager tritt eine induzierte Spannung als geringer Effekt auf, da die bleibende Regelabweichung aufgrund des ohmschen Widerstandes der Magnetspulen bemerkbar ist. Dazu ist ein Stromregelkreis notwendig.

$$G_{\text{Spule}}(s) = \frac{i_{\text{Spule}}(s)}{u_{\text{Spule}}(s)} = \frac{1}{L_{\text{Spule}} \cdot s + R_{\text{Spule}}} \quad (2.47)$$

Der Strom kann in der Lagerspule mit einem einfachen P-Regler oder PI-Regler geregelt werden. Der Regelkreis wird mit einer idealen Strommessung geschlossen und es wird angenommen, dass die Spannung des Ausgangs vom Regler ideal in die Lagerspule eingeprägt wird [Immoberdorf, 2011]. Die dazugehörige Übertragungsfunktion zeigt, dass der geschlossene Stromregelkreis (SR) ein PT1-Verhalten hat:

$$G_{\text{SR}}(s) = \frac{i_{\text{ist}}(s)}{i_{\text{soil}}(s)} = \frac{G_{\text{Regler}}^{\text{Strom}}(s) \cdot G_{\text{VS}}(s) \cdot G_{\text{Spule}}(s) \cdot G_{\text{PWM}}(s)}{1 + G_{\text{Regler}}^{\text{Strom}}(s) \cdot G_{\text{VS}}(s) \cdot G_{\text{Spule}}(s) \cdot G_{\text{PWM}}(s)} \approx \frac{k_{\text{SR}}}{1 + s \cdot T_{\text{SR}}} \quad (2.48)$$

Für die gesamte Leistungselektronik wird der Regelkreis mit einer Wirkung aus Vorfilter (VF), Stromregler, PWM, Spule und Strommessung (SM) angenommen. Die dazugehörige Übertragungsfunktion zeigt, dass die geschlossene Funktion der Leistungselektronik (ui) sich als PT1-Verhalten annähern lässt:

$$\begin{aligned} G_{\text{ui}}(s) &= \frac{i_{\text{Spule}}(s)}{u_{\text{Regel}}(s)} \\ &= G_{\text{VF}}(s) \cdot \frac{G_{\text{Regler}}^{\text{Strom}}(s) \cdot G_{\text{VS}}(s) \cdot G_{\text{Spule}}(s) \cdot G_{\text{PWM}}(s) \cdot G_{\text{SM}}(s)}{1 + G_{\text{Regler}}^{\text{Strom}}(s) \cdot G_{\text{VS}}(s) \cdot G_{\text{Spule}}(s) \cdot G_{\text{PWM}}(s) \cdot G_{\text{SM}}(s)} \\ &\approx \frac{k_{\text{ui}}}{1 + s \cdot T_{\text{ui}}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

2.3 Zustandsraumdarstellung

2.3.1 Zeitkontinuierliches Systemmodell

Das Magnetlagersystem besteht grundsätzlich aus einem Rotor und fünf Paaren Magnetspulen. Die mechanische Kopplung des Rotors mit anderen Elementen und dem Antrieb wird nicht im Modell berücksichtigt. Der Strom fließt durch die Spulenwicklung ein und ein gerichtetes Magnetfeld wird aufgebaut. Der Rotor wird in fünf Freiheitsgraden gelagert. Die Grundkonstruktion ist in Abb.1.1 zu sehen.

Die Wahl der Zustandsgrößen hängt vom zu berücksichtigenden dynamischen System ab. In diesem Fall werden drei Teilmodelle, die Rotordynamik, die Leistungselektronik und die Magnetspule, für das gesamte Magnetlagersystem gebildet. Jedes Teilmodell stellt ein dynamisches System dar. Für die Beschreibung der Rotordynamik können das Lagrangesche Gesetz oder das Newton-Euler-Gesetz benutzt werden.

2.3.1.1 Rotormodell

Vorbetrachtung und mechanisches Ersatzmodell

Das dargestellte mathematische Modell enthält die Bewegungsgleichungen für den Rotor. Gegenstand der Untersuchungen ist ein vollständig berührungsfrei gelagerter Rotor (siehe Abb.2.10). Dabei üben zwei Radiallager und ein Axiallager die Kräfte und die Momente auf den Rotor aus. Die aus diesem Modell ermittelten Beziehungen dienen als Ausgangspunkte für die Regelung der Magnetlager. Um die wichtigsten Merkmale des Systems im Modell wiederzufinden, werden folgende Annahmen und Voraussetzungen getroffen [Stegemann, 1995]:

- Der Rotor wird als starr angenommen.
- Der Antrieb erfolgt um die Figurenachse des Rotors und soll außer dem Antriebsmoment keine Kräfte auf den Rotor ausüben.
- Die durch die Arbeitsmaschine auf den Rotor ausgeübten Kräfte greifen als variierende Störkräfte am Rotor an.
- Die Kraft des Axiallagers greift auf der Rotorachse an. Sie kann in eine Kraft in Z-Richtung sowie eine Rückstellkraft in X- und Y-Richtung zerlegt werden. Letztere wirkt bei kleinen Auslenkungen wie eine Feder mit einer magnetischen Federkonstante. Diese Kraft wird jeweils von einer Regelkraft überlagert, die jedoch so klein sein soll, dass die dadurch auftretende Komponente in X- und Y-Richtung vernachlässigbar ist.
- Die radialen Magnetlagerkräfte sollen an diskreten Stellen des Rotors angreifen.
- Die Deviationsmomente sind betragsmäßig klein gegenüber der Trägheitsmomente. Die Massenträgheitsmomente um die Querachse sollen gleich sein, so dass der Rotor trotz Unwucht als rotationssymmetrisch betrachtet werden kann ($J_{\text{Rotor-XX}} = J_{\text{Rotor-YY}}$).
- Der Rotor soll nur kleine Bewegungen um eine vorgegebene Soll-Lage ausführen.

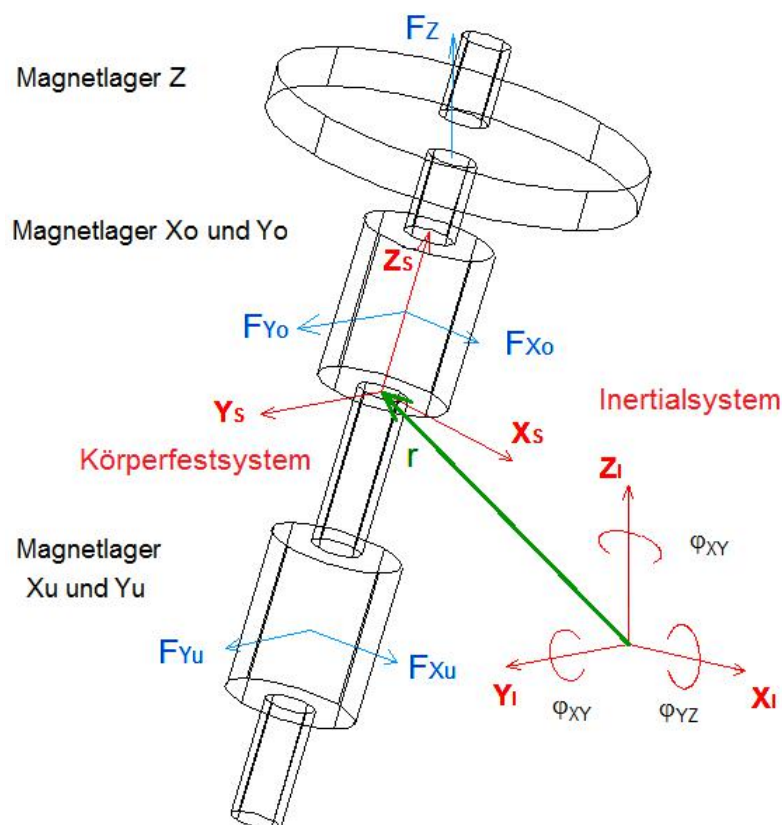


Abb.2.10: Mechanisches Ersatzmodell des Rotors

Nach der Ableitung in Anh.2.1 lassen sich die Bewegungsgleichungen wie folgt zusammenfassen.

Die Lagematrix lautet:

$$\bar{X} = [x_z \quad x_x \quad \varphi_{xz} \quad x_y \quad \varphi_{yz}]^T \quad (2.50)$$

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\overline{\overline{M}} \cdot \overline{\overline{\dot{X}}}(t) + \overline{\overline{D}} \cdot \overline{\overline{\dot{X}}}(t) + \overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{X}}(t) = \overline{\overline{B}} \cdot \overline{\overline{U}}(t) + \overline{\overline{V}}_{\text{Unwucht}} \cdot \overline{\overline{v}}(t) + \overline{\overline{S}}_{\text{St}} \cdot \overline{\overline{s}}(t) \quad (2.51)$$

mit

$\overline{\overline{M}}$ -- Massenmatrix

$\overline{\overline{D}}$ -- Matrix der geschwindigkeitsabhängigen Kräfte

$\overline{\overline{B}}$ -- Stellmatrix

$\overline{\overline{V}}_{\text{Unwucht}}$ -- Störmatrix durch Unwuchten

$\overline{\overline{S}}_{\text{St}}$ -- Störmatrix durch äußere Kräfte

$\overline{\overline{U}}$ -- Stellmatrix

$\overline{\overline{v}}$ -- Störeingangsmatrix

$\overline{\overline{s}}$ -- Störkraftmatrix

Die Matrix der Stellgrößen lautet:

$$\overline{\overline{U}} = [F_Z \quad F_X \quad M_{XZ} \quad F_Y \quad M_{YZ}]^T \quad (2.52)$$

Störkraftmatrix und Störeingangsmatrix sind:

$$\overline{\overline{s}} = [F_{Z-\text{St}} \quad F_{X-\text{St}} \quad M_{XZ-\text{St}} \quad F_{Y-\text{St}} \quad M_{YZ-\text{St}}]^T \quad (2.53)$$

$$\overline{\overline{v}} = [\sin(\varphi_{XY}) \quad \cos(\varphi_{XY})]^T \quad (2.54)$$

2.3.1.2 Modellierung der Magnetkraft

Wie in Abschnitt 3.1.1 bereits festgestellt wurde, besitzt ein Elektromagnet eine stark nicht lineare Strom-Luftspalt-Kraft-Relation. Aus diesem Grund können in der Praxis für den Reglerentwurf hauptsächlich linearisierte Modelle zum Einsatz kommen. Im einfachsten Fall handelt es sich hierbei um ein MISO-lineares Modell mit zwei Steifigkeitsparametern, die für Anwendungen mit geringer Genauigkeit ausreichen. Damit gilt die Magnetkraft aus Gleichung (2.41).

Für den Einsatz der Spielepaare in der axialen und beiden radialen Richtungen gilt für Magnetkraft und Kraftmoment:

$$F_Z = k_{i-Z} \cdot i_{u-Z} + k_{s-Z} \cdot x_Z \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} F_X &= F_{Xo} + F_{Xu} \\ &= (k_{i-Xo} \cdot i_{u-Xo} + k_{s-Xo} \cdot x_{\text{Mag-Xo}}) + (k_{i-Xu} \cdot i_{u-Xu} + k_{s-Xu} \cdot x_{\text{Mag-Xu}}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} F_Y &= F_{Yo} + F_{Yu} \\ &= (k_{i-Yo} \cdot i_{u-Yo} + k_{s-Yo} \cdot x_{\text{Mag-Yo}}) + (k_{i-Yu} \cdot i_{u-Yu} + k_{s-Yu} \cdot x_{\text{Mag-Yu}}) \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$M_{XZ} = F_{Xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} - F_{Xu} \cdot l_{\text{Mag-u}} \quad (2.58)$$

$$M_{YZ} = F_{Yo} \cdot l_{\text{Mag-o}} - F_{Yu} \cdot l_{\text{Mag-u}} \quad (2.59)$$

mit der Berechnung für oberen Teil:

$$x_{\text{Mag-Xo}} \approx x_X + l_{\text{Mag-o}} \cdot \varphi_{XZ}, \quad x_{\text{Mag-Yo}} \approx x_Y + l_{\text{Mag-o}} \cdot \varphi_{YZ} \quad (2.60)$$

und für unteren Teil:

$$x_{\text{Mag-Xu}} \approx x_X - l_{\text{Mag-u}} \cdot \varphi_{XZ}, \quad x_{\text{Mag-Yu}} \approx x_Y - l_{\text{Mag-u}} \cdot \varphi_{YZ} \quad (2.61)$$

2.3.1.3 Modellierung der Elektronik

Wie in Quelle [Gärtner, 2007], [Ruskowski, 2004] und [Viggiano, 1992] bereits festgestellt, besitzt die Leistungselektronik inklusive Magnetspule und Stromregler eine Übertragungsfunktion mit sehr hoher Ordnungszahl, was nicht zur Zustandsgleichung passt. Die schlecht bzw. nicht modellierbaren Einflüsse machen eine zusätzlich analytisches Modell unmöglich. Aus diesem Grund können in der Praxis ausschließlich Näherungsmodelle als PT1-Glied in einem zeitkontinuierlichem Modell zum Einsatz kommen. Gemäß PT1-Verhalten in Gleichung (2.49) lautet die Funktion der Magnetspulen:

$$\dot{i}_{\text{Spule}}(t) = -\frac{1}{T_{\text{ui}}} \cdot i_{\text{Spule}}(t) + \frac{k_{\text{ui}}}{T_{\text{ui}}} \cdot u_{\text{Regel}}(t) \quad (2.62)$$

Für den Einsatz der vollständigen Lagerung sind fünf Paare Magnetspulen in der Zustandsgleichung betrachtet. Die Stellgrößen der Magnetspulen i_u werden durch eine Matrix beschrieben:

$$\bar{I} = [i_{u-Z} \quad i_{u-Xo} \quad i_{u-Xu} \quad i_{u-Yo} \quad i_{u-Yu}]^T \quad (2.63)$$

Dementsprechend existiert eine Matrix für die Regelgröße:

$$\bar{U} = [u_{\text{Regel-Z}} \quad u_{\text{Regel-Xo}} \quad u_{\text{Regel-Xu}} \quad u_{\text{Regel-Yo}} \quad u_{\text{Regel-Yu}}]^T \quad (2.64)$$

Für den Reglerentwurf ist eine Modellierung der Systemfunktion der Spulen mit konstanten Parametern gemäß Gleichung (2.62) nicht optimal. Eine Adaption der Modellbildung mit Soft Computing wird in Abschnitt 3.2 untersucht.

2.3.1.4 Erstellung der Zustandsgleichung

Transformation der Sensorsignale

Die Sensoren sollen die Rotorlage in jedem Magnetlager messen können. Laut [Hampel, 2003] wandelt die Transformationsfunktion in Gleichung (2.65) die Messsignale x_{Mess} zur Rotorposition x und dem Drehwinkel φ im Schwerpunkt um (siehe Abb.6.3 in Abschnitt 6.3):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & l_{\text{Sen-o}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -l_{\text{Sen-u}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & l_{\text{Sen-o}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -l_{\text{Sen-u}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_Z \\ x_X \\ \varphi_{XZ} \\ x_Y \\ \varphi_{YZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\text{Mess-Z}} \\ x_{\text{Mess-Xo}} \\ x_{\text{Mess-Xu}} \\ x_{\text{Mess-Yo}} \\ x_{\text{Mess-Yu}} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Die Position in Z-Richtung wird mit einem separaten Sensor versehen. Die vernachlässigbare Beeinflussung der axialen Verschiebung durch die Radiallagergrößen ergibt sich aus geometrischen Beziehungen und wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$x_{\text{Mess-Z}} = x_Z + x_X \cdot \varphi_{XZ} - x_Y \cdot \varphi_{YZ} \approx x_Z \quad (2.66)$$

Kopplungen der Teilmodelle

Mit den Gleichungen aus den Abschnitten 2.3.1.1, 2.3.1.2 und 2.3.1.3 werden die einzelnen Komponenten der kontinuierlichen Regelstrecke beschrieben. Deren Zusammenfassung ergibt die Zustandsgleichung in Standardform ohne Berücksichtigung der Unwucht:

$$\ddot{\bar{X}}(t) = \bar{\tilde{A}} \cdot \bar{X}(t) + \bar{\tilde{B}} \cdot \bar{U}(t) \quad (2.67)$$

$$\bar{Y}(t) = \bar{H} \cdot \bar{X}(t) \quad (2.68)$$

Die generalisierte Auslenkung, Geschwindigkeit, der Drehwinkel, die Winkel-

geschwindigkeit, Stellgröße bzw. Magnetkraft und das Kraftmoment werden durch eine Zustandsmatrix beschrieben. Die Kopplung der generalisierten Teilmatrix ist als $\{15 \times 1\}$ -dimensionale Zustandsmatrix darstellbar:

$$\bar{X} = [x_Z \quad \dot{x}_Z \quad i_{u-Z} \quad x_X \quad \dot{x}_X \quad \varphi_{XZ} \quad \dot{\varphi}_{XZ} \quad \dots \quad i_{u-X_0} \quad i_{u-X_u} \quad x_Y \quad \dot{x}_Y \quad \varphi_{YZ} \quad \dot{\varphi}_{YZ} \quad i_{u-Y_0} \quad i_{u-Y_u}]^T \quad (2.69)$$

Die bezogene Massenmatrix lautet:

$$\bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{A}}_Z & \bar{0}_{m \times n} & \bar{0}_{m \times n} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{\bar{A}}_{XZ} & \bar{\bar{A}}_{XZ-\Omega} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{\bar{A}}_{YZ-\Omega} & \bar{\bar{A}}_{YZ} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

mit Teilmatrix $\bar{\bar{A}}_Z$, $\bar{\bar{A}}_{XZ}$, $\bar{\bar{A}}_{XZ-\Omega}$, $\bar{\bar{A}}_{YZ}$, $\bar{\bar{A}}_{YZ-\Omega}$ (siehe Anh.2.3) und Null-Matrix $\bar{0}_{m \times n}$

$$\bar{0}_{m \times n} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (2.71)$$

Die Beobachtungsmatrix \bar{H} setzt sich aus einer $\{15 \times 5\}$ -Matrix für die messbare Rotorposition sowie den Rotordrehwinkel zusammen:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \bar{H}_Z & \bar{0}_{m \times n} & \bar{0}_{m \times n} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{H}_{XZ} & \bar{0}_{m \times n} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{0}_{m \times n} & \bar{H}_{YZ} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$\bar{H}_Z = [1 \quad 0 \quad 0], \quad \bar{H}_{XZ} = \bar{H}_{YZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_{\text{Sen-o}} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -l_{\text{Sen-u}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Die Eingangsmatrix für die Stellgröße der Magnetkraft sowie des Kraftmoments der Welle setzt sich aus einer $\{15 \times 5\}$ -Matrix zusammen:

$$\bar{\bar{B}} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{B}}_Z & \bar{0}_{m \times n} & \bar{0}_{m \times n} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{\bar{B}}_{XZ} & \bar{0}_{m \times n} \\ \bar{0}_{m \times n} & \bar{0}_{m \times n} & \bar{\bar{B}}_{YZ} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$\bar{\bar{B}}_Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_{ui-Z}}{T_{ui-Z}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{B}}_{XZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{ui-X_0}}{T_{ui-X_0}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{ui-X_u}}{T_{ui-X_u}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{B}}_{YZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{ui-Y_0}}{T_{ui-Y_0}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{ui-Y_u}}{T_{ui-Y_u}} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Bei Verfügbarkeit einer entsprechenden Hardware-Regelstruktur kann mit diesem Modell prinzipiell ein einheitlicher Regelkreis für die Magnetlagerung realisiert werden. Dies ermöglicht eine Berücksichtigung variabler Wellendrehzahlen, aufgrund derer beim Prozess eine Änderung der Übertragungsfunktion verursacht wird. Im Standardmodell sind jedoch die Unwucht der Welle und der Abstand zwischen Schwerpunkt und Bezugspunkt nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund entfallen die Elemente dafür in der Systemgleichung. Ebenso reduzieren sich die Dimension der Systemmatrix und die Ordnungszahl der Übertragungsfunktion.

2.3.2 Zeitdiskrete Zustandsgleichung

Zweckmäßig lassen sich Systemgleichungen zum Zweck der Reglerauslegung diskretisieren.

Messeinrichtung

Das Lagesignal eines starren Körpers im Raum wird durch eine Sensorik bestimmt. Die Darstellung der Struktur und der Aufbau der Sensorik lassen sich in [Hampel, 2003] finden. Hier wird ausschließlich die Übertragungsfunktion der Sensorik vorgestellt. Zur Darstellung der Sensordynamik existiert eine PT1-Übertragungsfunktion mit der wahren Zustandsgröße x_{ist} und dem Messsignal x_{Mess} :

$$\frac{x_{\text{Mess}}(s)}{x_{\text{ist}}(s)} = \frac{k_{\text{Sen}}}{T_{\text{Sen}} \cdot s + 1} \quad (2.76)$$

Für diskrete Signale der Messeinrichtung aus der Z-Transformation lautet die Gleichung:

$$\frac{x_{\text{Mess}}(z)}{x_{\text{ist}}(z)} = k_{\text{Sen}} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_{\text{Sen}}}}{z - e^{-T/T_{\text{Sen}}}} \quad (2.77)$$

Zur Schätzung der Messsignale des kommenden Zeitpunktes muss die Gleichung der Messeinrichtung nach Umrechnung in folgender Form aufgestellt werden:

$$x_{\text{Mess}}(k+1) = x_{\text{Mess}}(k) \cdot (1 - e^{-T/T_{\text{Sen}}}) + x_{\text{ist}}(k) \cdot k_{\text{Sen}} \cdot e^{-T/T_{\text{Sen}}} \quad (2.78)$$

Leistungselektronik

Die äquivalente Stellgröße (sog. Spulenstrom) i_{Spule} wird mit der Regelgröße u_{Regel} durch eine Übertragungsfunktion beschrieben. Die Funktion ist durch ein PT1-Glied in Gleichung (2.49) gegeben, wobei die Parameter k_{ui} und T_{ui} relativ zum Leistungsverstärker sind, der Eigenschaft der Elektronikkomponente. Die äquivalente Stellgröße zum kommenden Zeitpunkt lässt sich mittels z-Umrechnung berechnen:

$$i_u(k+1) = i_u(k) \cdot (1 - e^{-T/T_{\text{ui}}}) + u_{\text{Regel}}(k) \cdot k_{\text{ui}} \cdot e^{-T/T_{\text{ui}}} \quad (2.79)$$

Rotordynamik

Zweckmäßig lässt sich die Gleichung der Rotordynamik, im idealen Fall mit Annäherung $J_{\text{Rotor-XY}} \approx 0$ in Anh.2.1, diskretisieren. Die diskrete Bewegungsgleichung der horizontalen und axialen Richtungen in Matrizenform lautet:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{\text{RD}} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\text{RD}} \cdot \bar{U}(k) + \bar{C}_{\text{RD}} \cdot \bar{U}_{\text{St}}(k) \quad (2.80)$$

mit Zustandsmatrix:

$$\bar{X}(k) = [x_z(k) \quad v_z(k) \quad x_x(k) \quad v_x(k) \quad \phi_{\text{XZ}}(k) \quad \omega_{\text{XZ}}(k) \quad x_y(k) \quad v_y(k) \quad \phi_{\text{YZ}}(k) \quad \omega_{\text{YZ}}(k)]^T \quad (2.81)$$

Eingangsmatrix:

$$\bar{U}(k) = [F_{\text{Mag-Z}}(k) \quad F_{\text{Mag-Xo}}(k) \quad F_{\text{Mag-Xu}}(k) \quad F_{\text{Mag-Yo}}(k) \quad F_{\text{Mag-Yu}}(k)]^T \quad (2.82)$$

Störmatrix:

$$\bar{U}_{\text{St}}(k) = [F_{\text{St-Z}}(k) \quad F_{\text{St-X}}(k) \quad M_{\text{St-XZ}}(k) \quad F_{\text{St-Y}}(k) \quad M_{\text{St-YZ}}(k)]^T \quad (2.83)$$

Die Matrizen für die diskrete Zustandsraumdarstellung lassen sich in Anh.2.2 finden.

Kombination von Rotordynamik, Messeinrichtung und Leistungselektronik

Die voneinander unabhängigen und stochastischen Zustände, wie zum Beispiel die Störkraft, das Störkraftmoment, werden in Zustandsmatrix berücksichtigt. Mit diesen Gleichungen ist das gesamte Modell wie folgt aufgestellt:

$$\bar{X}(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{A}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{A}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{A}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{X}(k) + \begin{bmatrix} \bar{B}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{B}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{B}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{U}(k) \quad (2.84)$$

Aus Gründen der Messbarkeit und Beobachtbarkeit können die Strom- und Lagesignale aus der Zustandsmatrix als Beobachtungsgrößen gewählt werden.

$$\bar{Y}(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{H}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{H}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{H}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{X}(k) \quad (2.85)$$

mit Teilmatrizen / Matrixelementen in Anh.2.4. Im Modell gehören die Regelsignale zur Eingangsmatrix:

$$\bar{U}(k) = [u_{\text{Regel-Z}}(k) \quad u_{\text{Regel-Xo}}(k) \quad u_{\text{Regel-Xu}}(k) \quad u_{\text{Regel-Yo}}(k) \quad u_{\text{Regel-Yu}}(k)]^T$$

mit folgenden Betrachtungen:

- die Kombination der Störgröße aus Gleichung (2.83) in Zustandsmatrix \bar{X} ,
- die Ermittlung der linearisierten Magnetkraft aus den Gleichungen (2.55) bis (2.61),
- die Ableitung der Spulenströme aus Gleichung (2.62),
- bzw. die Eingruppierung der in Gleichung (2.63) aufgelisteten Spulenströme in Zustandsmatrix \bar{X} ,

lässt sich die in Gleichung (2.81) dargestellte Zustandsmatrix wie folgt umformulieren:

$$\begin{aligned} \bar{X}(k) = & [x_Z(k) \quad v_Z(k) \quad F_{\text{St-Z}}(k) \quad i_{u-Z}(k) \quad x_{u-Z}(k) \quad \dots \\ & x_X(k) \quad v_X(k) \quad \varphi_{XZ}(k) \quad \omega_{XZ}(k) \quad F_{\text{St-X}}(k) \quad M_{\text{St-XZ}}(k) \quad x_{\text{Mess-X}}(k) \quad \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k) \quad i_{u-Xo}(k) \quad i_{u-Xu}(k) \quad \dots \\ & x_Y(k) \quad v_Y(k) \quad \varphi_{YZ}(k) \quad \omega_{YZ}(k) \quad F_{\text{St-Y}}(k) \quad M_{\text{St-YZ}}(k) \quad x_{\text{Mess-Y}}(k) \quad \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k) \quad i_{u-Yo}(k) \quad i_{u-Yu}(k)]^T \end{aligned} \quad (2.86)$$

mit Matrix der Beobachtungsgrößen:

$$\bar{Y}(k) = \begin{bmatrix} i_{u-Z}(k) \\ x_{\text{Mess-Z}}(k) \\ x_X(k) \\ \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k) \\ i_{u-Xo}(k) \\ i_{u-Xu}(k) \\ x_{\text{Mess-Y}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k) \\ i_{u-Yo}(k) \\ i_{u-Yu}(k) \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

2.4 Grundlage der Positionsregelung

2.4.1 Klassische Lageregelung

Die betreffende Strecke hat die Ordnung 2 und lässt sich typischerweise mit einem Proportional-Differential-Regler (PD-Regler) stabilisieren. Der geschlossene Regelkreis der zweiachsigen magnetischen Lagerung ist in Abb.2.11 als Blockschaltbild dargestellt.

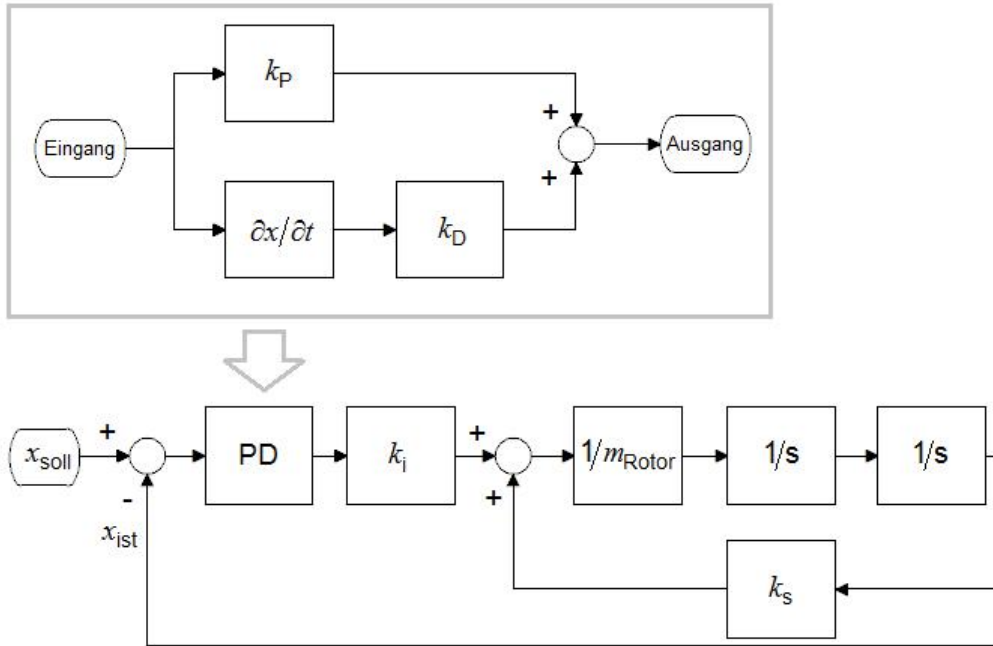


Abb.2.11: Blockdiagramm der Übertragungsfunktion mit PD-Regelung

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises lautet:

$$i_u = (x_{soll} - x_{ist}) \cdot k_P + \frac{\partial(x_{soll} - x_{ist})}{\partial t} \cdot k_D \approx -x_{ist} \cdot k_P - \dot{x}_{Rotor} \cdot k_D \quad \text{mit } x_{soll} = 0 \quad (2.88)$$

$$\ddot{x} = \frac{F_{Mag}}{m_{Rotor}} = \frac{x \cdot (-k_i \cdot k_P + k_s) - \dot{x} \cdot (k_i \cdot k_D)}{m_{Rotor}} \Rightarrow \frac{k_{Feder} \cdot x + d_{Feder} \cdot \dot{x}}{m_{Rotor}} \quad (2.89)$$

$$0 = m_{Rotor} \cdot x \cdot s^2 + x \cdot (k_i \cdot k_D) \cdot s + x \cdot (k_i \cdot k_P - k_s) \quad (2.90)$$

mit Federsteifigkeit $k_{Feder} = -k_i \cdot k_P + k_s$ und Dämpfung $d_{Feder} = -k_i \cdot k_D$.

Die Reglerparameter k_P , k_D , der Steifigkeitsparameter k_s und der Kraft-Strom-Faktor k_i bestimmen das dynamische Verhalten des gedämpften Feder-Masse-Systems. Dieses System ist in Abb.2.12 schematisch dargestellt.

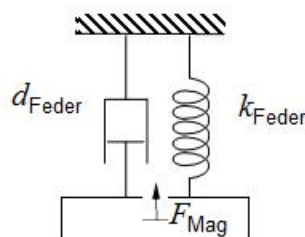


Abb.2.12: Annäherung des Regelkreises als Feder-Dämpfung-System

2.4.2 Analyse mittels Masse-Feder-Dämpfung-Systems

Gemäß der Darstellung in Abb.2.12 zur Reglerauslegung bzw. Analyse mithilfe der Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade, lässt sich der geschlossene Regelkreis zweckmäßig mittels eines Masse-Feder-Dämpfung-Systems (siehe Abb.2.13) annähern.

Grundlage eines Masse-Feder-Dämpfung-Systems

Ein System ist durch n homogene lineare Dgl. 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben. Die Lösung liefert im Allgemeinen ein Exponentialansatz:

$$\bar{X} = \bar{C} \cdot e^{\lambda \cdot t} \quad (2.91)$$

Somit sind die zugehörigen Eigenwerte rein imaginär ($\lambda_n = \pm i \cdot \omega_{Na}$). Analog zum Schwinger mit einem Freiheitsgrad führt der folgende Ansatz schneller zum Ziel:

$$\bar{X} = \bar{\varphi}_{\text{eig}} \cdot (A \cdot \cos(\omega \cdot t) + B \cdot \sin(\omega \cdot t)) \quad (2.92)$$

oder

$$\bar{X} = \bar{\varphi}_{\text{eig}} \cdot \bar{C} \cdot \cos(\omega_f \cdot t - \alpha_0) \quad (2.93)$$

mit

$$x_1 = \varphi_{\text{eig}-1} \cdot C_1 \cdot \cos(\omega_f \cdot t - \alpha_0)$$

$$x_2 = \varphi_{\text{eig}-2} \cdot C_2 \cdot \cos(\omega_f \cdot t - \alpha_0)$$

$$x_3 = \varphi_{\text{eig}-3} \cdot C_3 \cdot \cos(\omega_f \cdot t - \alpha_0)$$

Dies bedeutet, dass alle Koordinaten x_i mit der gleichen Frequenz ω_f schwingen und die Amplituden zeitunabhängig sind. Diese Gleichung wird als allgemeines Eigenwertproblem bezeichnet:

$$|\bar{K} - \omega_{Na}^2 \cdot \bar{M}| \cdot \bar{\varphi}_{\text{eig}} = 0 \quad \text{mit} \quad \bar{\varphi}_{\text{eig}} \neq 0 \quad (2.94)$$

Es ist ein lineares homogenes Gleichungssystem n. Ordnung für die unbekannten Eigenvektoren. Dieses System hat die charakteristische Gleichung:

$$|\bar{K} - \omega_{Na}^2 \cdot \bar{M}| = 0 \quad (2.95)$$

Ihre n Wurzeln $\omega_{Na-m}^2, \forall (m=1 \dots n)$ heißen Eigenwerte, ω_{Na} ist die Eigenkreisfrequenz des Systems.

Dynamische Eigenschaft der Lagerung eines Rotors

Als Motivation für die nachfolgenden Untersuchungen eines Masse-Feder-Dämpfung-Systems können die Aufgabenstellungen angeführt werden. Die Zielsetzung ist die Erprobung einer Regelstrategie zur Bestimmung von dynamischen Strukturmodellen. Mit der Betrachtung des Masse-Feder-Dämpfung-Systems erfolgt eine Untersuchung der dynamischen Eigenschaft.

Bei Idealisierung der mechanischen Eigenschaften der Rotordynamik als ein System aus Masse-, Feder- und Dämpfungselementen kann unter Voraussetzung kleiner Variationen näherungsweise lineares Verhalten angenommen werden. Aufgrund dieser Annahme kann das nachfolgende System aus PD-geregelten Bewegungsgleichungen formuliert werden.

Nach Modellabbildung und Aufstellung folgt die Behandlung des Schwingungsproblems der Magnetlagerung. In dieser Arbeit findet eine Beschränkung auf lineare Schwinger mit konstanten Koeffizienten statt. Die Bewegungsgleichungen mehrerer Freiheitsgrade auf Basis der Gleichung (2.51) werden wie folgt erstellt, indem die äußeren Kräfte gleich null gesetzt werden.

$$\bar{\bar{M}} \cdot \bar{\ddot{X}} + \bar{\bar{D}} \cdot \bar{\dot{X}} + \bar{\bar{K}} \cdot \bar{X} = 0 \quad (2.96)$$

mit $\bar{\bar{M}}$ als Massenmatrix, $\bar{\bar{D}}$ als Dämpfungsmatrix und $\bar{\bar{K}}$ als Steifigkeitsmatrix.

Hauptziel bei der Lösung ist die Bestimmung der Kernparameter, sog. Eigenfrequenz und Dämpfungsgrad. Zur Beurteilung der Schwingungseigenschaften einer Struktur sind die Eigenfrequenzen die wichtigsten Größen. Für die geschlossene Regelstrecke mit PD-Regler aus der Ableitung der Gleichungen (2.88) bis (2.90) lässt sich die Führungsübertragungsfunktion der axialen Richtung wie folgt formulieren:

$$G(s) = \frac{x_{\text{ist}}(s)}{x_{\text{soll}}(s)} = \frac{k_{i-z} \cdot (k_{D-z} \cdot s + k_p)}{m_{\text{Rotor}} \cdot s^2 + k_{i-z} \cdot k_{D-z} \cdot s + (k_{i-z} \cdot k_{p-z} - k_{s-z})} \quad (2.97)$$

Das approximierte Feder-Masse-System

$$s^2 + \frac{d_D}{m_{\text{Rotor}}} \cdot s + \frac{k_{\text{Feder}}}{m_{\text{Rotor}}} = 0 \quad \text{oder} \quad s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_{\text{Na}} \cdot s + \omega_{\text{Na}}^2 = 0 \quad (2.98)$$

mit einem Freiheitsgrad lautet:

$$m_{\text{Rotor}} \cdot s^2 + k_{i-z} \cdot k_{D-z} \cdot s + (k_{i-z} \cdot k_{p-z} - k_{s-z}) = 0 \quad (2.99)$$

mit Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems

$$\omega_{\text{Na}} = \sqrt{\frac{k_{i-z} \cdot k_{p-z} - k_{s-z}}{m_{\text{Rotor}}}} \quad (2.100)$$

und Dämpfungsgrad

$$\zeta = \frac{k_{D-z} \cdot k_{i-z}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}} \cdot \sqrt{k_{i-z} \cdot k_{p-z} - k_{s-z}}} \quad (2.101)$$

Durch Wahl geeigneter Regelparameter kann erreicht werden, dass der Nenner keine Nullstellen in der rechten s-Halbebene enthält. Es ist deutlich, dass bei diesem System zwischen Schwingfall, Kriechfall und aperiodischem Grenzfall aufgrund Eigenfrequenz und Dämpfungsgrad unterschieden werden muss.

$$p_s = -\zeta \cdot \omega_{\text{Na}} \pm \sqrt{\zeta^2 \cdot \omega_{\text{Na}}^2 - \omega_{\text{Na}}^2} \quad (2.102)$$

Für die geschlossene PD-geregelte Strecke lässt sich die Führungsübertragungsfunktion der radialen Richtung XZ / YZ als Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden beschreiben.

$$\bar{\mathbf{M}} \cdot \ddot{\bar{\mathbf{X}}} + \bar{\mathbf{D}} \cdot \dot{\bar{\mathbf{X}}} + \bar{\mathbf{K}} \cdot \bar{\mathbf{X}} = 0 \quad (2.103)$$

mit Zustandsmatrix: $\bar{\mathbf{X}} = [x_{\text{XZ}} \quad \varphi_{\text{XZ}}]^T$

Massematrix:

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} -m_{\text{Rotor}} & 0 \\ 0 & -J_{\text{Rotor-XZ}} \end{bmatrix}$$

Dämpfungsmatrix:

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} k_{i-X_0} \cdot k_{D-X_0} + k_{i-X_u} \cdot k_{D-X_u} & k_{i-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{i-X_u} \cdot k_{D-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} \\ k_{i-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdot k_{D-X_0} - k_{i-X_u} \cdot k_{D-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} & k_{i-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{i-X_u} \cdot k_{D-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2 \end{bmatrix}$$

und Steifigkeitsmatrix:

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} -k_{i-X_0} \cdot k_{p-X_0} + k_{s-X_0} \cdots & -k_{i-X_0} \cdot k_{p-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} + k_{s-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdots \\ -k_{i-X_u} \cdot k_{p-X_u} + k_{s-X_u} & +k_{i-X_u} \cdot k_{p-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} - k_{s-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} \\ -k_{i-X_0} \cdot k_{p-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} + k_{s-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdots & -k_{i-X_0} \cdot k_{p-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{s-X_0} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 \cdots \\ -k_{i-X_u} \cdot k_{p-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} - k_{s-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} & -k_{i-X_u} \cdot k_{p-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2 + k_{s-X_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2 \end{bmatrix}$$

2.5 Fazit

In diesem Abschnitt sind die Vorstellung der wesentlichen Bestandskomponenten eines aktiven Magnetlagers, die Analyse der Systemeigenschaft, die Berechnung des Ein- und Ausgangsverhaltens sowie die Modellbildung präsentiert. Als Motivation und Anwendung dient die abgeleitete Zustandsraumdarstellung in dem Regler- bzw. Filterentwurf in Abschnitten 4 und 5.

Abschnitt 2.1 verdeutlicht die Grundstruktur eines geschlossenen Regelkreises für die stabile Lageregelung. Die grundsätzliche Darstellung der Krafterzeugung aus einer Magnetspule in Abschnitt 2.2.1 und 2.2.2 liefert für den Reglerentwurf die Erkenntnis, dass die Kraftwirkung aus einem zweiachsigen Magnetlagers die nichtlineare Beziehung zum Strom und Luftspalt besitzt. Für die Abstimmung des Ein- und Ausgangsverhaltens der Leistungselektronik in Abschnitt 2.2.3 werden zuerst die wesentlichen Komponenten im Stromregelkreis herausgearbeitet und aus der allgemeinen Anforderung die Übertragungsfunktion der Steuerspannung und Spulenstrom abgeleitet. Als Grundlage des Reglerentwurfs wird die Zustandsraumdarstellung mit Berücksichtigung aller Bestandskomponenten im Regelkreis in Abschnitt 2.3 präsentiert. Die Bewegungsgleichung des Rotors wird mit dem lagrangeschen Gesetz und der Annahme eines starren Körpers erstellt. Nach Festlegung der Zustandsraumdarstellung wird in Abschnitt 2.4 ein geschlossener Regelkreis mit einem klassischen PD-Regler analysiert und als ein gedämpftes Feder-Masse-System angenähert. Die Abstimmung der Systemdynamik des Regelkreises erfolgt in dieser Methode. Somit eine schnelle Abschätzung der Stabilität und dynamischen Eigenschaft wird mithilfe der Feder- bzw. Dämpfungskonstante ermöglicht.

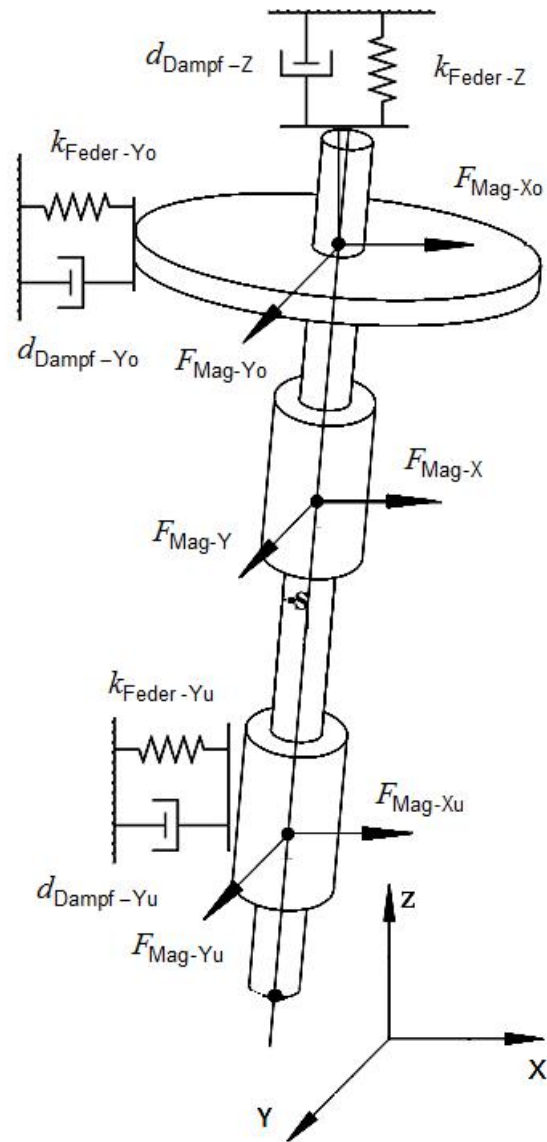


Abb.2.13: Annäherung des Systems als Feder-Masse-System

3 Systemidentifikation

Dieser Abschnitt zeigt das mögliche Einsatzgebiet der Online-Systemidentifikation im Bereich der Magnetlager auf. Zudem wird die Anwendung der Parameteridentifikation für die Rotordynamik und für die Leistungselektronik betrachtet.

3.1 Einsatzgebiet der Identifikation in Rotordynamik

Ziel der Identifikation im Rahmen Rotordynamik ist es, auftretende Fehler und Unsicherheit in Kraftwirkung rechtzeitig zu erkennen, daraus geeignete Maßnahmen zu treffen bzw. Reglerparameter einzuleiten. Dieser Abschnitt behandelt die wesentliche Eigenschaft der Magnetkraft und geht neben einer grundlegenden Betrachtung der Systemunsicherheit und Modellabweichung auf die Methode der Identifikation und Linearisierung ein.

3.1.1 Analyse der Systemeigenschaft

3.1.1.1 Berechnungsabweichung aufgrund vereinfachter Konstruktion

Die Berechnung der Magnetkraft einer Magnetspule erfolgt unter folgenden Voraussetzungen (siehe Abb.3.1):

1. Es existiert keine Magnetstreuung, das heißt, die Magnetfeldlinien verlaufen vollständig innerhalb des Kernmetallquerschnittes A_{Pol} der Magnetspule. Die Streuung des Magnetflusses ist vernachlässigt.
2. Im Querschnitt des Kernmetalls wird das Magnetfeld als homogen betrachtet.
3. Das Kernmaterial der Spule wird als gleicher Querschnitt betrachtet. Der Querschnittsunterschied in den Ecken und dem Polschuh wird vernachlässigt.

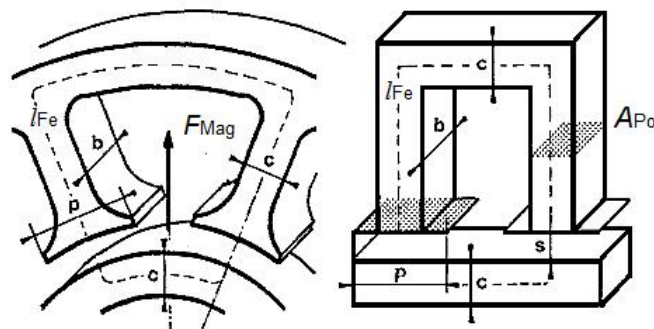


Abb.3.1: Darstellung der vereinfachten Konstruktion
[Traxler, 1985]

Der Magnetfluss wird unter oben genannten Voraussetzungen berechnet. Bei der Berechnung der Lagermagnete ist bekannt, dass immer ein Unterschied zwischen vereinfachter und realer Konstruktion besteht.

3.1.1.2 Nichtlinearität der Magnetkraft

Ein Elektromagnet besitzt ein stark nicht lineares Strom-Luftspalt-Kraft-Kennfeld, das nicht in geschlossener Form darstellbar ist. Weiterhin sind die Einflüsse der Streuung und Sättigung nicht modellierbar. Aus diesem Grund ist in der Praxis ausschließlich ein Näherungsmodell möglich. Im ungesättigten Fall ist die Magnetkraft proportional zum Quadrat aus Strom durch Luftspalt, wie in Gleichung (2.31) dargestellt, so dass ein nichtlineares Kennfeld eine gute Näherung zur realen Kraft-Luftspalt-Strom-Relation ist. Abb.3.2 zeigt das resultierende Kennfeld für einen Magnet.

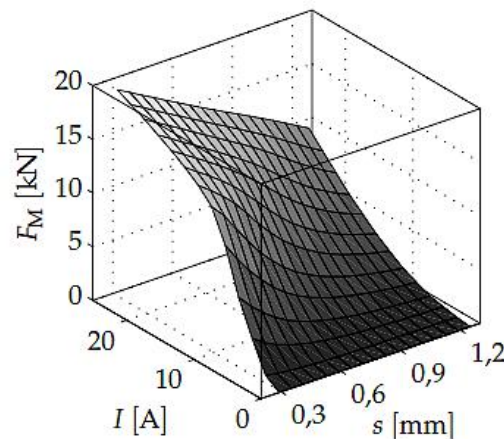


Abb.3.2: Beispiel nichtlineares Kennfeld
[Ruskowski, 2004]

Am effektivsten kann ein lineares Modell bei geringen Modellanforderungen eingesetzt werden. Die lineare Kraft eines einachsigen Magnetlagers um einen nominalen Arbeitspunkt (i_0, s_0) ergibt sich aus Gleichung (2.37). Da eine lineare Modellierung die Modellgenauigkeit in den extremen Bedingungen beschränkt, kann ein lineares Modell den realen Zustand nicht ausreichend genau nachbilden.

In der praktischen Anwendung des linearen Magnetmodells ist ein Kraftoffset in Gleichung (2.37) zu berücksichtigen, wenn Strom und Luftspalt vom Punkt der Linearisierung (nominaler Arbeitspunkt) entfernt sind (siehe Abb.3.3).

$$F_{\text{Mag}}^{\text{real}}(t) = F_0 + k_i \cdot (i_{\text{Spule}}(t) - i_0) + k_s \cdot (s_{\text{Luft}}(t) - s_0) + F_{\text{Offset}} \quad (3.1)$$

Mithilfe der Adaption der Parameter k_i und k_s soll das Kraftoffset F_{Offset} in der linearen Modellierung eliminiert werden.

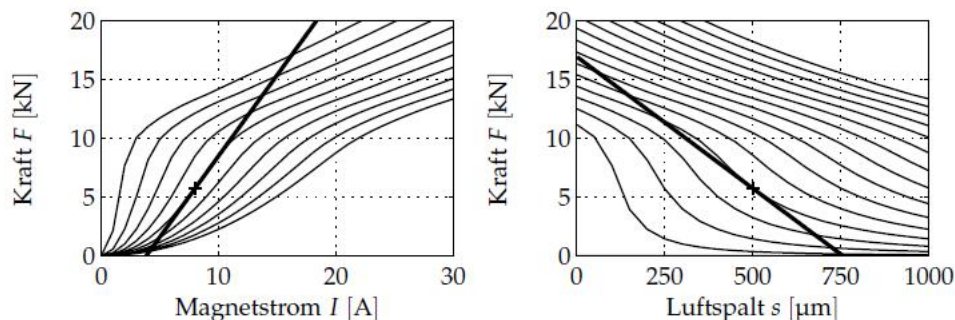


Abb.3.3: Darstellung Kraft-Strom-Relation und Kraft-Luftspalt-Relation
[Vuuren, 2009]

Zur Kompensation der oben genannten Nachteile ist ein nicht lineares Modell erforderlich, das die nicht lineare Strom-Luftspalt-Kraft-Charakteristik in einem mathematischen Verfahren abbilden kann. Dieses kann durch verschiedene Möglichkeiten realisiert werden. Ein äquivalentes nicht lineares Modell, ein sog. adaptives lineares Modell, dessen Koeffizienten durch einen Algorithmus adaptiert werden, wird in Abschnitt 4 zur adaptiven Kalman-Filterung und in Abschnitt 5 zur adaptiven Regelung untersucht und verwendet.

3.1.1.3 Hystereseeseigenschaft der Ummagnetisierung

Hysterese

Die Magnetisierung von Ferromagneten ist nicht nur mit der außen liegenden Feldstärke verwandt, sondern auch mit dem zeitlichen Durchlauf der Magnetisierungskurve. Die Wechselwirkung eines stromdurchflossenen Leiters mit dem Magnetfeld infolge der Speicherwirkung des magnetischen Materials ist zeitlich versetzt. Diese Eigenschaft wird als Hysterese bezeichnet.

In einem Hysteresesystem ist die Ausgangsgröße nicht nur von der Eingangsgröße, sondern auch vom Verlauf abhängig. Solche Hystereseeseigenschaften treten häufig bei ferromagnetischen oder magnetisch leitfähigen Stoffen auf. Die magnetische Feldstärke H_{Mag} wird in einem vorher nicht magnetisierten ferromagnetischen Stoff erhöht. Als Konsequenz wird die magnetische Flussdichte B_{Mag} in dessen Umgebung parallel erhöht. Der ferromagnetische Stoff behält den Restmagnetismus, das bedeutet, dass die Flussdichte relativ zu den Feldstärken und deren zeitlichen Verlauf ist.

Die nicht lineare Beziehung zwischen Feldstärke H_{Mag} und Flussdichte B_{Mag} wird als Hysterese bezeichnet. Der Hystereseverlust ist eine Folge der Hystereseeseigenschaft ferromagnetischer Stoffe. Die von der Hysteresekurve umschriebene Fläche wird als Maß für den Hystereseverlust interpretiert. Für elektromagnetische Anwendungen werden Materialien mit schmaler Hysteresefläche und geringem Magnetverlust genommen. Die Hysteresekurve ferromagnetischer Stoffe ist in Abb.3.4 zu sehen.

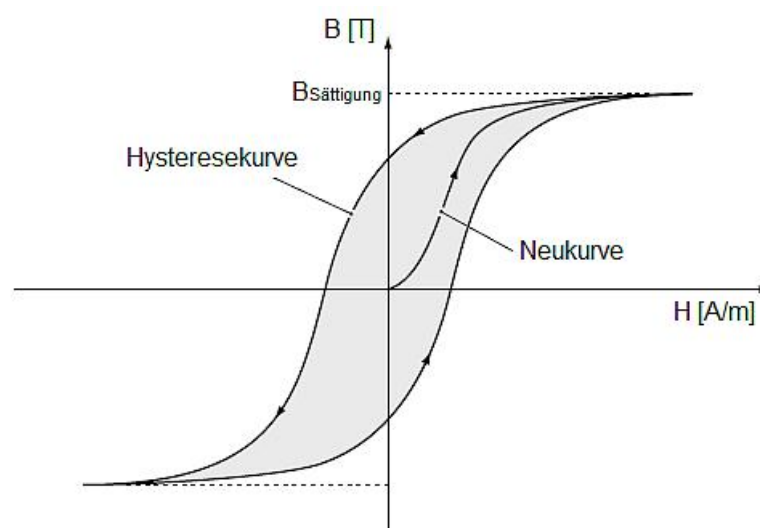


Abb.3.4: Hysteresekurve ferromagnetischer Stoffe
[Imoberdorf, 2011]

Im Luftspalt gilt dabei die Ungleichung für die Feldstärke der Ummagnetisierung:

$$B_{\text{Mag,Abmag}}(H_{\text{Mag}}) \neq B_{\text{Mag,Aufmag}}(H_{\text{Mag}}) \quad (3.2)$$

Unsicherheit der Permeabilität

Die Permeabilität $\mu_0 \cdot \mu_r$, die die Beziehung zwischen B_{Mag} und H_{Mag} beschreibt, ist stark nicht linear. Beispielsweise wird die Variation der Permeabilität zu einer wechselnden Flussdichte eines Blechs im Experiment in der Arbeit [Kucera, 1997] gezeigt (siehe Abb.3.5). In der Praxis ist die Festlegung der genauen Wirkungsweise der Permeabilität im laufenden Prozess nicht möglich.

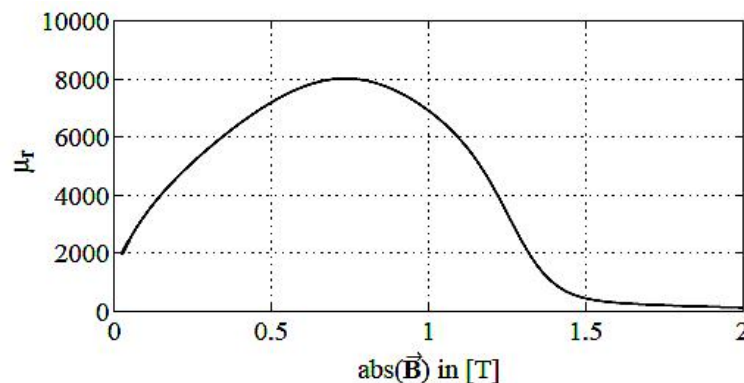


Abb.3.5: Relative Permeabilität als Funktion der Flussdichte
[Kucera, 1997]

Zusammenfassung von Hysterese- und Permeabilitätsunsicherheit

Mit Berücksichtigung des oben dargestellten Hystereseproblems und der Unsicherheit der Permeabilität lautet die aktuelle Feldstärke:

$$B_{\text{Mag}}^{\sim\text{real}} = \mu_0 \cdot \mu_r(t) \cdot H_{\text{Mag}}(t) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_{\text{Mag}} + B_{\text{Mag}}^{\text{Offset}}(t) \quad (3.3)$$

mit der Permeabilität im Vakuum μ_0 , der nominalen relativen Permeabilität im Metall μ_r und einem nicht fassbaren Offset in der Flussdichte B_{Mag} .

3.1.1.4 Magnetverlust, Magnetstreuung und Magnetsättigung

Die gesamte Induktivität besteht aus zwei Teilen: Induktivität der Streuung und Luftspaltinduktivität. In der Regel beinhaltet die Luftspaltinduktivität die Induktivität der Streuung. Hierbei ist die Streuinduktivität nicht abhängig vom Luftspalt. In der Praxis ist nachgewiesen, dass der auftretende Eisenverlust der Welle in der Veränderung des Kraftmoments resultiert. Bei geringer Drehzahl überwiegen die Hystereseverluste, bei hoher Drehzahl ist im Gegensatz dazu der Wirbelstrom eine Hauptursache der Verzögerung des Kraftmoments [Kucera, 1997].

Weiterhin wird die Annahme in Quelle [Petzold, 2006] getroffen:

„das magnetische Feld im Luftspalt ist homogen verteilt und an den Randzonen des Eisens treten keine Kanteneffekte auf. Praktisch ist die magnetische Flussdichte bzw. die Induktion B_{Mag} nicht an allen Stellen des Luftspalts gleich. Folglich tritt Streuung auf und die effektive Induktion kann nicht exakt durch das Flächenverhältnis der Eisenfläche bestimmt werden.“

Soll das Eisen ausgenutzt werden, muss es voll gesättigt sein. Infolgedessen muss die Magnetisierungskurve des Eisens berücksichtigt werden und der Fluss Φ_{Mag} kann nicht aus der Durchflutung Θ_{Mag} linear berechnet werden. Die Abb.3.6 zeigt die Magnetisierungskurve eines einfachen magnetischen Kreises.

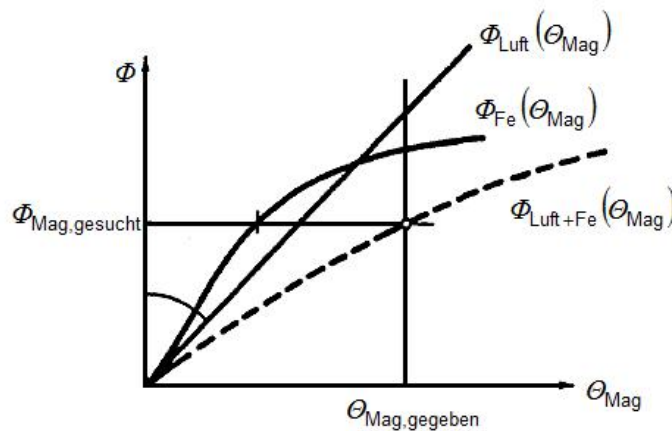


Abb.3.6: Grafische Darstellung der Magnetisierungskurve
[Traxler, 1985]

Dabei werden Magnetfluss und Durchflutung unter Berücksichtigung eines Offsets berechnet.

$$\Theta_{\text{Mag}} = N \cdot i_{\text{Spule}} = V_{\text{Fe}} + V_0 + V^{\text{Offset}} = \Phi_{\text{Mag}} \cdot R_{\text{m,Fe}} + \Phi_{\text{Mag}} \cdot R_{\text{m,0}} + V^{\text{Offset}} \quad (3.4)$$

3.1.1.5 Dynamische Eigenschaften der Magnetkraft

Im magnetischen System erfolgt die elektronisch-magnetisch-mechanische Umwandlung des Stroms in Kraft. Zwischen dem Spulenstrom und der Kraft wirkt im linearen Fall statisch der Kraft-Strom-Faktor k_i . Laut Angabe in Quelle [Herrmann, 2008] beim schwingenden Rotor entziehen jedoch Wirbelströme sowie Verluste durch Um-magnetisierung, Hysterese und Nachwirkungen dem System Energie, d. h. es kommt zu einer Schwächung von k_i . Eine wesentliche Ursache dafür sind die Wirbelströme in massivem weichmagnetischen Material. In oben genannter Quelle wurde beispielsweise die lageabhängige Steifigkeit k_i und die frequenzabhängige Permeabilität μ_r dargestellt (siehe Abb.3.7).

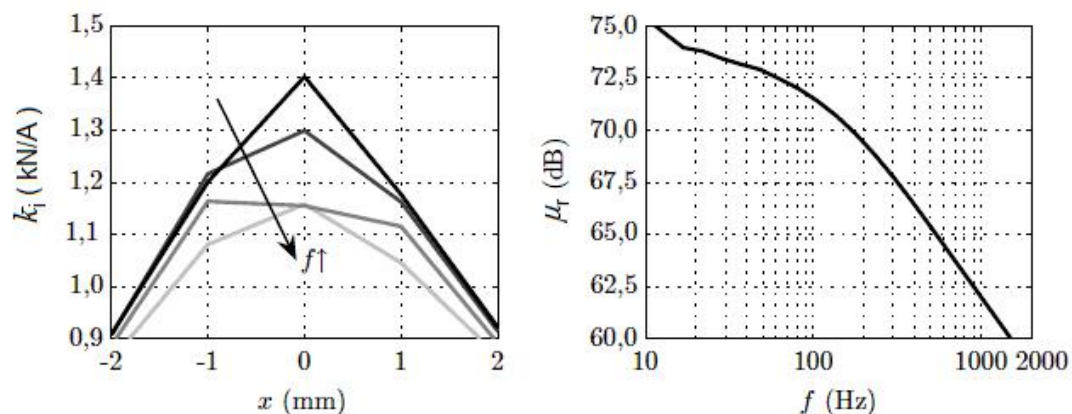


Abb.3.7: Lageabhängige Koeffizient und frequenzabhängige Permeabilität
[Herrmann, 2008]

Das gemessene magnetische Verhalten lässt sich gut als Verzögerungsglied 1. Ordnung beschreiben, denn analytische Berechnungen sind meist in anisotropen, inhomogenen nichtlinearen, stochastischen und gedächtnisbehafteten Prozessen der Magnetisierung nicht möglich. Daher wurde eine empirische Nachbildung des Systems als PT1-Modell mit Prozessunsicherheit entwickelt.

$$\begin{aligned} (k_i + \Delta k_i) \cdot i_{\text{Spule}}(t) &= F_{\text{Mag}} + (T_{\text{Mag}} + \Delta T_{\text{Mag}}) \cdot \frac{dF_{\text{Mag}}}{dt} \\ G_{\text{IF}}(s) &= \frac{F_{\text{Mag}}(s)}{i_{\text{Spule}}(s)} = \frac{k_i + \Delta k_i}{(T_{\text{Mag}} + \Delta T_{\text{Mag}}) \cdot s + 1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.1.1.6 Zusammenfassung

Die Motivation der Systemidentifikation in diesem Fall ist es, die unbekannten variierenden Parameter vom Kraft-Strom-Luftspalt-Verhalten aus Messungen auf mathematischer Ebene möglichst rechtzeitig abzustimmen. Daraus ist die Aussage über das Systemverhalten und die Systemübertragungsfunktion abzuleiten.

Im Vergleich zur in (2.31) dargestellten Gleichung und dem in Abb.3.2 dargestellten Kennfeld bzw. mit Berücksichtigung der oben genannten Probleme lässt sich der dynamische Charakter nicht durch ein approximiertes, lineares Modell beschreiben. Aus diesem Grund ist die Systemidentifikation zum gegenwärtigen Zeitpunkt bereits bekannt und hat einen festen Platz in der Technik bzw. der Erforschung von Magnetlagern.

Für die Lageregelung sind die Identifikationen der Kenngrößen, sog. Strom-Kraft-Kennzahl k_i und Kraft-Weg-Kennzahl k_s , der Kraftwirkung und Kraft-Strom-Luftspalt-Kennzahl k_{Mag} besonders relevant. Auf Basis der Regression, Iteration bzw. Rekursion werden verschiedene Strategien aus Literaturquelle recherchiert.

3.1.2 Stand der Systemidentifikation und Linearisierung

Da die Nichtlinearität und variierende Eigenschaft der Magnetkraft im Regelkreis auftreten, beinhalten die Systemmatrix und die Eingangsmatrix in der Zustandsraumdarstellung alle zustandsabhängigen Modellparametern. Die Parameter können sich im Betrieb ändern; insbesondere, wenn die Magnetlagerung in Betrieb mit dauerhafter Belastung eingesetzt wird. Zur Optimierung der modellbasierten Regelung und Zustandsbeobachtung ist eine schnelle Adaption des Referenzmodells mit geringer Rechenleistung im Betrieb gewünscht.

Im folgenden Abschnitt wird die ausführliche Literaturrecherche vorgestellt. Besonderes Augenmerk wird darauf beispielsweise in den Quellen [Gibson, 2003], [Yu, 2003], [Choi, 2006], [Raafat, 2011], [Herrmann, 2008] und [Gempp, 1997] gelegt. Sie bietet einen Einblick in der Systemidentifikation und Linearisierungsmethode. Auf Basis der Linearisierung können verschiedene Regelstrategien entwickelt werden. Laut Quelle [Traxler, 1985] ist das Magnetlager allerdings bekannt für seine Nichtlinearität.

Regression

Laut Quelle [Shardt, 2015] ist Regression ein klassisches Verfahren der Systemidentifikation. Die unbekannten Parameterwerte werden mit einer Beziehung an einen bestimmten Datensatz angepasst. Die bestimmten Kriterien bzw. Kostenfunktionen

werden minimiert. Die Methode der kleinsten Quadrate ist das am häufigsten verwendete Kriterium. Dabei wird die Summe der Fehlerquadrate, bestehend aus Differenz zwischen den Messdaten und vorhergesagten Daten, minimiert.

Übertragungsfunktion

In Quelle [Nelles, 2014] wurde die Definition der Übertragungsfunktion (sog. Ein- und Ausgangsverhalten) gegeben:

„eine Übertragungsfunktion (sog. Ein- und Ausgangsverhalten) beschreibt die Abhängigkeit des Ausgangssignals eines linearen, zeitinvarianten Systems von dessen Eingangssignal im Bildbereich (sog. Frequenzbereich). Die Übertragungsfunktion beschreibt das Eigenverhalten des Übertragungssystems vollständig und unabhängig von den Signalen. Eine Übertragungsfunktion ermöglicht es somit, das Ausgangssignal des Übertragungssystems aus dem Eingangssignal und der Übertragungsfunktion zu berechnen.“

Kenngrößen aus Kennfeld

Die Quelle [Gempp, 1997] beleuchtet die populärste Identifikationsmethode des Magnetlagersystems. Die Bestimmung der eigentlichen Magnetlager-Kenngrößen aus dem in Abb.3.2 dargestellten Kennfeld gestaltet sich wesentlich schwieriger. Um beispielsweise die Kraft-Strom-Kennzahl k_i bestimmen zu können, müsste die Kraft, die das Magnetlager bei einem definierten Stromwert auf die Welle ausübt, gemessen werden. Ähnliche Methoden werden auch bei der Bestimmung der Kraft-Luftspalt-Kennzahl k_s benötigt.

Die oben genannte Identifikationsmethode ist ohne aufwendige mechanische Umbauten nicht möglich, da der Luftspalt zwischen Rotor und Stator relativ klein ist und die Welle nur einseitig zugänglich sein könnte. Aus diesen Gründen findet in oben genannter Quelle die Anwendung einer anderen Methode für die Identifikation der Magnetlager-Kenngrößen statt: die sog. Anregungsmethode, die es erlaubt, am geschlossenen System zu arbeiten.

Identifikation der Kenngröße mittels Anregungsmethode

Im Folgenden wird die in Quelle [Gempp, 1997] dargestellte Methode, die Anregungsmethode, erläutert. In einem ersten Schritt wird die Welle durch ein wählbares Eingangssignal angeregt und die entsprechende Systemantwort gemessen. Danach werden die Parameter der Systemmatrizen durch Iteration mithilfe der Ein- und Ausgangssignale berechnet. Als Grundlage dient das Referenzmodell im Kalman-Filter:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \bar{\bar{A}} \cdot x(t) + \bar{\bar{B}} \cdot u(t) + \bar{\bar{K}}_K \cdot E(t) \\ y(t) &= \bar{\bar{H}} \cdot x(t) + E(t)\end{aligned}\tag{3.6}$$

Zu den in dieser Formel enthaltenen Größen zählen: Systemmatrix $\bar{\bar{A}}$, Eingangsmatrix $\bar{\bar{B}}$, Beobachtungsmatrix $\bar{\bar{H}}$, Kalman-Verstärkung $\bar{\bar{K}}_K$ sowie Messfehler E .

Die eigentliche Iteration geht von den Systemmatrizen mit wählbaren Startparametern aus. Das System mit den geschätzten Werten wird mit dem gleichen Eingangssignal angeregt. Die berechnete Systemantwort wird mit der gemessenen verglichen. Die Abweichung zwischen Messung und Berechnung wird durch den Fehler $E(t)$ ausgeglichen. Das Ziel der Iteration ist es darum, $E^2(t)$ zu minimieren.

Die Quelle [Gempp, 1997] erläutert die Iterationsmethode:

„Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis das Modell die gewünschte Systemantwort aus der Anregung befriedigend nachbilden kann. Aus den so erhaltenen Parametern der Systemmatrizen können die gesuchten, unbekannten Kenngrößen berechnet werden.“

Wie in Abb.3.8 dargestellt wurde ein Rechteck-Chirp-Signal als Anregung verwendet.

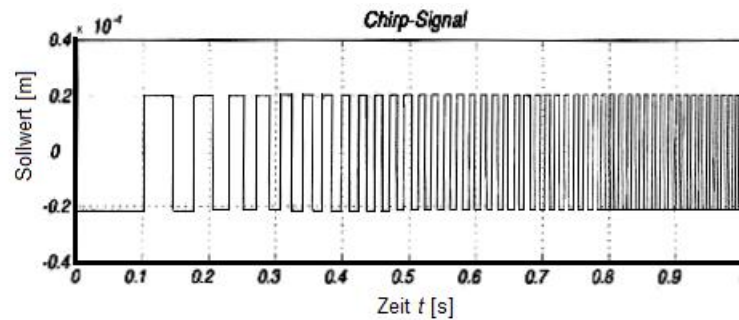


Abb.3.8: Rechteck-Chirp-Signal als Sollwertvorgabe der Rotorposition
[Gempp, 1997]

Abb.3.9 zeigt Messungen der Systemantwort, die durch Anregung mit einem Rechteck-Chirp-Signal aufgenommen wurden. Beispielsweise entspricht die Überhöhung der Amplituden der Kurve den Resonanzfrequenzen, die durch die Identifikation aus Eigenwerten der Systemmatrix erkennbar werden.

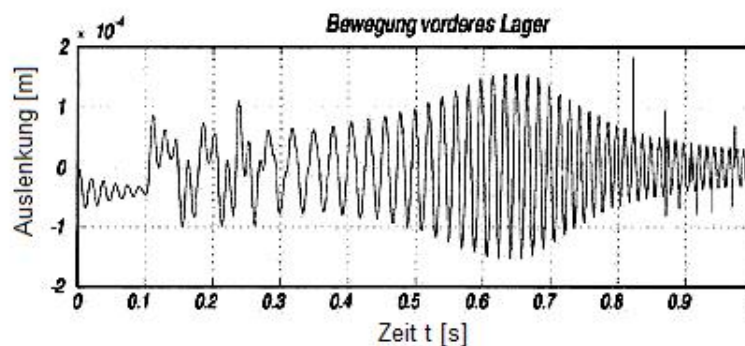


Abb.3.9: Systemantwort unter Anregung mittels Sollwertvorgabe
[Gempp, 1997]

Die Quelle [Gempp, 1997] erläutert:

„Das Problem dieser Methode ist die spezielle Definition von Sollwerten, da das Rechteck-Chirp-Signal als Sollwertvorgabe der Rotorposition nur gemäß einer beschränkten Randbedingung realistisch ist.“

Aufgrund dessen wird in der vorliegenden Arbeit eine Variante für die Identifikation der Kenngrößen ohne beschränkter Randbedingung thematisiert, die es erlaubt, mit der Iterationsmethode zu arbeiten.

Identifikation der Frequenzgänge

Quelle [Herrmann, 2008] verdeutlicht:

„für eine Identifikation der Frequenz-Übertragungsfunktion kommt normalerweise die messtechnische Identifikation zur Anwendung, da diese alle Eigenformen der Steuerstrecke beinhaltet. Die Identifikation der Frequenzgänge zwischen den Steuergrößen und Zielgrößen erfordert Anregungssignale, die alle wesentlichen Eigenvorgänge des Systems erreichen müssen. Die Anregung sollte im Frequenzbereich deterministisch sein und auf dem späteren Arbeitsniveau erfolgen, um das Systemverhalten anwendungsgemäß messen zu können.“

Beispielsweise lautet der Frequenzgang:

$$H(\omega_f) = \frac{Y(\omega_f)}{U(\omega_f)} \quad (3.7)$$

Die genannten Variablen stehen für Frequenz ω_f , Eingangsgröße $U(\omega_f)$, Ausgangsgröße $Y(\omega_f)$ und die abgestimmte Funktion $H(\omega_f)$.

Eine eingehendere Studie von Quelle [Koch, 2011] zeigt den Nachteil der Identifikationsmethode:

„aus Ein- und Ausgangsmessungen kann der Frequenzgang $H(\omega_f)$ eines Systems geschätzt werden. Nur für lineare, zeitinvariante Systeme kann $H(\omega_f)$ als Verhältnis des Ausgangssignals $Y(\omega_f)$ zum Eingangssignal $U(\omega_f)$ im Frequenzbereich bestimmt werden.“

Weiter hervorzuheben ist in Bezug auf Quelle [Herrmann, 2008] allerdings, dass ein auf diese Weise identifizierter Frequenzgang oft stark durch Rauschen verfälscht sein könnte.

Identifikation der Fehlerfunktion

Unter einem festen Regler wird ein Regler mit den von der Zeit und dem Prozess unabhängiger Struktur und unabhängigen Parametern verstanden. In der allgemeinen, aktiv magnetischen Lageregelung ist das Regelkonzept häufig ein fester Regler. Die Voraussetzung ist, die Grenze der Frequenzgänge, innerhalb derer die Übertragungsfunktion des Streckengliedes sich variiert und schwankt, festzustellen.

Im Hinblick auf das aktive Magnetlager ist die Regelstrecke nicht vollständig bekannt. Die Regelstruktur ändert sich. Das Basismodell für die Reglerauslegung entsteht aus der Vereinfachung, insbesondere durch Linearisierung um die Arbeitspunkte. Für die Feststellung der oben genannten Grenze findet sich die typische Identifikation der Systemabweichungsfunktion in den Quellen [Choi, 2009] und [Raafat, 2011]. Die frequenzabhängige Fehlerfunktion $G_E(j\omega_f)$ wurde wie folgt definiert:

$$|G_E(j\omega_f)| = |G(j\omega_f) - G_o(j\omega_f)| = \frac{|E(j\omega_f)|}{|U(j\omega_f)|} \quad (3.8)$$

wobei j eine imaginäre Zahl ist, $G(j\omega_f)$ das frequenzabhängige Verhalten ist, $G_o(j\omega_f)$ das frequenzabhängige Verhalten eines Referenzmodells ist, E die Modellabweichung ist und U die Stellgröße ist. Grundvoraussetzung einer Identifikation der Funktion $G_E(j\omega_f)$ ist ein geeignetes Modell, das aus einem in Abb.3.10 dargestellten Netz mithilfe der Eingangsfrequenz $\omega_f(i)$, der Schätzgröße der Fehlermagnitudo $G_E(\omega_f(i), w)$, der Gewichtung w und dem Schätzfehler des Netzes $E(i)$ gewonnen werden kann.

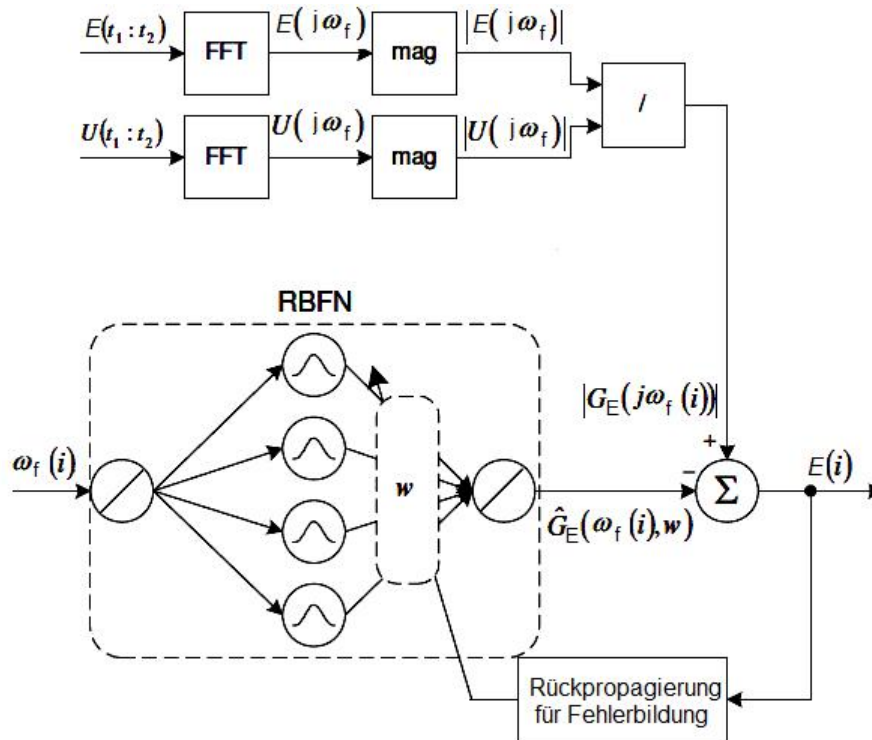


Abb.3.10: Die Netzstruktur für die Fehleridentifikation
[Choi, 2006] und [Raafat, 2011]

Für das aktive Magnetlager tritt die unbekannte Dynamik häufig im hohen Frequenzbereich auf. In Quelle [Gibson, 2003] wurde die Identifikationsmethode des Systemverhaltens und Modellfehlers anhand des Verfahrens „*recursive-least-squares*“ (RLS) präsentiert. In der in Abb.3.11 dargestellten Struktur werden das Systemverhalten sowie das Fehlerverhalten eines Referenzmodells jeweils durch das Modul „System Identifikation“ und „Fehler Identifikation“ sowie mithilfe der Methode RLS aufeinander abgestimmt.

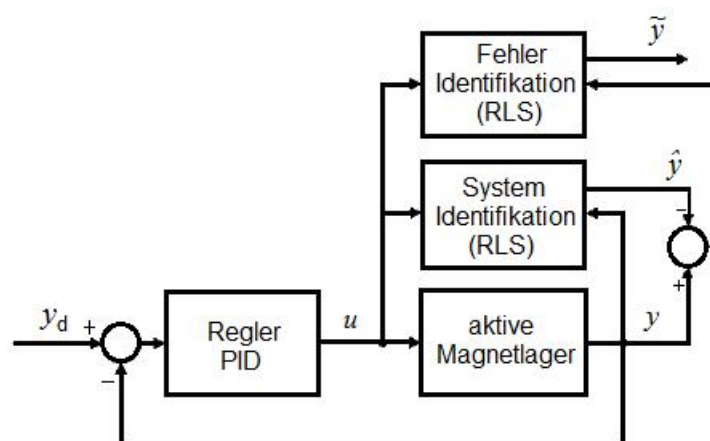


Abb.3.11: Das Konzept der Fehleridentifikation mit RLS-Funktion
[Gibson, 2003], mit y_d als Sollwert, u als Stellgröße, y als Messgröße, \hat{y} als Schätzung der Messgröße und \tilde{y} als Schätzung des Schätzfehlers der Messgröße

Überdies demonstriert Arbeit [Gibson, 2003] eine Anwendungsmöglichkeit Radius-Basisfunktion-Netz (RBFN) im Rahmen einer Identifikation des Systems mit hoher Ordnungszahl. Das RBFN identifizierte im genannten Beispiel die zustandsabhängige Systemgleichung $Y(z)/U(z)$ mit dem Systemparameter $\theta(y)$ und der Fehlerfunktion $E(z)/U(z)$ online. Die Identifikationsgleichung lautet:

Systemgleichung in Block „System Identifikation (RLS)“

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\theta_3(y) \cdot z + \theta_4(y)}{z^2 + \theta_1(y) \cdot z + \theta_2(y)} \quad (3.9)$$

Fehlergleichung in Block „Fehler Identifikation (RLS)“

$$\frac{E(z)}{U(z)} = \frac{\theta_6(y) \cdot z^4 + \theta_7(y) \cdot z^3 + \theta_8(y) \cdot z^2 + \theta_9(y) \cdot z + \theta_{10}(y)}{z^5 + \theta_1(y) \cdot z^4 + \theta_3(y) \cdot z^3 + \theta_4(y) \cdot z^2 + \theta_5(y)} \quad (3.10)$$

Folgende Variablen kommen zum Einsatz: Messgröße Y , Stellgröße U , Fehlerfunktion des Modells verglichen mit dem aktuellen Prozess E und dem zustandsabhängigen Parameter θ .

Die dabei herangezogene Methode, sog. RLS, zeichnet sich durch Robustheit gegen Rauschen und Signalverfälschung aus, erfordert jedoch einen hohen Bedarf an Rechenleistung sowie Rechenzeit. Zur Zeitreduzierung in der Online-Identifikation wird deshalb in diesem Abschnitt versucht, eine Modifikation des iterativen Lernalgorithmus zu verwirklichen. Anhand der Bedeutung der Iteration in den neuronalen Netzen wird ein Referenzmodell wiederholt an ein bestimmtes Ziel angenähert.

3.1.3 Motivation und Zielsetzung

Problemdarstellung

Laut der Quelle [Rau, 2003] ist ein möglichst realitätsnahes Prozessmodell die Grundlage der modellbasierten Regelung. Bei nichtlinearen Modellen existieren keine allgemeingültigen Identifikationsverfahren, sodass in den meisten Fällen von einer theoretischen Prozessanalyse ausgegangen wird.

Oben genannte Literaturverweise lieferten bereits einen Überblick in die traditionelle Offline-Identifikation im Bereich der Technik der Magnetlager. Wie in Abb.3.8 und Abb.3.9 dargestellt, erfordert die Identifikation der Frequenzgänge zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen bzw. der Fehlerfunktion die Anregungssignale mit variabler Frequenz. Nur lineare, zeitinvariante Systeme können bestimmt werden.

In der oben genannten Linearisierungsmethode ist es hervorzuheben, dass die Bestimmung der eigentlichen Magnetlager-Kenngrößen, beispielsweise der Strom-Kraft-Kennzahl oder der Kraft-Weg-Abhängigkeit, einen definierten, veränderlichen Strom in der Spule und somit einen Systemumbau voraussetzt. Aus diesem Grund sind die traditionellen Methoden der Identifikation und Linearisierung ohne Abbruch des Betriebs der Maschine nicht möglich.

Zielsetzung

Aus diesen Gründen findet die vorliegende Arbeit eine andere Methode für die Online-Identifikation, die am geschlossenen, sich in Betrieb befindenden System realisierbar ist. Deshalb werden in dieser Arbeit die Abschnitte 3.1.4 und 3.1.5 gewidmet. Das Verfahren zur Online-Adaption der linearen lokalen Modelle wird entwickelt, die im Vergleich zu

klassischen Methoden der globalen Linearisierung, beispielsweise den in Literaturquellen [Traxler, 1985] und [Gerhard, 1993] und in oben genannten Quellen vorgestellten Schemata, neuartig sind. Darauf wird ein geeigneter modellbasierter Regler ausgelegt.

3.1.4 Entwurf der Identifikation in Rotordynamik

Das analytische Modell dient zur konkreten Auslegung des physikalischen Modells für den Reglerentwurf. Die wichtigen Parameter des analytischen Modells der Rotordynamik sind nicht nur der Kraftanstieg im Arbeitspunkt, sondern auch der Absolutwert der Magnetkraft. Für diese statischen Aspekte werden im Folgenden die Verfahren vorgestellt. Betrachtet man die Krafterzeugung und Kraftwirkung auf die Rotordynamik, so bieten sich die Anwendungen für den Einsatz der Parameteridentifikation an. Die Zielgliederung der Parameteridentifikation lautet:

- neuronale Netze zur Identifikation der Magnetkraft F_{Mag}
- neuronale Netze zur Identifikation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag}
- Einsatz der Regressionsmethode zur Identifikation des Kraft-Strom-Koeffizienten k_i und Steifigkeitsparameters k_s
- Erstellung eines Expertensystems zur Adaption der Zustandsraum-Darstellung

Um diese Konzepte einzusetzen wird ein stabiles Schweben zuerst erreicht, dann die realen Modellparameter nachfolgend im Regelkreis identifiziert werden. Im Folgenden werden diese Einsatzgebiete näher beschrieben und die möglichen Anwendungen vorgestellt.

3.1.4.1 Identifikation der Rotordynamik in Axialrichtung

A. Identifikation der Magnetkraft

Zustandsgleichung

Aus der abgeleiteten Zustandsraumdarstellung im Abschnitt 2.3.2 fasst man die Gleichung der Rotordynamik mit Berücksichtigung der äußeren Störkraft und Magnetkraft auf, so kann die Funktion der axialen Rotordynamik als die zeitdiskrete Gleichung beschrieben werden:

$$x_z(k+1) = x_z(k) + v_z(k) \cdot T + F_{\text{St-z}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} + F_{\text{Mag-z}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \quad (3.11)$$

Die Zustandsmatrix der Zustandsgleichung lautet:

$$\bar{X}_z = [x_z(k) \quad v_z(k) \quad F_{\text{St-z}}(k) \quad F_{\text{Mag-z}}(k)] \quad (3.12)$$

Die Parametermatrix der Zustandsgleichung lautet:

$$\bar{A}_z = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Damit wird die Systemgleichung in Form der Matrizen präsentiert:

$$x_z(k+1) = \bar{A}_z(k) \cdot (\bar{X}_z(k))^T \quad (3.14)$$

Hierbei sind die momentane Rotorposition $x_z(k)$, die Rotorgeschwindigkeit $v_z(k)$ als die Zustandsgrößen von Zustandsbeobachtung im Abschnitt 4. Die Störkraft $F_{\text{St}}(k)$ ist die bekannte äußere Kraft. Die Zustandsgröße $F_{\text{Mag}}(k)$ ist unmessbar und wird mithilfe der neuronalen Netze abgeschätzt.

Integration der Zustandsgleichung im neuronalen Netz

Die Gleichung (3.14) wird in das Adaline-Netz integriert, siehe Abb.3.12. Nun wird ein unbekanntes Element $F_{\text{Mag}}(k)$ als das variable Verbindungsgewicht approximiert.

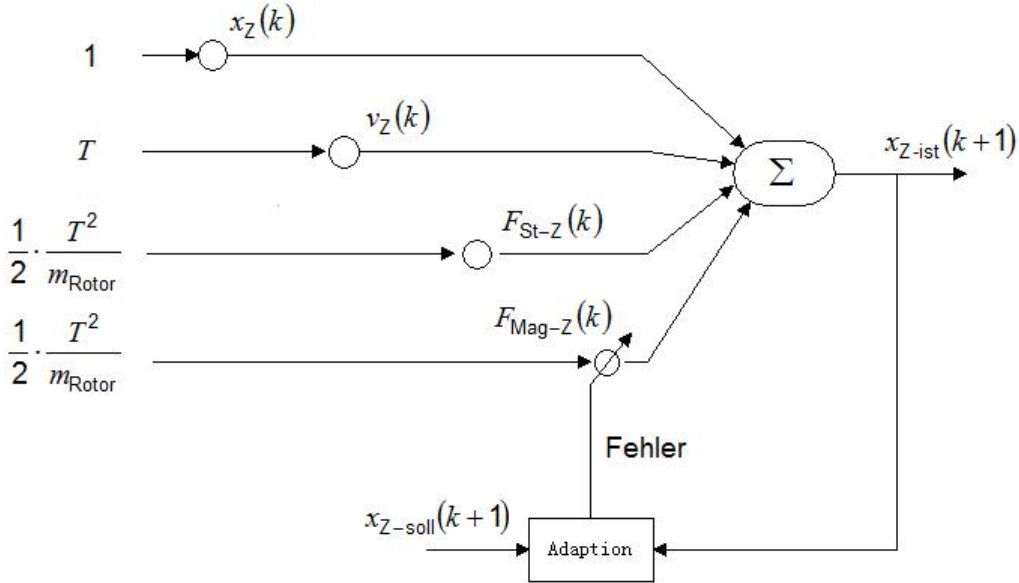


Abb.3.12: Integration der Rotordynamik im Adaline-Netz

Für das Adaline-Netz ergibt sich dazu, dass die Eingangsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

die Gewichtungsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{\omega} = [x_Z(k) \quad v_Z(k) \quad F_{\text{St-Z}}(k) \quad F_{\text{Mag-Z}}(k)] \quad (3.16)$$

die Ausgangsgröße des Netzes lautet:

$$y_{\text{NN}} = x_{Z\text{-ist}}(k+1) = \bar{A}_Z(k) \cdot (\bar{X}_Z(k))^T = \bar{U} \cdot \bar{\omega}^T \quad (3.17)$$

mit den konstanten Eingangswerten in Matrix \bar{U} , sowie den Gewichtungen x_Z , v_Z , F_{St} und einer zu approximierenden Gewichtung F_{Mag} in Gewichtungsmatrix $\bar{\omega}$.

Netz-Training

Wie bereits beschrieben, weisen die neuronalen Netze statisches Verhalten auf. Es besteht die Notwendigkeit einer Adaption des Elementes F_{Mag} in dem Gewichtungsmatrix $\bar{\omega}$. Dennoch folgt eine Überwachung der Vorhersagequalität der Rotorposition x_Z im kommenden Zeitpunkt $k+1$, um gegebenenfalls einen neuen Gewichtungswert F_{Mag} zu generieren. Der Fehler der Rotorposition vom Netz errechnet sich zu:

$$E_{\text{NN}} = x_{Z\text{-soll}}(k+1) - x_{Z\text{-ist}}(k+1) \quad (3.18)$$

Dabei $x_{Z\text{-soll}}$ ist die reale Rotorposition von Zustandsvorhersage als Trainingsdaten und $x_{Z\text{-ist}}$ ist die vom Netz vorhergesagte Rotorposition. Die Fehlerenergie des Netzes wird dargestellt:

$$SE_{\text{NN}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{NN}}^2 = \frac{1}{2} \cdot (x_{Z\text{-soll}}(k+1) - x_{Z\text{-ist}}(k+1))^2 \quad (3.19)$$

Ferner wird die Adaption des Gewichtungswerts nach folgender Iteration durchgeführt:

$$F_{\text{Mag-Z}}(k+1) = F_{\text{Mag-Z}}(k) + \eta \cdot \tilde{s}(k) \quad (3.20)$$

mit der Gradientenabstiegsrichtung:

$$\tilde{s}(k) = -\frac{\partial SE_{\text{NN}}}{\partial F_{\text{Mag-Z}}} = -\frac{\partial SE_{\text{NN}}}{\partial E_{\text{NN}}} \cdot \frac{\partial E_{\text{NN}}}{\partial s_{\text{Z-NN}}} \cdot \frac{\partial s_{\text{Z-NN}}}{\partial F_{\text{Mag-Z}}} \quad (3.21)$$

mithilfe der Adaption der Netzgewichtung F_{Mag} wird dabei eine Rotorposition x_Z vorhergesagt und wird dementsprechender Fehler minimiert. Die Adaption des Elements F_{Mag} stellt sicher, dass im betrachteten System ohne variable mechanische Störung auf Rotor, die Schätzqualität der realen Magnetkraft gewährleistet wird. Daher kann die Bestimmung der Lernschrittweite η empirisch erfolgen.

B. Identifikation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten

Fasst man die Gleichung der Magnetkraft aus beideseitigen Spulen mit Zeichen $e \sim 1$ und $e \sim 2$ auf, so kann die Magnetkraft als zeitdiskrete Gleichung beschrieben werden.

$$F_{\text{Mag-Z}}(k) = k_{\text{Mag-Z}}^{e \sim 1}(k) \cdot \left[\frac{i_0 + i_u(k)}{s_0 - x_Z(k)} \right]^2 - k_{\text{Mag-Z}}^{e \sim 2}(k) \cdot \left[\frac{i_0 - i_u(k)}{s_0 + x_Z(k)} \right]^2 \quad (3.22)$$

$$\approx k_{\text{Mag-Z}}(k) \cdot \left[\frac{(i_0 + i_u(k))^2}{(s_0 - x_Z(k))^2} - \frac{(i_0 - i_u(k))^2}{(s_0 + x_Z(k))^2} \right]$$

mit dem Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag} und . Die Zustandsmatrix der Gleichung lautet:

$$\bar{X}_Z = \left[\frac{(i_0 + i_u(k))^2}{(s_0 - x_Z(k))^2} - \frac{(i_0 - i_u(k))^2}{(s_0 + x_Z(k))^2} \right] \quad (3.23)$$

Die Parametermatrix der Gleichung lautet:

$$\bar{A}_Z = [k_{\text{Mag-Z}}(k)] \quad (3.24)$$

Damit wird die Systemgleichung in Form der Matrizen präsentiert:

$$F_{\text{Mag-Z}}(k) = \bar{A}_Z(k) \cdot (\bar{X}_Z(k))^T \quad (3.25)$$

Die Ausgangsgröße $F_{\text{Mag-Z}}$ ist vom oben genannten Netz abgeleitet. Nur wird der Systemparameter k_{Mag} als das Verbindungsgewicht mithilfe des neuronalen Netzes approximiert. Die Gleichung (3.25) wird in das Adaline-Netz integriert (siehe Abb.3.13).

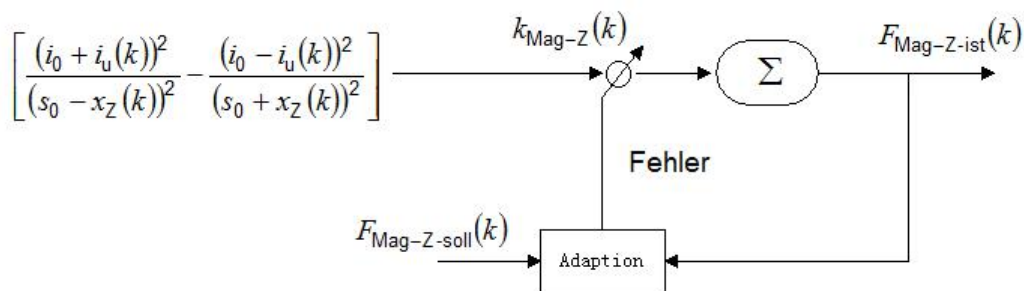


Abb.3.13: Integration der Berechnung der Magnetkraft in das Adaline-Netz

Die Parametermatrix und die Ausgangsgröße für das Adaline-Netz ergeben sich dazu. Die Eingangsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{U} = \left[\frac{(i_0 + i_u(k))^2}{(s_0 - x_Z(k))^2} - \frac{(i_0 - i_u(k))^2}{(s_0 + x_Z(k))^2} \right] \quad (3.26)$$

und die Gewichtung des Netzes lautet:

$$\bar{\omega} = [k_{\text{Mag-Z}}(k)] \quad (3.27)$$

Die Ausgangsgröße des Netzes ist:

$$y_{\text{NN}} = F_{\text{Mag-Z-ist}}(k) \quad (3.28)$$

Somit wird das Element k_{Mag} als die Gewichtung $\bar{\omega}$ im SISO-Netz approximiert. Das Netz-Training erfolgt das Rückwärtspropagationsverfahren und Abstiegsverfahren.

3.1.4.2 Identifikation der Rotordynamik in Radialrichtung

Zustandsgleichung

Fasst man die Gleichung der Rotordynamik mit Berücksichtigung der Störkraft, des Störkraftmoments, der Magnetkraft und des Magnetkraftmoments auf, so können die Gleichungen der radialen Rotordynamik als die zeitdiskrete Gleichung beschrieben werden. Die Rotorposition lautet:

$$x_X(k+1) = x_X(k) + v_X(k) \cdot T + F_{\text{St}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} + F_{\text{Mag-X}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \quad (3.29)$$

Die Rotorwinkelposition lautet:

$$\varphi_{\text{XZ}}(k+1) = \varphi_{\text{XZ}}(k) + \omega_{\text{XZ}}(k) \cdot T + M_{\text{St-XZ}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor-XZ}}} + M_{\text{Mag-XZ}}(k) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor-XZ}}} \quad (3.30)$$

Die Zustandsmatrizen der Gleichung für die Rotorposition und für die Winkelposition lauten:

$$\bar{X}_{\text{X-s}} = [x_X(k) \quad v_X(k) \quad F_{\text{St}}(k) \quad F_{\text{Mag-X}}(k)] \quad (3.31)$$

$$\bar{X}_{\text{X-}\varphi} = [\varphi_{\text{XZ}}(k) \quad \omega_{\text{XZ}}(k) \quad M_{\text{St-XZ}}(k) \quad M_{\text{Mag-XZ}}(k)] \quad (3.32)$$

Die Paramettermatrizen von der Gleichung für die Rotorposition und für die Winkelposition lauten:

$$\bar{A}_{\text{X-s}} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\bar{A}_{\text{X-}\varphi} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor-XZ}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor-XZ}}} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Damit werden die Systemgleichungen in Form der Matrizen präsentiert.

$$x_X(k+1) = \bar{A}_{\text{X-s}}(k) \cdot (\bar{X}_{\text{X-s}}(k))^T \quad (3.35)$$

$$\varphi_X(k+1) = \bar{A}_{\text{X-}\varphi}(k) \cdot (\bar{X}_{\text{X-}\varphi}(k))^T \quad (3.36)$$

Hierbei sind die momentane Rotorposition x_X , die Rotorgeschwindigkeit v_X , die momentane Rotorwinkelposition φ_{XZ} sowie die Rotorwinkelgeschwindigkeit ω_{XZ} aus der Zustandsbeobachtung abgeleitet. Die Störkraft $F_{\text{St-X}}$ und das Störkraftmoment $M_{\text{St-XZ}}$ sind die bekannte äußere Kraft und das Kraftmoment. Die Elemente der Zustandsgröße, sog. die Magnetkraft $F_{\text{Mag-X}}$ und das magnetische Kraftmoment $M_{\text{Mag-XZ}}$, sind unmessbar und werden mithilfe der neuronalen Netze abgeschätzt.

Integration der Systemgleichung in das Netz

Die Gleichung (3.35) wird in das Adaline-Netz integriert (siehe Abb.3.14). Nun wird ein unbekanntes Element $F_{\text{Mag-X}}$ als das Verbindungsgewicht approximiert.

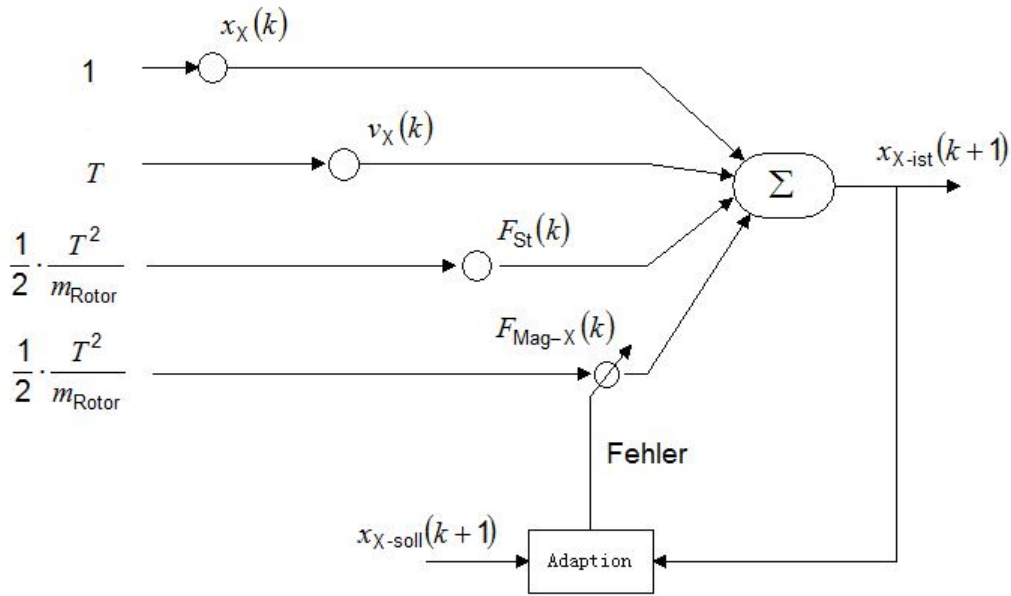


Abb.3.14: Integration der Gleichung der Rotorposition in das Adaline-Netz

Die Parametermatrix und die Ausgangsgröße für das Adaline-Netz ergeben sich dazu. Die Eingangsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{m_{\text{Rotor}}} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

und die Gewichtungsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{\omega} = [x_X(k) \quad v_X(k) \quad F_{\text{St-X}}(k) \quad F_{\text{Mag-X}}(k)] \quad (3.38)$$

Die Ausgangsgröße des Netzes ist:

$$y_{\text{NN}} = x_{X\text{-ist}}(k+1) \quad (3.39)$$

mit den konstanten Eingangswerten in \bar{U} sowie den bekannten Gewichtungen x_X , v_X , $F_{\text{St-X}}$ und einem zu approximierenden Gewichtungswert $F_{\text{Mag-X}}$ in Gewichtungsmatrix $\bar{\omega}$.

Die Gleichung (3.36) wird in das Adaline-Netz integriert, siehe Abb.3.15. Nun wird ein unbekanntes Element $M_{\text{Mag-XZ}}$ als das Verbindungsgewicht approximiert. Die Parametermatrix und die Ausgangsgröße für das Adaline-Netz ergeben sich dazu. Die Eingangsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor}}} & \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2}{J_{\text{Rotor}}} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Die Gewichtungsmatrix des Netzes lautet:

$$\bar{\omega} = [\varphi_{XZ}(k) \quad \omega_{XZ}(k) \quad M_{\text{St-XZ}}(k) \quad M_{\text{Mag-XZ}}(k)] \quad (3.41)$$

Die Ausgangsgröße des Netzes ist:

$$y_{\text{NN}} = \varphi_{XZ\text{-ist}}(k+1) \quad (3.42)$$

mit den konstanten Eingangswerten in \bar{U} sowie den bekannten Gewichtungen φ_{XZ} , ω_{XZ} , $M_{\text{St-XZ}}$ und einem zu approximierenden Gewichtungswert des Magnetkraftmoments $M_{\text{Mag-XZ}}$ in Gewichtungsmatrix $\bar{\omega}$.

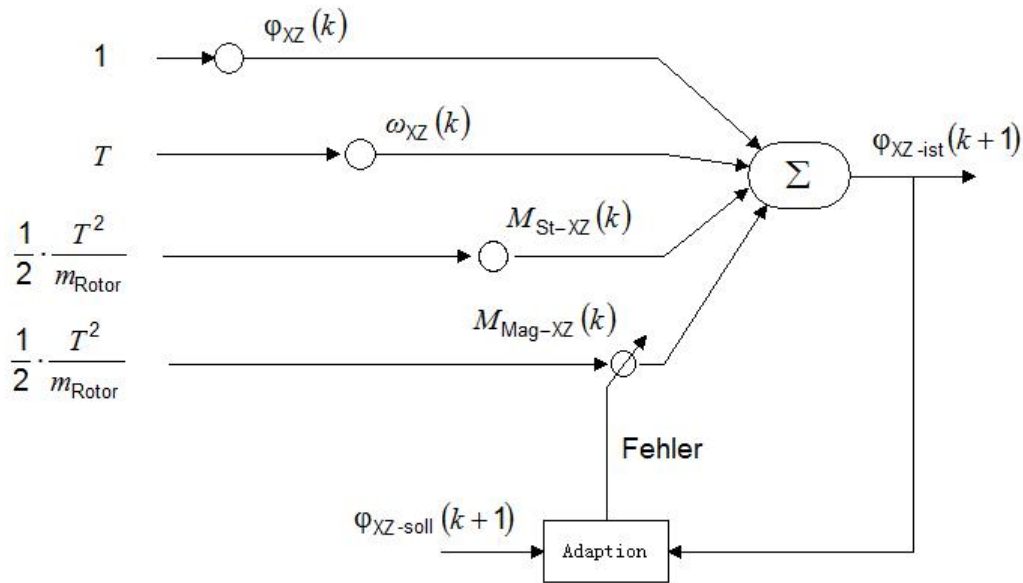


Abb.3.15: Integration der Gleichung der Rotorwinkelposition in das Adaline-Netz

Wie bereits beschrieben erfolgen die beiden Netze das Verfahren der Rückwärts-Propagation, Abstiegsverfahren und die Methode der kleinsten Fehlerquadrate als das Netz-Training.

3.1.5 Identifikation der linearen lokalen Modelle

Mit der Methode der Fuzzylogik in der Modellierung eines nichtlinearen Systems beschäftigen sich die Arbeit [Yu, 2003], [Hong, 1997²] und [Chiang, 2012], diese werden hier bei der Erstellung der Lageregelung für die variierenden Arbeitspunkte angewandt. Vorteilhaft ist die genaue Abbildung des Systems durch mehrere lokale Modelle. In der Praxis werden ausschließlich die linear parametrisierten lokalen Modelle bevorzugt. Dies ist äußerst vorteilhaft, da eine lineare optimale Regelung ermöglicht werden können. Mit diesem Ziel setzt sich dieser Abschnitt auseinander.

Methode der lineare Regression

Die Quelle [Shardt, 2015] erläutert:

„Regression ist ein Verfahren, mit dem unbekannte Parameterwerte einer Beziehung an einen bestimmten Datensatz angepasst werden, indem bestimmte Kriterien minimiert werden. Das am häufigsten verwendete Kriterium ist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Dabei wird die Summe der Fehlerquadrate, sprich die Differenz zwischen den gemessenen und den vorhergesagten Werten, minimiert.“

Der zu untersuchende lineare Prozess mit den Eingängen x und Ausgänge y sowie den Parametern ω als Verbindungsgewichtung lautet:

$$y(k) = \sum_{i=1}^m x_i \cdot \omega_i = x_1(k) \cdot \omega_1 + x_2(k) \cdot \omega_2 \cdots x_m(k) \cdot \omega_m \quad (3.43)$$

aus M-Messungen ergibt sich die Ausgangsmatrix mit Messgrößen y :

$$\bar{Y} = [y(k) \quad y(k+1) \quad \cdots \quad y(k+M-1)]^T \quad (3.44)$$

Die Eingangsmatrix der Messungen lautet:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \cdots & x_m(k) \\ x_1(k+1) & x_2(k+1) & \cdots & x_m(k+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(k+M-1) & x_2(k+M-1) & \cdots & x_m(k+M-1) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Die Parametermatrix $\bar{\omega}$ beinhaltet die Modellparameter ω und lautet:

$$\bar{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_m]^T \quad (3.46)$$

Aus dem Vergleich der Soll- und Ist- Ausgänge $y(k)$ ergibt sich der Fehler:

$$E(k) = y_{\text{soll}}(k) - y_{\text{ist}}(k) = y_{\text{soll}}(k) - [x_1(k) \cdot \omega_1 + x_2(k) \cdot \omega_2 \cdots x_m(k) \cdot \omega_m] \quad (3.47)$$

Somit lautet die Fehlermatrix der M-Messungen:

$$\bar{E} = [E(k) \quad E(k+1) \quad \cdots \quad E(k+M-1)]^T \quad (3.48)$$

Aus M-Messungen ist die überbestimmte lineare Systemgleichung in der Form der Matrizen beschrieben:

$$\bar{Y} = \bar{X} \cdot \bar{\omega} + \bar{E} \quad (3.49)$$

Das klassische lineare Regressionsproblem lautet:

$$\bar{Y} = f_{\text{LR}}(\bar{\omega}, \bar{X}, \bar{E}) \quad (3.50)$$

Die Matrix \bar{Y} beinhaltet die Ausgangsgrößen. \bar{X} ist eine Eingangsmatrix, wobei die Eingangsdaten beinhaltet sind. $\bar{\omega}$ ist eine Parametermatrix, die die gesuchten Parameter enthält. Dies werden als Modellparameter genannt und durch das Regressionsverfahren ermittelt werden. \bar{E} ist der Schätzfehler aus lokalen Datenpunkten y . f_{LR} ist die gesuchte Regressionsfunktion, die die Beziehung zwischen den Ein- und Ausgangsdaten nachbildet.

Dabei handelt es sich um die klassische lineare Regression (sog. Kleinst-Quadrate-Regression). Dabei wird die zu optimierende Zielfunktion als

$$\min(\bar{E}^T \cdot \bar{E}) = \min_{\bar{\omega}} \left((\bar{Y} - \bar{X} \cdot \bar{\omega})^T (\bar{Y} - \bar{X} \cdot \bar{\omega}) \right) \quad (3.51)$$

beschrieben. Durch Minimieren des quadratischen Fehlers $\bar{E}^T \cdot \bar{E}$ mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate erhält man die geschätzte Parametermatrix:

$$\bar{\omega} = [\bar{X}^T \cdot \bar{X}]^{-1} \cdot \bar{X}^T \cdot \bar{Y} \quad (3.52)$$

Die Detaillierung zur Themen von der Kovarianzmatrix der Parameterschätzungen, der Vertrauensbereiche für die Parameterschätzungen, Standardabweichung des Modells, dem vorhergesagten Mittelwert und dessen Vertrauensbereich, dem vorhergesagten Einzelwert sowie dessen Vertrauensbereich sowie der Varianzanalyse und Modellvalidierung befindet sich in Quelle [Shardt, 2015].

Linearisierung der lokalen Modelle

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Approximation untersucht, die speziell für die beiderseitigen Magnetspulen mit einem linearisierten Modell entwickelt wird. Als die Grundidee dient die folgende Funktion für die Magnetkraft:

$$F_{\text{Mag}}(k) = k_i |_{i(k), x(k)} \cdot i_u(k) + k_s |_{i(k), x(k)} \cdot x_{\text{Rotor}}(k) \quad (3.53)$$

Insgesamt sind die Parameter k_i und k_s für die im Kraft-Strom-Luftspalt-Kennfeld

$$F_{\text{Mag}} \sim [i_u \quad x_{\text{Rotor}}]$$

gleichmäßig verteilten Arbeitspunkte zu schätzen. Die Schätzung eines definierten Punktes vom Kennfeld mit dem Regressionsverfahren ist problemlos, da um den definierten Punkt die lineare Relation der Eingänge $(i_u \quad x_{\text{Rotor}})$ und Ausgänge F_{Mag} bestehen.

Die Parameter k_i und k_s für jeden definierten Arbeitspunkt, sog. das lokale Modell, sind zu ermitteln. Wie in Tbl.3.1 dargestellt, wird jeder definierte Arbeitspunkt durch den mehreren benachbarten Arbeitspunkte mit dem kleinen Abstand, sog. Δx und Δi präsentiert.

Benachbarter Arbeitspunkt	Eingangsgröße 1: Stellstrom [A]	Eingangsgröße 2: Rotorposition [mm]	Ausgangsgröße: Magnetkraft
Arbeitspunkt 1-1	$i_u - \Delta i$	$x_{\text{Rotor}} - \Delta s$	$F _{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-1}$
Arbeitspunkt 1-2	i_u	$x_{\text{Rotor}} - \Delta s$	$F _{i_u, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-2}$
Arbeitspunkt 1-3	$i_u + \Delta i$	$x_{\text{Rotor}} - \Delta s$	$F _{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-3}$
Arbeitspunkt 2-1	$i_u - \Delta i$	x_{Rotor}	$F _{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-1}$
Arbeitspunkt 2-2	i_u	x_{Rotor}	$F _{i_u, x_{\text{Rotor}}}^{2-2}$
Arbeitspunkt 2-3	$i_u + \Delta i$	x_{Rotor}	$F _{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-3}$
Arbeitspunkt 3-1	$i_u - \Delta i$	$x_{\text{Rotor}} + \Delta s$	$F _{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-1}$
Arbeitspunkt 3-2	i_u	$x_{\text{Rotor}} + \Delta s$	$F _{i_u, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-2}$
Arbeitspunkt 3-3	$i_u + \Delta i$	$x_{\text{Rotor}} + \Delta s$	$F _{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-3}$

Tbl.3.1: Definierung eines Arbeitspunktes aus benachbarten Arbeitspunkten

Bemerkenswert ist auch, dass bei der lokalen Schätzung das lineare System offensichtlich als die Reihengleichungen geschrieben werden, um in Form einer Systemmatrix formulieren zu können:

$$\begin{aligned}
 F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-1} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u - \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} - \Delta s) \\
 F|_{i_u, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-2} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} - \Delta s) \\
 F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-3} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u + \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} - \Delta s) \\
 F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-1} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u - \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}}) \\
 F|_{i_u, x_{\text{Rotor}}}^{2-2} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}}) \\
 F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-3} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u + \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}}) \\
 F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-1} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u - \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} + \Delta s) \\
 F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-1} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u - \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} + \Delta s) \\
 F|_{i_u, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-2} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} + \Delta s) \\
 F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-3} &= k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (i_u + \Delta i) + k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \cdot (x_{\text{Rotor}} + \Delta s)
 \end{aligned}$$

Die Parameter k_i und k_s sind die zu approximierenden Systemparameter der beiderseitigen Spule. Bei Verwendung der Systemmatrix liefert die Regressionsmethode den Vorteil, die Approximation der Parameter sehr schnell durchzuführen. Von der Reihengleichung, wird die Eingangsmatrix abgeleitet:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} i_u - \Delta i & x_{\text{Rotor}} - \Delta s \\ i_u & x_{\text{Rotor}} - \Delta s \\ i_u + \Delta i & x_{\text{Rotor}} - \Delta s \\ i_u - \Delta i & x_{\text{Rotor}} \\ i_u & x_{\text{Rotor}} \\ i_u + \Delta i & x_{\text{Rotor}} \\ i_u - \Delta i & x_{\text{Rotor}} + \Delta s \\ i_u & x_{\text{Rotor}} + \Delta s \\ i_u + \Delta i & x_{\text{Rotor}} + \Delta s \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Die zu suchende Parametermatrix lautet:

$$\bar{\omega} = \left[k_i|_{i_u, x_{\text{Rotor}}}, k_s|_{i_u, x_{\text{Rotor}}} \right]^T \quad (3.55)$$

Die Ausgangsmatrix wird geschrieben als:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-1} \\ F|_{i_u, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-2} \\ F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} - \Delta s}^{1-3} \\ F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-1} \\ F|_{i_u, x_{\text{Rotor}}}^{2-2} \\ F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}}}^{2-3} \\ F|_{i_u - \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-1} \\ F|_{i_u, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-2} \\ F|_{i_u + \Delta i, x_{\text{Rotor}} + \Delta s}^{3-3} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

mit Berücksichtigung des Fehlers aus allen Punkten ergibt sich die Systemgleichung:

$$\bar{Y} = \bar{X} \cdot \bar{\omega} + \bar{E} \quad (3.57)$$

Mit dem oben genannten Konzept in Abb.3.16 integriert, wird die erzeugte Magnetkraft F_{Mag} aus den zwei gegenüberliegenden Spulen ermittelt sowie die Parameter k_i und k_s durch die Regression approximiert.

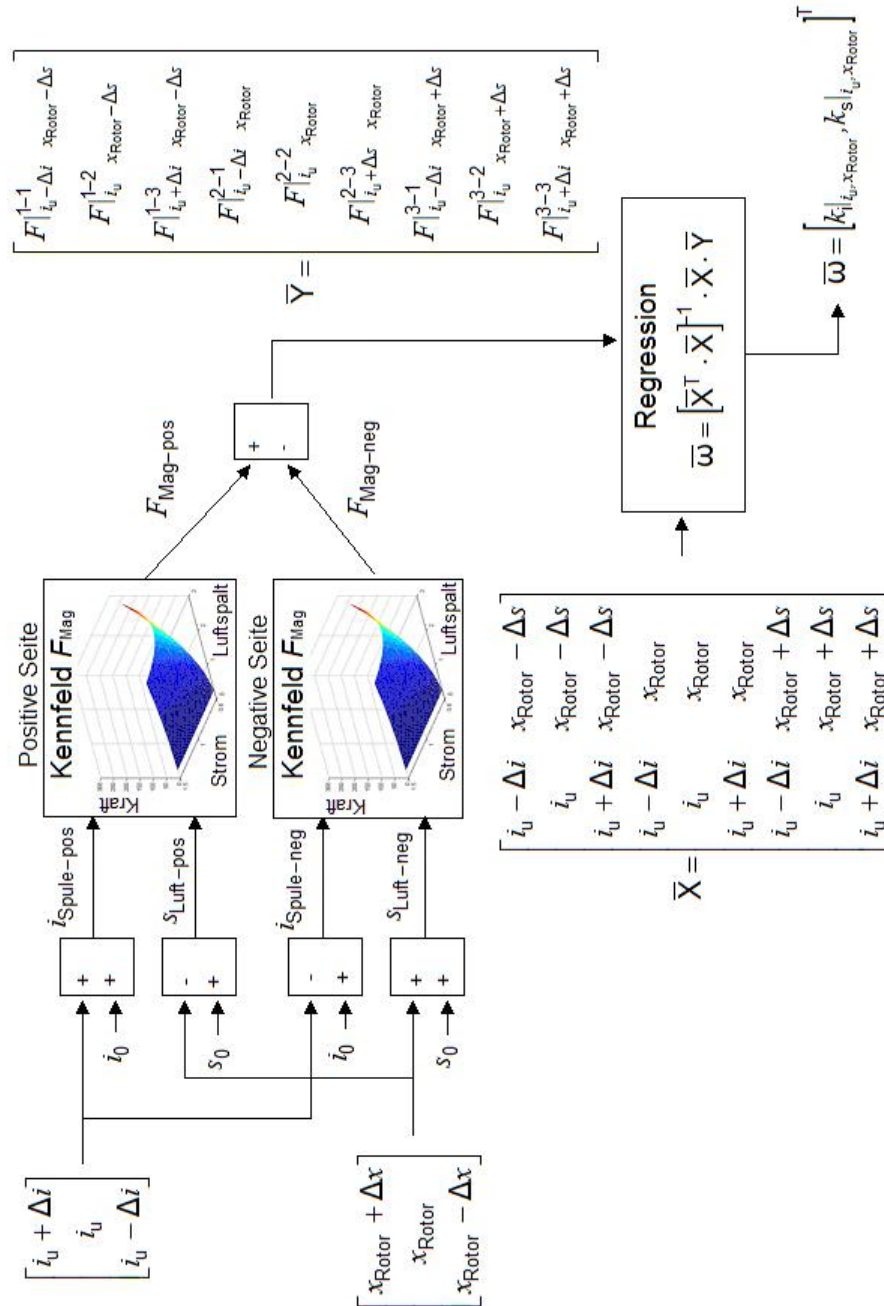


Abb.3.16: Einsatz der Regression im Identifikationsverfahren

Definition der Arbeitspunkte

Bei der Klassifizierung der Arbeitspunkte werden die Eingangsdaten, sog. der Steuerstrom i_u und die Rotorposition x_{Rotor} , jeweils zur linguistischen Variablen zusammengefasst und mit der Klasse -- MM(minus minus), M(minus), N(normal), P(plus), PP(plus plus) eingruppiert. Das F_{Mag} -Kennfeld wird zur 25 Punkten gegliedert. Es ergeben sich bei der Erstellung der Arbeitspunkte die 25 Logik-Regeln in Tbl.3.2:

Logik.Nr	Voraussetzung 1	Voraussetzung 2	Schlussfolgerung
1.	$i_u \rightarrow MM$	$x_{\text{Rotor}} \rightarrow MM$	$F_{\text{Mag}} = F _{i_u \sim [MM], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ mit Parametern $k_i _{i_u \sim [MM], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ und $k_s _{i_u \sim [MM], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$
2.	$i_u \rightarrow M$	$x_{\text{Rotor}} \rightarrow MM$	$F_{\text{Mag}} = F _{i_u \sim [M], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ mit Parametern $k_i _{i_u \sim [M], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ und $k_s _{i_u \sim [M], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$
3.	$i_u \rightarrow N$	$x_{\text{Rotor}} \rightarrow MM$	$F_{\text{Mag}} = F _{i_u \sim [N], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ mit Parametern $k_i _{i_u \sim [N], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$ und $k_s _{i_u \sim [N], x_{\text{Rotor}} \sim [MM]}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
25.	$i_u \rightarrow PP$	$x_{\text{Rotor}} \rightarrow PP$	$F_{\text{Mag}} = F _{i_u \sim [PP], x_{\text{Rotor}} \sim [PP]}$ mit Parametern $k_i _{i_u \sim [PP], x_{\text{Rotor}} \sim [PP]}$ und $k_s _{i_u \sim [PP], x_{\text{Rotor}} \sim [PP]}$

Tbl.3.2: Arbeitspunkt vom Kennfeld mit Logik-Regeln

Anhand der Fuzzylogik ist das Referenzsystem näherungsweise linear. Aus diesem Grund kann die Identifikation durch ein lineares Modell einfach umgesetzt werden. Vorteilhaft bei dieser Identifikationsweise ist die Tatsache, dass ein nichtlineares System ohne großer Rechenleistung zu identifiziert werden kann.

3.2 Einsatzgebiet der Identifikation in Leistungselektronik

Dieser Abschnitt behandelt das Systemverhalten der Leistungselektronik und geht neben einer Betrachtung der Systemunsicherheit und Modellabweichung auf die Methode der Identifikation bzw. Diagnose ein.

3.2.1 Analyse der Systemeigenschaft

Eigenschwingung durch Kapazität und Induktivität

Laut Quelle [Kucera, 1997] besitzen die Magnetspulen nicht nur Selbstinduktivität, sondern auch Eigenkapazität. Die Induktivität wird durch den Potenzialunterschied, der zwischen den benachbarten Spulenwicklungen entsteht, hervorgerufen. Die gesamte Kapazität setzt sich aus Teilkapazitäten zusammen. Die Teilkapazitäten entstehen zwischen den einzelnen Windungen und werden zur parallel liegenden Gesamtkapazität zusammengefasst. Diese Gesamtkapazität wird als Eigenkapazität der Spulen genannt.

Die Zusammenwirkung von Kapazität und Induktivität der Spulen wird durch einen LC-Parallelschwingkreis angezeigt, der bei einer bestimmten Frequenz eine durch Wirbelstromgedämpfte Resonanz besitzt. In Quelle [Kucera, 1997] wurde gezeigt, dass die Resonanzfrequenz der Lagerspule bei etwa 100 KHz bis 1 MHz liegt.

Die folgende Gleichung beschreibt die Gesamtimpedanz des Magnetlagers mit Betrachtung der Kapazität und Induktivität aus Quelle [Kucera, 1997].

$$Z = Z_L || Z_C = \frac{Z_L \cdot Z_C}{Z_L + Z_C} \quad \text{mit} \quad Z_C = \frac{1}{j \cdot \omega_f \cdot C} \quad (3.58)$$

Die Resonanz ist die überwiegende Ursache der Wirbelströme. Als Folge stellt sich in der Praxis die Eigenschwingung aus Wirbelströmen her, bei der die Amplitude nicht konstant bleibt und die Schwingungsfrequenz mit der Anregungsfrequenz des Modells nicht übereinstimmt. Anstelle der Resonanz bei der variierten Frequenz wird hier eine Modellunsicherheit betrachtet.

Einfluss der Wirbelströme aus Ummagnetisierung

Wirbelströme befinden sich in elektrisch leitenden Materialien, wenn die Materialien im magnetischen Wechselfeld stehen. Der Wirbelstrom erzeugt ein Magnetfeld gegensinnig zum ursprünglichen Feld. Somit entsteht eine Feldverdrängung. In Quelle [Ruskowski, 2004] wurde das Prinzip der Flussänderung ausführlich dargestellt. Eine Flussänderung $d\Phi/dt$ induziert im Kernmaterial Wirbelströme in einer Ebene orthogonal zur Flussrichtung, die wiederum die Flussänderung hemmen, da sie gemäß dem Induktionsgesetz ihrer Ursache entgegenwirken.

Die Leitfähigkeit des Materials wirkt somit als die verteilte Sekundärwicklung eines imaginären Transformators. Wirbelströme und Feldverdrängung können zu einem Energieverlust führen, der die wichtigste Ursache für Temperaturveränderungen ist. Laut Quelle [Ruskowski, 2004] in Kernmaterialien wird die erreichbare Kraftdynamik durch Wirbelströme normalerweise so stark beeinträchtigt. Aus diesem Grund ist eine Betrachtung der nicht fassbaren Kraftdynamik in Bezug zum Kraft-Strom-Luftspalt unerlässlich.

Temperatureinfluss

Im Regelfall besitzen reale Spulen neben Induktivität, Kapazität und elektrischem Widerstand noch eine Resonanzstelle, Remanenz sowie Wirbelstromverlust (siehe Abb.3.17). Alle Faktoren sind temperaturabhängig. In Quelle [Düsterhaupt, 2012] wurde der thermische Einfluss auf Elektromagnetspulen gezeigt. Die Übertragungsfunktion des elektrischen Verhaltens einer Spule wird idealisiert als die Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstands R und einer Induktivität L betrachtet. Die Temperaturabhängigkeit des Widerstands R der Kupferwicklung führt zur Änderung der Parameter in dieser Komponente.

$$u = u_R + u_L = i_{\text{Spule}} \cdot (R + \Delta R) + (L + \Delta L) \cdot \frac{di_{\text{Spule}}}{dt} \quad (3.59)$$

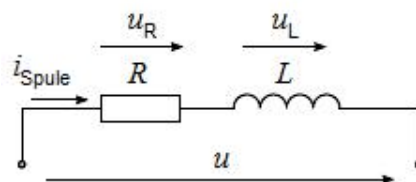


Abb.3.17: Reihenschaltung einer Spule
[Düsterhaupt, 2012]

Strombegrenzung

In der Stromsteuerung wird der Soll-Strom durch den Lageregler vorgeschrieben. Ist der Verstärker ausreichend dimensioniert, kann der Soll-Strom dem Ist-Strom in der Lagerwicklung gleich gesetzt werden. Allerdings gilt dabei, mögliche nichtlineare Effekte zu beachten. Bei höheren Frequenzen ergibt sich eine Begrenzung durch die maximale Ausgangsspannung des Verstärkers (siehe Abb.3.18). Das Magnetlager stellt eine rein

induktive Last L dar. Diese nimmt mit zunehmender Frequenz zu und führt ab einer Grenzfrequenz ω_{f0} zu einer Abnahme des maximalen Verstärkerstroms.

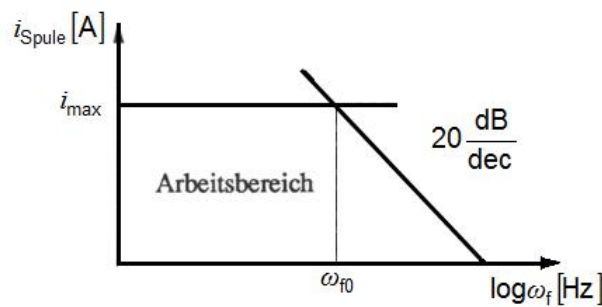


Abb.3.18: Strombegrenzung mit zunehmender Verstärkerfrequenz
[Viggiano, 1992]

Nach [Viggiano, 1992] kann diese Grenzfrequenz ω_{f0} aus der Ausgangsspannung u und dem maximalen Strom i_{max} des Verstärkers bestimmt werden:

$$\omega_{f0} = \frac{u}{i_{\text{max}} \cdot L} \quad (3.60)$$

Die Grenzfrequenz muss oberhalb der maximal zu beeinflussenden Eigenfrequenz liegen. Ansonsten könnte es zu einer Verstärkersättigung kommen. Die Strom- und Spannungsbegrenzungen der Verstärker lassen sich als Modellnichtlinearität und Modellunsicherheit definieren.

3.2.2 Stand der Technik der Systemidentifikation

Ziel des Einsatzes der Identifikation im Rahmen der Leistungselektronik ist die technische Diagnose. Übergeordnetes Ziel ist es, auftretende Variation in Ein- und Ausgangsverhalten der Leistungselektronik rechtzeitig zu erkennen, daraus geeignete Gegenmaßnahmen vorzuschlagen bzw. Reglerparameter einzuleiten.

Die in Quelle [Gärtner, 2007] verwendete Strategie auf Basis der Regression wird recherchiert. Der Ausgangsfehler bzw. Gleichungsfehler (siehe Abb.3.19 und Abb.3.20) wurden in Regression analysiert.

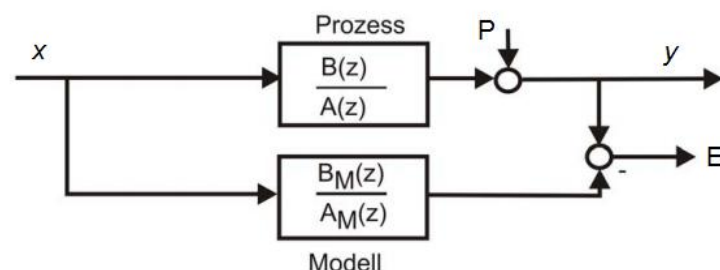


Abb.3.19: Der in Regressionsverfahren verwendete Ausgangsfehler
[Gärtner, 2007], mit P als Prozessstörung, E als Schätzfehler

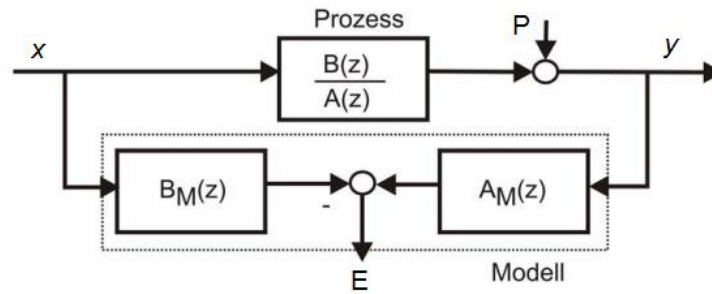


Abb.3.20: Der in Regressionsverfahren verwendete Gleichungsfehler
[Gärtner, 2007], mit P als Prozessstörung, E als Schätzfehler

In oben genannter Quelle wird die folgende Differenzengleichung als der zu untersuchende Prozess mit M-Messungen in Regression analysiert

$$y(k) = -c_1 \cdot y(k-1) - \dots - c_n \cdot y(k-n) + d_0 \cdot x(k) + d_1 \cdot x(k-1) + \dots + d_n \cdot x(k-n) \quad (3.61)$$

mit der geschätzten Parametermatrix:

$$\bar{\omega} = [c_1 \dots c_n \quad d_0 \dots d_n]^T \quad (3.62)$$

Weiterhin ist die Anregungsmethode (siehe „Identifikation der Frequenzgänge“ in Abschnitt 3.1.2) ein klassisches Verfahren der Systemidentifikation in Leistungselektronik. Die unbekannte Übertragungsfunktion auf Basis der Frequenzgänge wird an einen bestimmten Ein- und Ausgangsdatensatz angepasst.

3.2.3 Motivation und Zielsetzung

Identifikation der Frequenzgänge

Wie in Abschnitt 3.1.3 erläutert, sind die traditionellen Methoden der Identifikation der Frequenzgänge ohne Abbruch des Betriebs der Maschine nicht möglich. Aus diesen Gründen findet die vorliegende Arbeit eine andere Methode für die Online-Identifikation, die am geschlossenen, sich in Betrieb befindenden System realisierbar ist.

Regression

Laut Quelle [Gärtner, 2007] wird der zu untersuchende Prozess beim Identifikationsverfahren durch ein Modell beschrieben. Mit einer geeigneten Regressionsmethode werden die Modellparameter ermittelt. Dieses Verfahren ist hauptsächlich geeignet zur Erkennung von multiplikativen Fehlern bei linearen dynamischen Prozessen. Eine Anwendungsmöglichkeit bei aktiven Magnetlagern für die Erkennung von Parameteränderungen des Streckengliederns wurde in dieser Arbeit nachgewiesen.

Problemstellung und Zielsetzung

In praktischer Anwendung ist die Methode der Regression sehr beschränkt, wenn die gegebenen Messpunkte der Ein- und Ausgangsgrößen mangelhaft sind und keine glatte Funktion sich repräsentieren lässt. Es ist evident in der Praxis, dass die Qualität der Approximation sehr von der Messqualität und der statistischen Qualität der Messwerte abhängen wird. Die Methode ist klarerweise sinnlos, wenn die Linearität der Ein- und Ausgangsgrößen auch die statistischen Abweichungen sich stark ändern. Andererseits laut Quelle [Diesing, 1982] bietet die Regressionsmethode nicht zu unterschätzende numerische Vorteile hinsichtlich des Rechenaufwandes.

Die Nachteile dieser Methode, besonders bezüglich des Rechenaufwandes, sind durch die Einführung methodischer Verbesserungen auszugleichen, worauf im Folgenden noch eingegangen wird. Ausgehend von der Systemidentifikation mit Nutzung der Iteration geht dieser Abschnitt darüber hinaus und kombiniert die neuronalen Netze mit dem Identifikationsverfahren, in dem mit niedrigem Rechenaufwand der Einfluss der fehlenden Messsignale und der Signalverfälschung minimiert wird.

3.2.4 Entwurf der Identifikation in Leistungselektronik

Bei der Anwendung des Identifikationsverfahrens wird der zu untersuchende Prozess durch ein Modell nachgebildet. Unter Nutzung der Stellgrößen als die Eingangssignale und der Spulenströme als die Ausgangssignale der Streckenglieder werden mit einer geeigneten Methode die Modellparameter ermittelt.

Darstellung des Systems

Der zu untersuchende Prozess der Leistungselektronik im idealen Zustand ist als *White-Box*-Modell in der z-Übertragungsfunktion (SISO):

$$G_{LE}(z) = \frac{i_{Spule}(z)}{u_{Regel}(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + z^{-1} \cdot b_1}{1 + z^{-1} \cdot a_1} \quad (3.63)$$

mit $b_0 = 0$, $b_1 = k_{ui} \cdot (e^{-T/T_{ui}})$, $a_1 = -1 + e^{-T/T_{ui}}$ drin nachgebildet. Oder als numerische Berechnung in differentialer Form dargestellt ist:

$$i_{Spule}(k) = i_{Spule}(k-1) \cdot (-a_1) + u_{Regel}(k) \cdot b_0 + u_{Regel}(k-1) \cdot b_1 \quad (3.64)$$

Da das System in praktisch aufgrund der Unsicherheit und Nichtlinearität als ein zeitdiskretes dynamisches System erfasst wird, ist für den zu untersuchenden Prozess die folgende Übertragungsfunktion (MISO) mit hoher Ordnungszahl anpassend (siehe Abb.3.21):

$$G_{LE}(z) = \frac{i_{Spule}(z)}{u_{Regel}(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + z^{-1} \cdot b_1 + \dots + z^{-n} \cdot b_n}{1 + z^{-1} \cdot a_1 + \dots + z^{-n} \cdot a_n} \quad (3.65)$$

Für die numerische Berechnung lautet die Differenzengleichung:

$$i_{Spule}(k) = i_{Spule}(k-1) \cdot (-a_1) + i_{Spule}(k-2) \cdot (-a_2) + \dots + i_{Spule}(k-n) \cdot (-a_n) \dots + u_{Regel}(k) \cdot b_0 + u_{Regel}(k-1) \cdot b_1 + \dots + u_{Regel}(k-n) \cdot b_n \quad (3.66)$$

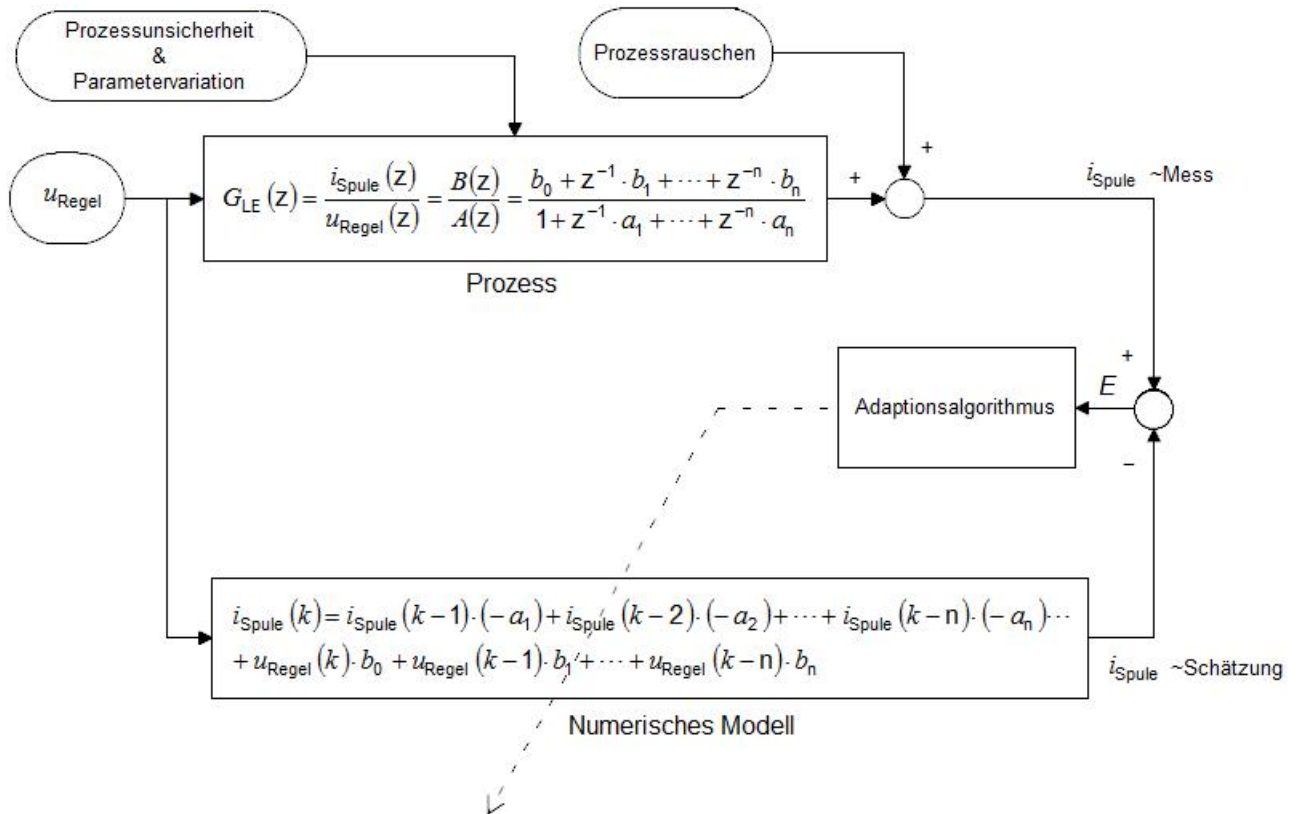


Abb.3.21: Konzept der Parameteridentifikation für Leistungselektronik

Bei der Identifikation wird das mathematische Modell ermittelt. Dabei werden die Ein- und Ausgangssignale des Prozesses mittels Identifikationsverfahrens so ausgewertet, dass ihre Zusammenhänge in einem mathematischen Modell ausgedrückt werden können. Das Modell versucht, die Ausgangsgröße des Prozesses für den nächsten Zeitschritt mit Nutzung der vergangenen Ein- und Ausgangsgrößen des Prozesses vorherzusagen.

Identifikationsverfahren mit neuronalen Netze

Beim Ein- / Ausgangsmodell besteht die Aufgabe in einer Prädiktion $i_{\text{Spule-ist}}(k+1)$ (sog. Schätzung) der Ausgangsgröße $i_{\text{Spule-soll}}(k+1)$ (sog. Messung) aus den zurückliegenden Eingangsgrößen $u_{\text{Regel}}(k)$ und Ausgangsgrößen $i_{\text{Spule}}(k)$. Werden die Ein- und Ausgangsgrößen zur Matrix \bar{X} zusammengefasst:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} u_{\text{Regel}}(k) & u_{\text{Regel}}(k-1) & \dots & u_{\text{Regel}}(k-n) & i_{\text{Spule}}(k-1) & i_{\text{Spule}}(k-2) & i_{\text{Spule}}(k-n-1) \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

so besteht die Modellbildung aus dem Auffinden einer geeigneten Funktion G_{LE} mit einer Parametermatrix $\bar{\omega}$:

$$i_{\text{Spule}}(k) = G_{\text{LE}}(\bar{X}, \bar{\omega}) \quad (3.68)$$

mit der Parametermatrix:

$$\bar{\omega} = [a_1(k) \quad a_2(k) \quad \dots \quad b_1(k) \quad b_2(k) \quad \dots] \quad (3.69)$$

Diese Funktion G_{LE} sollen die Ausgangsgrößen des Systems möglichst genau wiedergeben. Es gilt die Abweichung:

$$E(k) = i_{\text{Spule-soll}}(k) - i_{\text{Spule-ist}}(k) \quad (3.70)$$

zwischen der Messung „soll“ und Prädiktion „ist“ zu minimieren. Alle Modellparameter werden in einer Matrix $\bar{\omega}$ zusammengefasst (siehe Abb.3.22). Die Bestimmung von $\bar{\omega}$ erfolgt durch iteratives Verfahren und Rückwärts-Propagationsverfahren im Allgemeinen. Die Modelloptimierung erfolgt anhand des mittleren quadratischen Fehlers:

$$SE(\bar{\omega}) = \frac{1}{r} \sum_{l=1}^r (E_l(\bar{\omega}))^2 \quad (3.71)$$

Anstelle eines mathematischen Modells wird in dieser Arbeit ein neuronales Netz verwendet, um das numerische Übertragungsverhalten des dynamischen Prozesses zu bilden. Auch bei Systemmodellbildung ist die möglichst exakte Bildung des dynamischen Verhaltens erwünscht. Ein neuronales Netz mit der Adaline-Struktur besitzt die iterative Fähigkeit und kann das Prozessverhalten mit niedrigem Rechenaufwand darstellen.

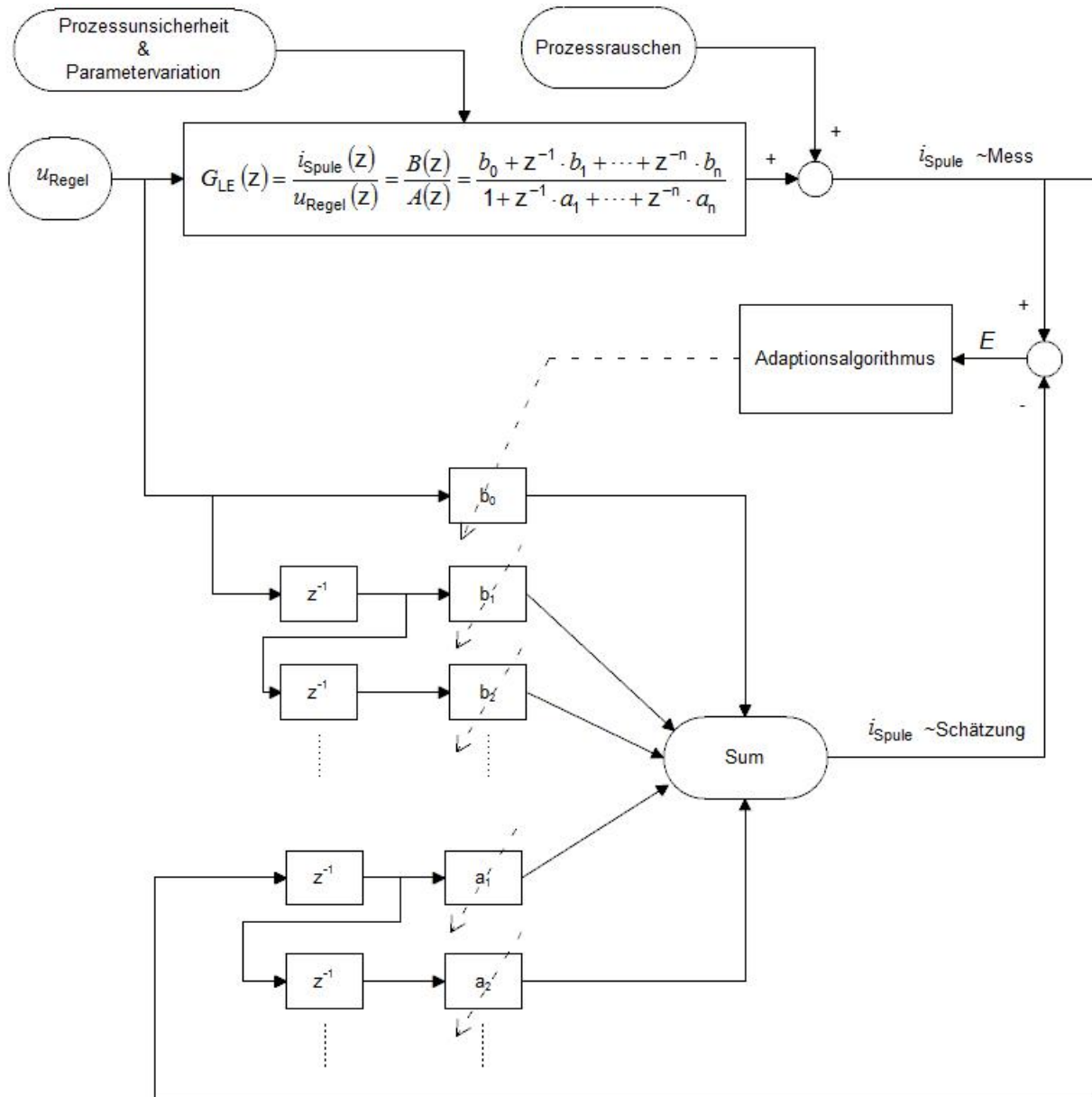


Abb.3.22: Adaline-Netz für Parameteridentifikation für die Leistungselektronik

3.3 Systemannäherung mittels Fuzzylogik

Stand der Systemlinearisierung

Für die Reglerauslegung werden die aktiven magnetischen Lager vorwiegend als eine Fuzzylogik mit mehreren linearen Funktionen modelliert, wie die Arbeiten [Yu, 2003], [Wang, 2010], [Hong, 2000], [Hong, 1997] und [Hong, 1997²] beschreiben. Als diesbezügliches Paradebeispiel genannt werden kann Quelle [Yu, 2003], worin das Konzept der Modellierung nichtlinearer, aktiver Magnetlager mit „*Self Constructing Neural Fuzzy Inference Network (SONFIN)*“ anhand eines Takagi-Sugeno-Kang-Fuzzymodells (TSK) im Fokus steht (siehe Abb.3.23). Die *i*. Regel R_i im linearen Takagi-Sugeno-Fuzzymodell (TS) lautet:

$$\begin{aligned}
 R_i: & \text{Wenn} \quad \text{die Zustandsgröße } x_1 \text{ in Fuzzy-Set } T_{1 \sim i} \text{ ist,} \\
 & \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \quad \quad \text{die Zustandsgröße } x_n \text{ in Fuzzy-Set } T_{n \sim i} \text{ ist,} \\
 & \text{dann} \quad \text{lautet die Zustandsgleichung:} \\
 & \quad \dot{x} = \bar{A}_{\sim i} \cdot x(t) + \bar{B}_{\sim i} \cdot u(t) \\
 & \quad y(t) = \bar{H} \cdot x(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.72}$$

Zu den darin enthaltenen Variablen gehören: die Systemmatrizen \bar{A} \bar{B} von *i*. Fuzzy-Regel R_i sowie die Beobachtungsmatrix \bar{H} .

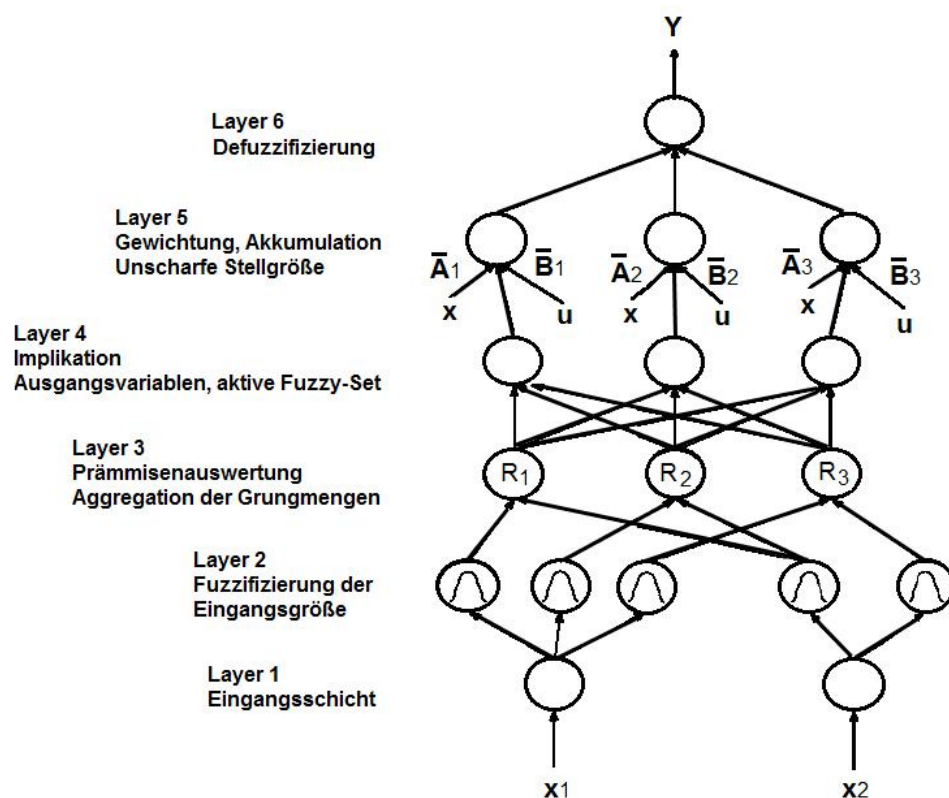


Abb.3.23: Das Konzept der Systemmodellierung mittels der SONFIN-Struktur
[Yu, 2003]

Ein linearer Zustandsregler $u(t) = \bar{K}_{U \sim i} \cdot x(t)$ für das *i*. lokale Modell wurde im hier vorgestellten Projekt verwendet. Bei der Defuzzifizierung der Stellgrößen verschiedener lokaler Modelle wurde eine nichtlineare Lageregelung ermöglicht. Der Nachteil dieses

Konzepts gegenüber neuronalen Netzen ist, dass die Fuzzylogik nicht adaptierbar ist. Damit ist keine Anpassung der Logik-Regel an eine sich verändernde Einsatzumgebung möglich. Um diesen Nachteil zu überwinden, wird das Konzept eines adaptiven Fuzzy-Reglers in Abschnitt 5 in der vorliegenden Arbeit präsentiert.

Linearisierung und Systemannäherung mittels Fuzzylogik

Aufgrund der hohen Nichtlinearität der Magnetkraft muss ein Konzept eingesetzt werden, bei dem die Reglerparameter der Arbeitspunkte bekannt sind. Die Anzahl der notwendigen Fuzzy-Regeln ist auf die minimal notwendige Größe zu schätzen. Das Modell, sog. das diskrete System in Gl. (2.84) und (2.85), wird um verschiedenen Arbeitspunkten linearisiert und durch die TS-Fuzzylogik angenähert (siehe Abb.3.24).

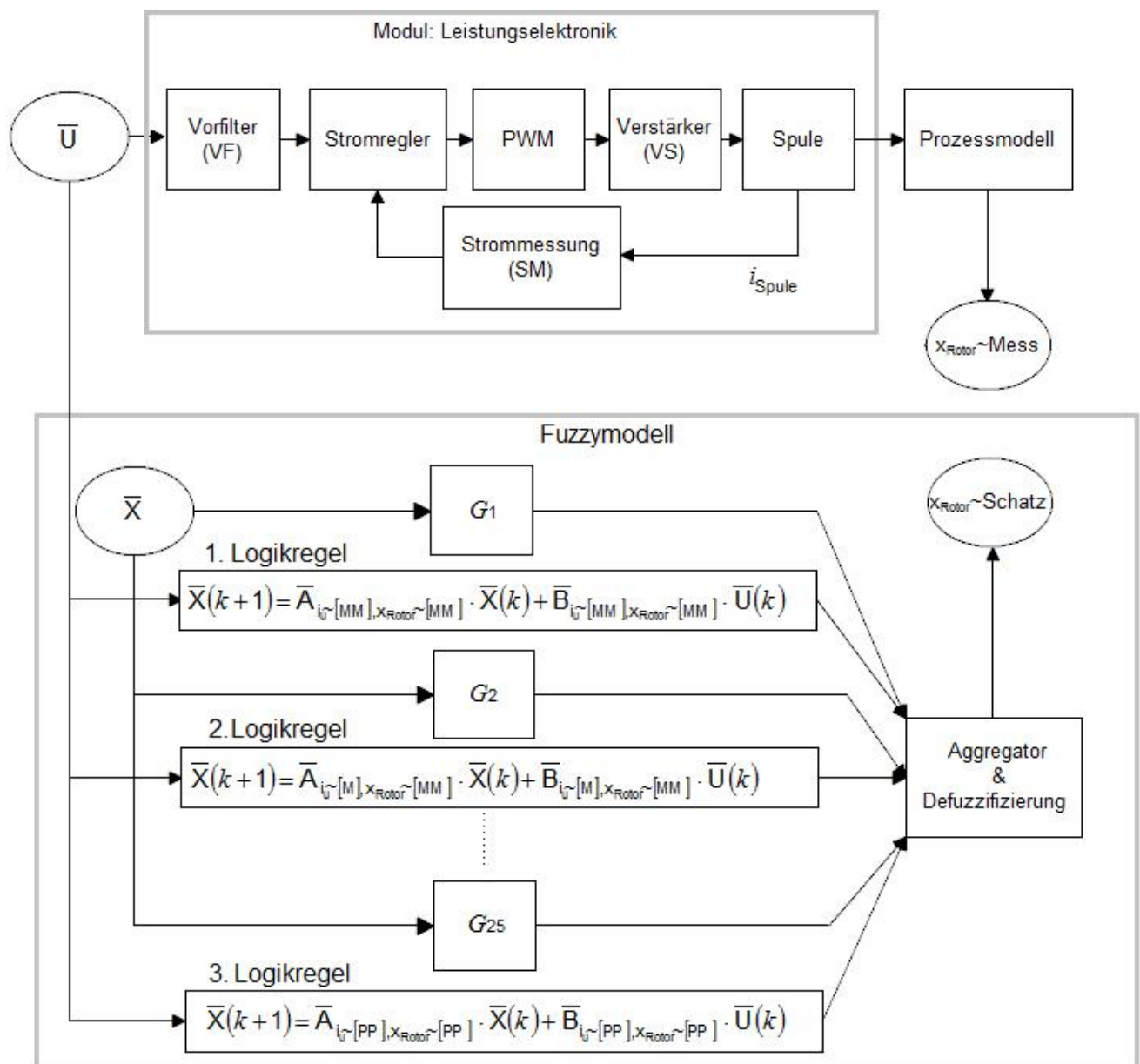


Abb.3.24: Systemannäherung mittels Fuzzylogik
mit \bar{U} , \bar{X} als Eingänge und x_{Rotor} als Ausgang

Bei der Fuzzyfizierung der Zustandsklasse wird für jeden Arbeitspunkt der Erfüllungsgrad sowie Zugehörigkeitsgrad $\mu_i(\bar{X})$ für i. lokales Modell berechnet. Somit wird die Zustandsgröße des nicht linearen Modells ermittelt (sog. Aggregator und Defuzzifizierung):

$$\bar{X}(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{25} \mu_i(\bar{X}) \cdot [\bar{A}_{\sim i} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\sim i} \cdot \bar{U}(k)]}{\sum_{i=1}^{25} \mu_i(\bar{X})} \quad (3.73)$$

Eine Aufstellung der Zugehörigkeitgrade μ_i erfolgt eine Gauß-Funktion G_i und gilt:

$$\mu_i(\bar{X}) = G_i(\bar{X}) = G_i(\bar{X} |_{i_u \sim [m], x_{Rotor} \sim [n]}) = e^{-\frac{(i_u(k) - i_u \sim [m])^2 + (x_{Rotor}(k) - x_{Rotor} \sim [n])^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (3.74)$$

3.4 Fazit

In diesem Kapitel wurde das Verfahren der Online-Identifikation in Rotordynamik und Leistungselektronik mittels Adaline-Netze vorgestellt, mit dem es möglich ist, die Parameter des linearen Ein- und Ausgangsverhaltens eines nichtlinearen zeit-variierenden Systems zu identifizieren. Davon ausgehend ist die Modelllinearisierung mittels Regression und Fuzzylogik.

Um die Nachteile der traditionellen Identifikationsverfahren der Rotordynamik und Kraftherzeugung (siehe Abschnitt 3.1.2 und 3.1.3) zu beseitigen, ist dieser Abschnitt geschrieben. Ausgehend von den bekannten Zustandsgrößen aus Zustandsbeobachtung in Abschnitt 4 wird zunächst die zwei Adaline-Netze entwickelt. Anschließend wird der Kraft-Strom-Luftspalt-Parameter aus physikalischer Kraftherzeugung in der Gewichtung des Adaline-Netzes berechnet. Anhand der Identifikationsexperimente in Versuchsanlage FLP 500 in Abschnitt 6.4.1.1 wurde gezeigt, dass die Adaline-Netze mit Iterationsverfahren als Online-Identifikation in der Lage ist, die physikalisch sinnvollen Identifikationsergebnisse bei einem sich variierenden Arbeitspunkt zu liefern, wenn das magnetische Schweben ohne Unterbrechung ist.

Um die in Abschnitten 3.2.2 und 3.2.3 erläuterten Nachteile der Identifikation in Leistungselektronik mittels Regression zu beseitigen, wurde in diesem Kapitel gezeigt, dass es sinnvoll ist, das Adaline-Netz mit Iterationsverfahren einzusetzen, um ein stabiles Online-Identifikationsergebnis aus Betrieb zu erhalten (siehe Abschnitt 6.4.1.2).

Die Nachteile der klassischen Linearisierungsmethode aus Taylor-Entwicklung (siehe Abschnitten 2.2.2.2 und 3.1.1.2) wurde mit dem in Abschnitt 3.1.5 beschriebenen Regressionsverfahren behoben, indem auch die Arbeitspunkte, die weit vom nominalen Arbeitspunkt entfernt sind, linearisiert werden (siehe Ergebnisse aus Abschnitt 6.4.1.1).

Ausgehend von Linearisierungsmethode wurden die Konzepte aus Fuzzylogik in Abschnitt 3.3 vorgestellt, mit denen es möglich ist, ein nichtlineares System zu approximieren. Es wurde auf die aus der Literatur bekannte Fuzzylogik eingegangen. Mit denen es möglich ist, ein nichtlineares dynamisches System mittels mehreren lokalen linearen Modellen hinreichend genau anzunähern. Der Vorteil von diesem Verfahren ist der, dass das System linearisiert werden kann, und dass man in nachfolgenden Abschnitten die Strategie der linearen Regelung verwenden kann.

4 Kalman-Filter

4.1 Analyse der Systemeigenschaft

Die Erfassung des Signals aus Wirbelstromsensoren des Magnetlagers in der Umgebung mit starkem stochastischen Rauschen und Störung repräsentiert einen Schwerpunkt in der Stabilisierung des Schwebens. Eine Aufgabe liegt in der Trennung des zu analysierenden Messsignals der Rotorposition von überlagernden Störeinflüssen. Die Zielsetzung ist außerdem die realitätsnahe Protokollierung des dynamischen Zustands des Schwebens. Die Filter sind die wesentlichen Bestandskomponenten der aktiven Magnetlager.

Systemrauschen

In Quelle [Marti, 2018] erläutert:

„die durch stochastische Prozesse bedingte Schwankung einer Größe wird als Rauschen bezeichnet. In der Elektronik betrachtet man den Transport von Strom, also einen Fluss einzelner Elektronen. Da diese, wie alle Vielteilchensysteme, den Gesetzen der statistischen Physik gehorchen müssen, tritt Rauschen auf.“

Meistens werden ein nicht erwartetes Messresultat oder eine Differenz zu einer Kontrollmessung als Messfehler interpretiert. Ein falsches Messresultat muss aber nicht zwangsweise ein Messfehler sein. Die Quelle [Marti, 2018] unterscheidet zwischen systematischem Fehler und zufälligem Fehler:

„Systematische Fehler haben einen bestimmten Betrag und ein bestimmtes Vorzeichen. Die erfassbaren systematischen Fehler können daher durch Korrekturen ausgeglichen werden.

-Zufällige Fehler schwanken ungleich nach Betrag und Vorzeichen; sie sind meist nicht erfassbar und machen das Ergebnis unsicher.“

Rauschen der Lagemessung

In aktiven Magnetlagern dominieren die zufälligen Fehler in Positionsmessung, die als Messrauschen betrachtet werden. Das Messrauschen bewirkt eine Streuung der Messwerte um einen mittleren Soll-Wert. Die Größe der Streuung wird mithilfe der Messung und Statistik erfasst und als Kovarianz in die Kalman-Filter angegeben.

Die Literaturstelle [Marti, 2018] gibt an:

„in die Lagemessung das thermische Rauschen, das Rauschen aus Geschwindigkeit und Umgebungsbedingungen, die Netzstörung sowie mechanische Störungen eingehen.“

In Quelle [Traxler, 1985] wurde gezeigt:

„die Messgenauigkeit für die Magnetlagerung von der Genauigkeit des Sensors, dem Rundlauf der Messstelle am Rotor (Empfindlichkeit, Konstanz, Linearität, Drift) und der Paarung von Sensor und drehendem Material der Messstelle abhängig ist.“

Weiterhin können die inadäquate Verkabelung für die Sensoren bzw. die Abtastung der A/D-Wandler die Ursache des Rauschens darstellen.

Messrauschen im Rotationsverfahren

Die Messung des Luftspalts eines rotierenden Elementes ist äußerst störanfällig. Das Messverfahren stellt die induktive Abstandsmessung nach dem Wirbelstromprinzip dar. In Quelle [Ruskowski, 2004] wurde gezeigt, dass die Messqualität empfindlich auf Inhomogenitäten im Material reagiert, da die Empfindlichkeit des Wirbelstromsensors stark von der Leitfähigkeit des Zielmaterials abhängt. Beim Rotationsverfahren einer Magnetlagerung ist deshalb die Genauigkeit der Positionierung neben der Oberflächen-genauigkeit auch von der Homogenität der Leitfähigkeit der Messfläche abhängig. Beispielhaft wurde in oben genannten Quelle gezeigt, dass bei Stahl aufgrund der inhomogenen Struktur des Materials Messfehler und Messabweichung bis zu 50 µm möglich sind.

Prozessrauschen

Der Begriff des Prozessrauschens beschreibt die stochastische Abweichung des modellierten Systems vom eigentlichen realen Systemzustand. Die praktische Anwendung von Magnetlagerungen wird durch zahlreiche Störungen aus Prozess und Betrieb beeinflusst. Die Unterschiede liegen in der mechanischen oder elektrischen Störung. Während des Prozesses dominiert die elektronische Störung aus Leistungselektronik und Magnetspulen als Prozessrauschen eines aktiven Magnetlagers. Diese Störung wird hauptsächlich von zahlreichen Komponenten der Maschine im Prozess verursacht und könnte zur instabilen Lageregelung verursachen.

4.2 Stand der Filter für aktive Magnetlager

Filterung der Eigenschwingung

Dabei gilt insbesondere in Quelle [Traxler, 1985], die Anzahl der zu beeinflussenden Eigenschwingungen innerhalb einer anwendungsspezifischen Grenzfrequenz gering zu halten. Die höherfrequenten Eigenschwingungen werden gefiltert, um unnötige und störende Rückfuhrwerte zu verhindern.

In Quelle [Spieß, 2011] wird vorgeschlagen, ein schmalbandiges Notchfilter zur Unterdrückung der tiefen Eigenfrequenzen und ein Tiefpassfilter zur Dämpfung des Rauschens, dessen Eckfrequenz oberhalb der höchsten zu dämpfenden Eigenfrequenz der Struktur liegt, einzusetzen.

Adaptives Filter

Die Quelle [Klaas] untermauert:

„ein adaptives Filter keinen konstanten Frequenzgang hat, sondern es seinen Frequenzgang an die äußeren Einflüsse anpasst, die sich u. U. auch während des Betriebs nicht vorher bestimmbar ändern können.“

Das Ziel besteht darin, zu jeder Zeit ein Filter zur Verfügung zu haben, das für die geforderten Aufgaben optimal eingestellt ist. Die in Abb.4.1 erkennbare Struktur eines adaptiven Filters wurde in Publikation vorgestellt. Hier wurde verdeutlicht, dass es immer aus zwei Blöcken, dem eigentlichen einstellbaren Filter und einem als Adaptionsalgorithmus bezeichneten Block, in dem aus dem Fehler und eventuell auch aus dem Eingangssignal die einstellbaren Parameter des Filters berechnet werden, besteht.

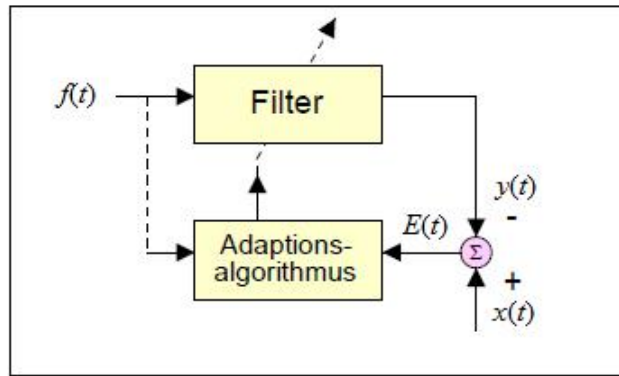


Abb.4.1: Das Prinzip eines adaptiven Filters
[Klaas]

Zum Zweck des Einsatzes eines Filters ohne Vorkenntnisse über das Messrauschen bestätigen die Quelle [He, 2012] den Vorteil eines adaptiven FIR-Filters auf Basis eines Adaline-Modells.

Kalman-Filter

Das Kalman-Filter weist Vorteile bei der Anwendung in aktiv magnetischen Lagern auf (vgl. Quelle [Beetz, 2012]). Dies gelingt durch die Fähigkeit des Kalman-Filters, die Systemzustände in die Zukunft zu prädictieren, sofern das System mathematisch und physikalisch beschrieben werden kann. Das Kalman-Filter wird insbesondere in der Positionierung eingesetzt. Für den genannten Einsatz funktioniert das Kalman-Filter sowohl als ein Rauschen-Filter als auch als ein Zustandsbeobachter, woraus sich auch ausschlaggebende technische Vorteile ergeben können.

Obwohl das Kalman-Filter aufgrund seiner Komplexität in Vergleich zum Frequenz-Filter großen Rechenaufwand benötigt, wird es dank seiner Fähigkeit der Zustandsbeobachtung und -erfassung bzw. der Signalglättung industriell häufig eingesetzt.

4.3 Motivation und Zielsetzung

Problemdarstellung

In der Technik der Magnetlagerung werden heute zumeist Frequenzfilter eingesetzt. Dadurch ist erstens aufgrund der Zeitverzögerung die Nutzung von Frequenzfilterung im Bereich der Echtzeit-Regelung beschränkt. Zweitens erweist sich das Frequenzfilter laut Quelle [Viggiano, 1992] vom praktischen Standpunkt aus gesehen oft als problematisch, da die Eigenschwingung unterhalb der Grenzfrequenz des Frequenzfilters die Welleposition beeinflusst, ohne dabei die Anregung der Eigenschwingungen durch Filtertechnik zu vermeiden. Drittens könnte die Eckfrequenz des Rauschens unterhalb der höchsten zu dämpfenden variierenden Eigenfrequenz liegen. Laut Quelle [Spieß, 2011] treten in magnetischen Lagerungen die variierenden tiefen Eigenfrequenzen des Regelkreises auf, die durch fixierte schmalbandige Notchfilter nicht effektiv unterdrückt werden können. Weiterhin setzen sich die gemessenen Signale der Positionssensoren laut [Bühler, 1997] aus unterschiedlichen Signalanteilen zusammen. Laut Angabe in Quelle zählen die Starrkörperbewegung, das Messrauschen, die Strukturschwingung der Maschine und der Aliasing-Effekt der Messabtastung dazu.

Für die Lageregelung stellt ausschließlich die Körperbewegung den Nutzanteil dar. Alle anderen genannten Anteile sind nicht obligat, können eine Signalverfälschung verursachen und die Stabilität des geregelten Systems negativ beeinflussen.

Motivation

Erstens wird eine neuartige Filtertechnik entwickelt, um den Nutzanteil von anderen Anteilen der Messsignale effektiv zu trennen. Die Trennung kann zum Beispiel durch die Zustandsprädiktion mittels eines Kalman-Filters statt der Frequenztrennung herbeigeführt werden. Durch Einsatz der Zustandsprädiktion wird im Filterverlauf eine Zunahme der Stabilität im gesamten Regelkreis erzielt.

Zweitens ist das Kalman-Filter ein Ansatz, mit dem die Zustandsrückkopplungen ausschließlich bei linearen Systemen bestimmt werden könnten. Da die Magnetspule in der Regel nichtlineare Eigenschaft besitzt, war bisher der praktische Einsatz des Kalman-Filters in aktiven Magnetlagern noch beschränkt. Wird ein linearer Beobachteransatz für ein solches System eingesetzt, könnte es laut Quelle [Fröhlich, 2008] allerdings zur Instabilität kommen.

In den vorgestellten Quellen wird nicht oder nur unvollständig auf das Thema der Robustheit eines Beobachters gegenüber Parameterunsicherheiten eingegangen. Auch wird in den wissenschaftlichen Veröffentlichungen nur selten auf den Einsatz eines Kalman-Filters in der Technik der Magnetlager sowie auf die entsprechenden Versuchsergebnisse eingegangen. Aus diesem Grund ist eine quantitative Bewertung eines Kalman-Filters im Gegensatz zum den bestehenden Verfahren ohne erneute Versuche unmöglich.

In der vorliegenden Arbeit wird ein adaptives Kalman-Filter entwickelt. Ein Expertensystem wird für die Parameteradaption in die Filteralgorithmen auf Basis des Soft Computing integriert. Ziel ist eine qualitative Auswertung des Konzeptes in Abschnitt 6.5, um die daraus gewonnenen, wesentlichen Ergebnisse präsentieren zu können.

4.4 Entwurf der Kalman-Filter

Laut Quelle [Petzold, 2006] durch Einsatz eines Kalman-Filters konnte zum einen die maximale Steifigkeit der Lageregelung gesteigert werden. Zum anderen während der Luenberg-Beobachter einen deterministischen Zustandsvektor rekonstruiert, kann das Kalman-Filter sowohl Messfehler als auch Modellfehler berücksichtigen. In dieser Arbeit wurden ein Zustandsregler als der Regler (in Abschnitt 5) und ein Kalman-Filter als der Beobachter ausgelegt.

Der folgende Abschnitt gibt eine Einführung in die regelungstechnische Methode des in weiterer Arbeit angewendeten Verfahrens. In Abschnitt 4.4.1 wird eine Übersicht der Zustandsbeobachtung in Sinn von Systemtheorie gegeben, welche von Bedeutung sind, wenn dies nach Literaturrecherche für Magnetlager geeignet sind. In Abschnitt 4.4.2 werden die verwendete Filterung und Zustandsschätzung definiert. In Abschnitt 4.4.3 wird die Realisierung des Kalman-Filters eingeführt, welches von Bedeutung einer linearen Zustandsschätzung ist. Weiterhin in Abschnitt 4.5 ist auf adaptives Kalman-Filter eingegangen.

4.4.1 Zustandsbeobachtung

4.4.1.1 Systemtheorie

Klassifizierung der Modellierung

Für den Einsatz der modellgestützten Beobachtung und Regelung ist eine Zustandsraumdarstellung der Regelstrecke notwendig. Es gibt eine Vielzahl von verschiedenen Modellformen. Die Modelle lassen sich in Quelle [Tietjen, 2012] durch die folgenden Eigenschaften klassifizieren:

- Parameterabhängige und nicht parameterabhängige Modelle
- Lineare und nichtlineare Modelle
- Statische und dynamische Modelle
- Theoretische und experimentelle Modelle
- Zeitkontinuierliche und zeitdiskrete Modelle
- Mehrgrößenmodelle und Eingrößenmodelle

Es werden in dieser Arbeit nur Mehrgrößenmodell betrachtet. Weiterhin wird sich die Anwendung in dieser Arbeit auf das zeitdiskrete lineare Modell beschränken. Die Genauigkeit des Modells spielt für die Aussagen dieser Arbeit eine große Rolle. Entscheidend für die Güte von Regelalgorithmen ist jedoch immer, wie gut das Modell den zu beschreibenden Prozess widerspiegelt. Die meisten realitätsnahen Modelle sind nicht linear. Die zugrunde liegende Theorie der Modellierung basiert aber auf das lineare System, weshalb sich diese Arbeit auf Basis der linearen Modellierung beschränkt.

Um eine Erhöhung der Qualität bei der Modellierung erreichen zu können, wird im Weiteren die parameterabhängige Modellierung eingesetzt. In diesem Abschnitt wird die systemtheoretische Eigenschaft des linearen Systems untersucht. In Abschnitt 4.4.4.2 werden die für den weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Systeme definiert. In Abschnitt 4.4.4.3 werden die Begriffe der Beobachtbarkeit eingeführt, und es wird die Analyse der Eigenschaft des Systems durchgeführt.

Nichtlineares System und lineares System

Die dynamischen Systeme sind die Grundlage der modellbasierten Regelalgorithmen. Es besteht aus nicht linearem und linearem System. Laut Quelle [Tietjan, 2012] ist ein nicht lineares parameterabhängiges System ein System, für $t \in [t_0, t_f]$, $t_0 < t_f \leq \infty$, mit der Zustandsgleichung:

$$\dot{\bar{X}}(t) = f(t, \bar{X}(t), \bar{U}(t), z) \quad (4.1)$$

und der Ausgangsgleichung:

$$\bar{Y}(t) = h(t, \bar{X}(t), \bar{U}(t), z) \quad (4.2)$$

mit \bar{X} als Systemzustand, \bar{U} als Steuergröße, \bar{Y} als Ausgang und z als die Störgröße.

Ein System, für $t \in [t_0, t_f]$, $t_0 < t_f \leq \infty$, mit der Zustandsgleichung:

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}(t, z) \cdot \bar{X}(t) + \bar{B}(t, z) \cdot \bar{U}(t) \quad (4.3)$$

und der Ausgangsgleichung:

$$\bar{Y}(t) = \bar{H}(t, z) \cdot \bar{X}(t) + \bar{J}(t, z) \cdot \bar{U}(t) \quad (4.4)$$

heißt lineares System.

Kontinuierliche und zeitdiskrete Darstellung

Werden die in der Arbeit betroffenen Gleichungen ineinander eingesetzt, ergibt sich die kontinuierliche Zustandsraumdarstellung:

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{A} \cdot \bar{X}(t) + \bar{B} \cdot \bar{U}(t) \quad (4.5)$$

$$\bar{Y}(t) = \bar{H} \cdot \bar{X}(t) \quad (4.6)$$

Für das System ist eine zeitdiskrete Darstellung möglich. Dazu muss die Systemgleichung diskretisiert werden und auf die Form gebracht werden:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) \quad (4.7)$$

$$\bar{Y}(k) = \bar{H} \cdot \bar{X}(k) \quad (4.8)$$

4.4.1.2 Systemmodell für Zustandsbeobachter

Für den Einsatz eines Kalman-Filters wird eine zeitdiskrete Systemdarstellung und eine Beobachtungsgleichung vom Abschnitt 2.3.2 verwendet. Das gesamte Modell wird als wie folgt aufgestellt:

$$\bar{X}(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{A}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{A}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{A}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{X}(k) + \begin{bmatrix} \bar{B}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{B}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{B}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{U}(k) \quad (4.9)$$

mit der Beobachtungsgleichung:

$$\bar{Y}(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{H}_Z & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{H}_{XZ} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{H}_{YZ} \end{bmatrix} \cdot \bar{X}(k) \quad (4.10)$$

Die Eingangsmatrix ist gegeben durch:

$$\bar{U}(k) = [u_{\text{Regel-Z}}(k) \quad u_{\text{Regel-Xo}}(k) \quad u_{\text{Regel-Xu}}(k) \quad u_{\text{Regel-Yo}}(k) \quad u_{\text{Regel-Yu}}(k)]^T \quad (4.11)$$

mit der Zustandsmatrix:

$$\bar{X}(k) = \begin{bmatrix} x_Z(k) & v_Z(k) & F_{\text{St-Z}}(k) & i_{u-Z}(k) & x_{\text{Mess-Z}}(k) & \dots \\ x_X(k) & v_X(k) & \varphi_{XZ}(k) & \omega_{XZ}(k) & F_{\text{St-X}}(k) & M_{\text{St-XZ}}(k) & x_{\text{Mess-X}}(k) & \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k) & i_{u-Xo}(k) & i_{u-Xu}(k) & \dots \\ x_Y(k) & v_Y(k) & \varphi_{YZ}(k) & \omega_{YZ}(k) & F_{\text{St-Y}}(k) & M_{\text{St-YZ}}(k) & x_{\text{Mess-Y}}(k) & \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k) & i_{u-Yo}(k) & i_{u-Yu}(k) \end{bmatrix}^T$$

und der Beobachtungsgrößen:

$$\bar{Y}(k) = \begin{bmatrix} i_{u-Z}(k) \\ x_{\text{Mess-Z}}(k) \\ x_X(k) \\ \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k) \\ i_{u-Xo}(k) \\ i_{u-Xu}(k) \\ x_{\text{Mess-Y}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k) \\ i_{u-Yo}(k) \\ i_{u-Yu}(k+1) \end{bmatrix}$$

4.4.1.3 Beobachtbarkeit

Bevor ein Zustandsbeobachter oder eine Zustandsvorhersage für ein Magnetlagersystem entwickelt wird, werden die theoretischen Grundlagen der Zustandsbeobachtung vorgestellt.

A. Darstellung der Beobachtbarkeit

Ein lineares zeitdiskretes dynamisches System kann durch seine Zustandsgleichungen in Gleichungen (4.7) und (4.8) beschrieben werden. Das Ziel eines Zustandsbeobachters oder einer Vorhersage ist es, den gesamten Zustandsvektor des dynamischen Systems zu bestimmen, mithilfe der messtechnisch erfassten Größen. Um dies zu realisieren, wird ein Modell der beobachteten Strecke auf einen Rechner umgesetzt, und dieselben Eingangsgrößen wie der reale Prozess werden zugeführt.

In vielen realen Systeme kann der komplette Zustand \bar{X} nicht gemessen werden, sondern nur eine Messgröße \bar{Y} . Jedoch ist der Zusammenhang zwischen dem Zustand \bar{X} und der Messgröße \bar{Y} bekannt.

Ein System der Form heißt beobachtbar in einem Punkt, wenn $\bar{X}(k+1)$ aus $\bar{X}(k)$, $\bar{U}(k)$, sowie $\bar{Y}(k)$, eindeutig bestimmt werden kann. In Quelle [Tietjen, 2012] heißt das System vollständig beobachtbar, wenn es beobachtbar für alle \bar{X} ist.

Die Eigenschaft der Zustände bezüglich ihrer Beobachtbarkeit hängt von der Systemmatrix \bar{A} und der Beobachtungsmatrix \bar{H} ab. Ein Zustand \bar{X} ist beobachtbar, wenn ein Zustand \bar{X} aus der Kenntnis der Folgen der Ausgangsgrößen und Steuergrößen berechnet werden kann. Ein System ist beobachtbar, wenn dies für alle Zustände gilt. In Matrixschreibweise ist dies gewährleistet, wenn die Matrix der Beobachtbarkeit \bar{Q}_B Höchststang besitzt laut Quelle [Scherer, 1998]:

$$\text{rank}[\bar{Q}_B] = \text{rank} \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{H} \cdot \bar{A} \\ \vdots \\ \bar{H} \cdot \bar{A}^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (4.12)$$

B. Analyse der Beobachtbarkeit

Nachdem im oberen Abschnitt die linearen Zustandsgleichungen unter Berücksichtigung der nichtlinearen Kraft-Spalt-Relation und Kraft-Strom-Relation hergeleitet wurden, wird in diesem Abschnitt überprüft, ob das System beobachtbar ist. Hierzu wird zunächst eine Systemgleichung in einer reduzierten Form für die Beobachtung in nominalem Arbeitspunkt durchgeführt, mit denen die Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit analysiert werden können.

Reduzierte Systemgleichung

Es wurde festgelegt, dass für die Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit die Reduzierung der Systemgleichung auf die essenzielle Systemstruktur verwendet werden soll. Wird hierbei von oben genannter Gleichung im Abschnitt 2.3.2 eine reduzierte Form, ohne Vorhersage der Störung in Zustandsmatrix, abgeleitet wird. So ergeben sich Systemgleichungen für die drei Teilsysteme, sog. die deterministische Funktion der Rotordynamik, der Messeinrichtung und der Leistungselektronik.

Für den Einsatz wird eine umgeformte zeitdiskrete Darstellung benötigt. Die Form der originellen Systemgleichung im Abschnitt 2.3.2 lautet:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{25 \times 25} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{25 \times 5} \cdot \bar{U}(k) \quad (4.13)$$

mit der Beobachtungsgleichung:

$$\bar{Y}(k) = \bar{H}_{25 \times 10} \cdot \bar{X}(k) \quad (4.14)$$

Hierbei sollen die Schätzgrößen der Störgrößen \bar{Z} aus der Zustandsmatrix \bar{X} getrennt werden. Die Systemgleichung wird umgeformt und wird in folgender geschrieben:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{20 \times 20}^* \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{20 \times 5}^* \cdot \bar{U}(k) + \bar{E}_{20 \times 5} \cdot \bar{Z}(k) \quad (4.15)$$

Und die reduzierte Ausgangsgleichung lautet dann:

$$\bar{Y}(k) = \bar{H}_{20 \times 10}^* \cdot \bar{X}(k) \quad (4.16)$$

Die Beschreibung der Matrizen $\bar{A}_{20 \times 20}^*$, $\bar{B}_{20 \times 5}^*$, $\bar{E}_{20 \times 5}$, $\bar{H}_{20 \times 10}^*$ und Gleichungen befinden sich in Anh.4.1.

Beobachtbarkeit

Um zu prüfen, ob diese Systeme für die Beobachtungsaufgabe geeignet sind, wird eine Analyse der Beobachtbarkeit entsprechend dem Vorgehen durch die Überprüfung des Rangs der Matrix der Beobachtbarkeit durchgeführt. Für das lineare System mit der im Abschnitt 6.3 aufgelisteten Parametrierung gilt die Matrix der Beobachtbarkeit:

$$\text{rank}[\bar{Q}_B] = \text{rank} \begin{bmatrix} \bar{H}^* \\ \bar{H}^* \cdot \bar{A}^* \\ \vdots \\ \bar{H}^* \cdot (\bar{A}^*)^{n-1} \end{bmatrix} = 20, \text{ mit } n = 20 \quad (4.17)$$

Die Rangprüfung der Matrix der Beobachtbarkeit ergibt, dass das vollständige System als die Kombination der Teilsysteme für die Beobachtungsaufgabe geeignet sind.

Neben der im oberen Abschnitt erfolgten qualitativen Prüfung der Beobachtbarkeit des linearisierten Systems, ist es auch von Interesse, wie gut ein nicht lineares System mit den jeweiligen Kennparametern um verschiedenem Arbeitspunkt beobachtbar ist. Um diese Frage zu erklären, wird im Abschnitt 6 die Beobachtbarkeit des aus mehreren lokalen Modellen durch Fuzzylogik nachgebildeten Systems analysiert.

4.4.2 Kalman-Filter als Zustandsbeobachter

Übersicht der Zustandsbeobachtung

Die Zustandsgrößen sollten bei korrekter Abbildung des Systems den realen Werten entsprechen. Es zeigt sich jedoch, dass bei der Systembeschreibung sich eine leichte Abweichung zwischen Rechnung und Messung feststellen lässt. Um dies zu verhindern, wird eine Korrektur in der Literaturstelle [Richert, 2005] vorgesehen. Für die Umsetzung der beschriebenen Korrektur existieren verschiedene Verfahren. Im Folgenden wird die typische Methode vorgestellt, die zur Zustandsschätzung der Systeme geeignet sind.

Linearer deterministischer Beobachter

In vielen Anwendungen können die Prozesse als störungsfrei angenommen werden, d.h. die Beziehung zwischen Ein- und Ausgangsverhalten kann rein deterministisch beschrieben werden. Lässt sich ein solcher Prozess darüber hinaus durch ein lineares, zeitinvariantes Differenzialsystem beschreiben, so kann zur Bestimmung der beobachtbaren Zustände des Systems ein linearer deterministischer Zustandsbeobachter

entworfen werden. Ein solcher Zustandsbeobachter wurde in der Literaturstelle [Scherer, 1998] als Luenberger-Beobachter genannt.

Laut oben genannter Quelle gilt:

„Die Eigenschaft der Zustände bezüglich ihrer Beobachtbarkeit hängt von der Systemmatrix \bar{A} und der Beobachtungsmatrix \bar{H} ab. Mit der Bestimmung der Rückführungsmatrix \bar{K}_K wird die Dynamik des Beobachters (a-priori) festgelegt. Die Rückführungsmatrix \bar{K}_K muss so gewählt werden, dass der Schätzfehler des Beobachters für beliebige Anfangszustände $\bar{Y}_{\text{Mess}}(k) - \bar{Y}(k)$ gegen null strebt.“

Die a-priori-Schätzung lautet:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) + \bar{K}_K \cdot [\bar{Y}_{\text{Mess}}(k) - \bar{Y}(k)] \quad (4.18)$$

$$\bar{Y}(k) = \bar{H} \cdot \bar{X}(k) \quad (4.19)$$

In der Struktur in Abb.4.2 die Rückführungsmatrix \bar{K}_K für die Regelgröße lediglich einen proportional wirkenden Zustandsvektor darstellt, wird sich für ein wirkendes System stets eine stationäre Abweichung zwischen Messgrößen und Schätzgrößen einstellen.

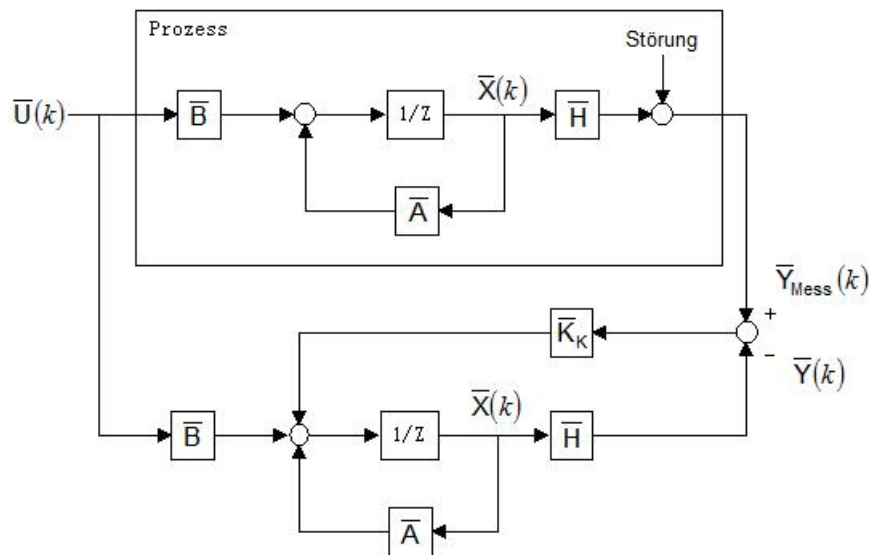


Abb.4.2: Prinzip der a-priori-Luenberg-Beobachtung

In der sogenannten a-posteriori-Struktur in Abb.4.3 wird die Korrektur der Zustandsmatrix direkt vor dem Abgriff vorgenommen; es ergibt sich eine Struktur und eine neue Systembeschreibung gemäß [Richert, 2005]:

$$\bar{X}(k+1) = (\bar{A} - \bar{A} \cdot \bar{K}_K \cdot \bar{H}) \cdot \bar{X}(k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) + \bar{K}_K \cdot \bar{Y}_{\text{Mess}}(k) \quad (4.20)$$

$$\bar{Y}(k) = \bar{H} \cdot \bar{X}(k) \quad (4.21)$$

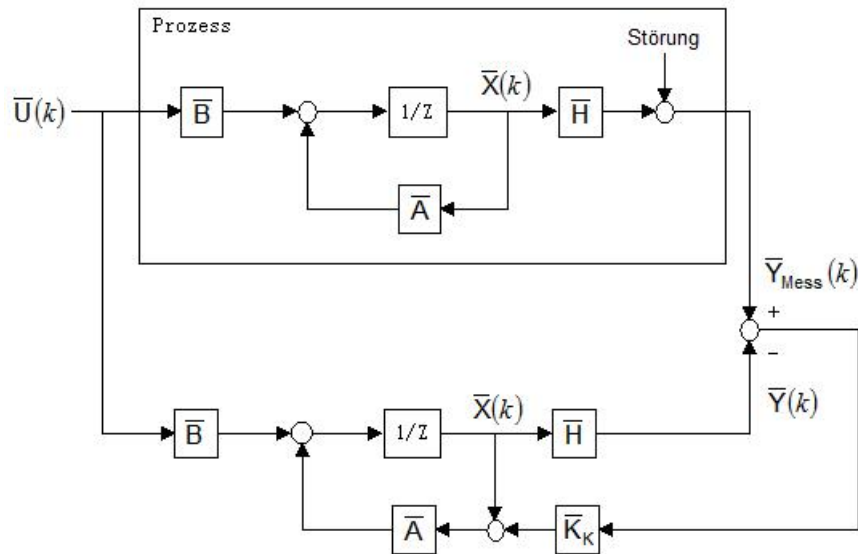


Abb.4.3: Prinzip der a-posteriori-Luenberg-Beobachtung

Im Bereich der Luenberger-Beobachtung, sog. *a-priori*-Type oder *a-posteriori*-Type, gemäß [Richert, 2005] kann auf eine detaillierte und umfangreiche Grundlagenliteratur verwiesen werden.

Störgrößenbeobachter

Wie bereits in Literaturstelle [Fröhlich, 2008] erwähnt wirkt auf ein dynamisches System meistens nicht nur die Stellgrößenmatrix \bar{U} , sondern auch eine oder mehrere Störgrößen in Matrix \bar{Z} . Die Systemgleichungen lauten:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) + \bar{E}_{\text{St}} \cdot \bar{Z}(k) \quad (4.22)$$

$$\bar{Y}(k) = \bar{H} \cdot \bar{X}(k) + \bar{F} \cdot \bar{Z}(k) \quad (4.23)$$

mit der Matrix \bar{E}_{St} für die Störgröße \bar{Z} in Zustandsgleichung und der Matrix \bar{F} für die Störgröße \bar{Z} in Beobachtungsgleichung.

Laut oben genannten Quelle gilt:

„Obwohl die Störgrößen \bar{Z} meistens nicht direkt über Sensoren gemessen werden, können sie im Beobachter berücksichtigt werden, indem das Streckenmodell um ein Störmodell erweitert wird. Hierzu wird die Störgröße zunächst durch eine zeitdiskrete Gleichung mit beliebiger Ordnung beschrieben, die den Verlauf der Störgröße näherungsweise mathematisch erfasst.“

Das Störmodell wird anschließend auf die Form der Zustandsgleichung geschrieben:

$$\bar{X}_{\text{St}}(k+1) = \bar{A}_{\text{St}} \cdot \bar{X}_{\text{St}}(k) \quad (4.24)$$

$$\bar{Y}_{\text{St}}(k) = \bar{H}_{\text{St}} \cdot \bar{X}_{\text{St}}(k) \quad (4.25)$$

mit der Systemmatrix \bar{A}_{St} und Beobachtungsmatrix \bar{H}_{St} für die Störgröße \bar{X}_{St} .

In diesem Modell sind die Störgrößen \bar{Z} in Zustandsmatrix \bar{X} als \bar{X}_{St} zu betrachten. Durch das Zusammenfassen des Störmodells und Streckenmodells ergibt sich das sogenannte erweiterte Streckenmodell:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}(k+1) \\ \bar{X}_{St}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{E}_{St} \cdot \bar{H} \\ 0 & \bar{A}_{St} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X}(k) \\ \bar{X}_{St}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \bar{U}(k) \quad (4.26)$$

$$\bar{Y}(k) = \begin{bmatrix} \bar{H} & \bar{F} \cdot \bar{H}_{St} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X}(k) \\ \bar{X}_{St}(k) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

mit dem zugehörigen Beobachter ist es möglich, zusätzlich zu den Zustandsgrößen \bar{X} der Strecke, auch die Störgrößen \bar{Z} als \bar{X}_{St} zu ermitteln, falls das erweiterte Modell beobachtbar ist [Fröhlich, 2008].

Kalman-Filter

Greifen nach Quelle [Märtens, 1999] ein:

„Beim Luenberger-Beobachter geht man von der Vorstellung aus, dass der Systemzustand nach einer Anfangsstörung rekonstruiert werden soll. Wenn sich solche Störungen von Zeit zu Zeit wiederholen, wird der Beobachter den Zustand immer wieder erfassen, sofern diese Störungen nicht allzu dicht liegen. Greifen laufende stochastische Störungen in das System ein, so ist der Zustandsbeobachter nicht mehr in der Lage, die Zustände zu rekonstruieren.“

In diesem Fall wird ein Kalman-Filter als Beobachter eingesetzt.

Beim stochastischen Zustandsbeobachter wird vom originalen System ausgegangen, deren Zustände mit additiven, stochastischen Prozesse überlagert werden. Das Prozessrauschen ist unabhängig von dem Prozesszustand und wird normalverteilt angenommen. Die klassischen Typen der stochastischen Beobachter, sog. Wiener-Filter und Kalman-Filter wurden in der Arbeit [Scherer, 1998] ausführlich dargestellt.

Das Kalman-Filter wird im Regelkreis zur Erfassung der Systemzustände verwendet. Es funktioniert hierbei z. B. als Beobachter, bei dem die nicht gemessenen Zustandsgrößen geschätzt werden. Parallel erfüllt das Kalman-Filter den Zweck der Signalfilterung. Das Kalman-Filter ist ein lineares, zeit-variantes Verfahren für die instationären Prozesse, das unter Berücksichtigung des deterministischen Anteils des Systems den Schätzfehler der Zustandsschätzung minimieren kann.

Das Kalman-Filter ist strukturell identisch mit dem Luenberger-Beobachter, geht jedoch von einer stochastischen Systembeschreibung aus und impliziert in der Grundform eine Anpassung der Korrekturmatrix in jedem Abtastschritt. Letztendlich ist das Kalman-Filter somit eine auf Prinzipien der Wahrscheinlichkeit basierende zeit-variante Auslegungsvorschrift für die Korrekturmatrix in der Struktur des Luenberger-Beobachters [Richert, 2005]. Eine ausführliche Darstellung ist in der genannten Literaturstelle zu finden. Die zugrunde liegende Systemgleichung des Kalman-Filters ist eine Erweiterung des Luenberger-Beobachters mit Störungsterme:

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) + \bar{F}(v_{Sys}) \quad (4.28)$$

$$\bar{Y}(k) = \bar{H} \cdot \bar{X}(k) + \bar{F}(v_{Mess}) \quad (4.29)$$

mit dem Prozessstörung-relevanten Element $\bar{F}(v_{Sys})$ und dem Messrauschen-relevanten Element $\bar{F}(v_{Mess})$. Die v_{Sys} und v_{Mess} werden als das Systemrauschen und das Messrauschen bezeichnet. Laut Quelle [Richert, 2005] ist die Voraussetzung des Filters ein mittelwertfreies weißes Rauschen, das heißt, dass der Erwartungswert des Rauschens Null ist. Diese Signale werden durch die Matrizen der Kovarianz:

$$\bar{Q}_{Kov} = \text{kov}(v_{Sys}) \text{ und } \bar{R}_{Kov} = \text{kov}(v_{Mess})$$

eindeutig definiert. Das Messrauschen umfasst die im System auftretende Messgenauigkeit und stochastische Schwankung. Das Systemrauschen beschreibt alle im System direkt angreifenden Störungen.

Die Grundidee des Kalman-Filters besteht nun darin, die Korrekturmatrix so auszulegen, dass die Varianz der Abweichung zwischen den realen und beobachteten Zustände minimiert wird [Richert, 2005]. Die Vorgehensweise wird im Folgenden gegeben. Für die nicht linearen Systeme existieren auch bei dem stochastischen Beobachter eine ganze Reihe der nicht linearen Varianten. Als die Erweiterung lassen sich das Kalman-Bucy-Filter in [Eichhorn, 2004], Extended-Kalman-Filter in [Richert, 2005] und Unscented-Kalman-Filter in [Klingbeil, 2006] finden.

4.4.3 Entwicklung des Kalman-Filters

4.4.3.1 Darstellung von Algorithmen

Ein Ansatz des Beobachters, der dieselbe Struktur wie der Luenberger-Beobachter aufweist und die stochastischen Störungen bei der Auslegung berücksichtigen kann, ist das Kalman-Filter nach Quelle [Fröhlich, 2008]. Das wird in diesem Abschnitt vorgestellt. Die benötigten Grundlagen und Begriffe der Stochastik werden in der oben genannten Literaturstelle gefunden.

Das lineare Kalman-Filter ist ein optimaler Zustandsschätzer für das lineare, zeitinvariante System. Nach Literaturstelle [Fleischer, 2007] für die Beschreibung des linearen Kalman-Filters wird ein lineares zeitinvariantes Modell in Form der Gleichung (4.28) und (4.29) mit einer Prozessrauschen-relevanten Systemmatrix \bar{G} im Prozessstörung-relevanten Element:

$$F(v_{\text{Sys}}) = \bar{G} \cdot v_{\text{Sys}} \cdot \bar{G}^T \quad (4.30)$$

vorausgesetzt. Die vektoriellen Störgrößen werden als weißes Rauschen mit bekannter Kovarianz angenommen. Außerdem sollen die Störungen stochastisch unabhängig sein (mit Betrachtung des Erwartungswerts E_V):

$$E_V[v_{\text{Sys}}(k) \cdot v_{\text{Sys}}(i)^T] = \begin{cases} Q_{\text{Kov}}(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (4.31)$$

$$E_V[v_{\text{Mess}}(k) \cdot v_{\text{Mess}}(i)^T] = \begin{cases} R_{\text{Kov}}(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (4.32)$$

$$E_V[v_{\text{Sys}}(k) \cdot v_{\text{Mess}}(i)^T] = 0 \quad \text{für alle } k \text{ und } i \quad (4.33)$$

Die Variablen Q_{Kov} und R_{Kov} beschreiben die Intensität der Störgrößen und stellen letztlich die Entwurfparameter des Kalman-Filters dar.

Es wird angenommen, dass für die Zustandsmatrix $\bar{X}(k)$ eine Schätzung $\bar{X}(k|k-1)$ zum Zeitpunkt k vorliegt. $\bar{X}(k|k)$ ist die beste bekannte Schätzung für den Zustand $\bar{X}(k)$ vor der Messung zum Zeitpunkt k . Damit lässt sich die beste Schätzung des Zustands beschreiben als:

$$\bar{X}(k|k-1) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k-1|k-1) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k-1) \quad (4.34)$$

damit lässt sich der Schätzfehler \bar{E} beschreiben als:

$$\bar{E}(k|k-1) = \bar{X}(k) - \bar{X}(k|k-1) \quad (4.35)$$

Die dazugehörige Kovarianzmatrix wird als:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{Kov}}(k|k-1) &= E_V \left[\bar{E}(k|k-1) \cdot \bar{E}(k|k-1)^T \right] \\ &= E_V \left[(\bar{X}(k) - \bar{X}(k|k-1)) \cdot (\bar{X}(k) - \bar{X}(k|k-1))^T \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

beschrieben. Beim Kalman-Filter ebenso wie beim Luenberger-Beobachter werden die gemessenen Größen $\bar{Y}(k)$ mit den geschätzten Größen $\bar{Y}(k|k-1)$ verglichen und über die Matrix der Rückführverstärkung \bar{K}_K auf das Beobachtermodell zurückgeführt. Die zeitdiskrete Zustandsgleichung des Kalman-Filters entspricht dabei dem Luenberger-Beobachter aus Gleichung laut oben genannten Quelle:

$$\bar{X}(k|k) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k|k-1) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) + \bar{K}_K \cdot [\bar{Y}(k) - \bar{Y}(k|k-1)] \quad (4.37)$$

Um im Kalman-Filter die Schätzung mithilfe der Messmatrix $\bar{Y}(k)$ zu verbessern, wird der lineare Ansatz:

$$\bar{X}(k|k) = \bar{X}(k|k-1) + \bar{K}_K(k) \cdot [\bar{Y}(k) - \bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k-1)] \quad (4.38)$$

mit dem Verstärkungsfaktor $\bar{K}_K(k)$ verwendet. Damit kann die aktuelle Messung mit der *a-priori*-Schätzung zur *a-posteriori*-Schätzung fusioniert werden. Für diese Schätzung $\bar{X}(k|k)$ kann der Schätzfehler und die Kovarianzmatrix angegeben werden:

$$\bar{E}(k) = \bar{X}(k) - \bar{X}(k|k) \quad (4.39)$$

mithilfe dieser Gleichungen lässt sich nun ein Kriterium für einen optimalen Zustandsschätzer formulieren: Es soll der Beobachtungsfehler im Mittel minimiert werden.

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k) = E_V [\bar{E}(k) \cdot \bar{E}(k)^T] \rightarrow \min \quad (4.40)$$

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} E_V [\bar{E}(k) \cdot \bar{E}(k)^T] = \lim_{k \rightarrow \infty} E_V [(\bar{X}(k) - \bar{X}(k|k)) \cdot (\bar{X}(k) - \bar{X}(k|k))^T] \quad (4.41)$$

Im Gegensatz zum Luenberger-Beobachter wird die Matrix der Rückführverstärkung \bar{K}_K also nicht über Polvorgabe, sondern über die Minimierung der Spur der Matrix der Fehlerkovarianz entworfen. Laut der dazu entsprechenden Darstellung in oben genannten Quelle ist ein allgemeiner Ausdruck für $\bar{P}_{\text{Kov}}(k)$ notwendig:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{Kov}}(k) &= E_V [\bar{E}(k) \cdot \bar{E}(k)^T] = \\ &E_V \left\{ \left[\bar{X}(k) - (\bar{X}(k|k-1) + \bar{K}_K(k) \cdot (\bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k) + v_{\text{Mess}}(k)) - \bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k-1)) \right] \right. \\ &\cdot \left. \left[\bar{X}(k) - (\bar{X}(k|k-1) + \bar{K}_K(k) \cdot (\bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k) + v_{\text{Mess}}(k)) - \bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k-1)) \right]^T \right\} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Im Folgenden wird angenommen, dass die Messstörung $v_{\text{Mess}}(k)$ und der Schätzfehler $E(k|k-1)$ stochastisch unabhängig sind. Mit dieser Annahme ergibt sich ein allgemeiner Ausdruck für die Kovarianz des Schätzfehlers in oben genannten Quelle:

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k) = (\bar{I} - \bar{K}_K(k) \cdot \bar{H}(k)) \cdot \bar{P}_{\text{Kov}}(k|k-1) \cdot (\bar{I} - \bar{K}_K(k) \cdot \bar{H}(k))^T + \bar{K}_K(k) \cdot \bar{R}_{\text{Kov}}(k) \cdot \bar{K}_K(k)^T \quad (4.43)$$

Mit dieser Gleichung kann eine Korrekturverstärkung bestimmt werden, die für die Minimierung des Schätzfehlers optimal ist. Die optimale Verstärkung wird auch als Kalman-Gain bezeichnet und kann als Lösung eines Extremwertproblems aufgefasst und ermittelt werden [Fleischer, 2007].

Damit kann der Algorithmus für das diskrete lineare Kalman-Filter zusammengefasst werden.

(1): Berechnung der Kalman-Verstärkung:

$$\bar{K}_K(k) = \bar{P}_{Kov}(k|k-1) \cdot \bar{H}(k)^T \cdot \left(\bar{H}(k) \cdot \bar{P}_{Kov}(k|k-1) \cdot \bar{H}(k)^T + \bar{R}_{Kov}(k) \right)^{-1} \quad (4.44)$$

(2): Korrektur der Schätzung mit Messwerte in $\bar{Z}(k)$ als *a-posteriori*-Schätzung:

$$\bar{X}(k|k) = \bar{X}(k|k-1) + \bar{K}_K(k) \cdot (\bar{Z}(k) - \bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k-1)) \quad (4.45)$$

(3): Berechnung der Kovarianz des Schätzfehlers der neuen Schätzung:

$$\bar{P}_{Kov}(k) = (\bar{I} - \bar{K}_K(k) \cdot \bar{H}(k)) \cdot \bar{P}_{Kov}(k|k-1) \quad (4.46)$$

(4): Vorhersage für Zeitpunkt $(k+1)$:

$$\bar{X}(k+1|k) = \bar{A} \cdot \bar{X}(k|k) + \bar{B} \cdot \bar{U}(k) \quad (4.47)$$

$$\bar{P}_{Kov}(k+1|k) = \bar{A} \cdot \bar{P}_{Kov}(k) \cdot \bar{A}^T + \bar{G} \cdot \bar{Q}_{Kov}(k) \cdot \bar{G}^T \quad (4.48)$$

(5): Weiter mit Schritt (1) für Zeitpunkt $(k+1)$.

Mit diesem Algorithmus können aus Messsignalen die Störungen herausgefiltert werden. Weiterhin können die Systemzustände geschätzt werden, welche nicht messbar sind. Allerdings ist der Algorithmus auf lineares System beschränkt. Die Beschränkung lässt sich nicht nur durch die Verwendung des erweiterten Kalman-Filters oder *Unscented*-Kalman-Filter, sondern auch durch die Verwendung des adaptiven Kalman-Filters mit Soft Computing aufheben.

4.4.3.2 Realisierung des Kalman-Filters

Dieser Abschnitt beschreibt die Implementation eines linearen Kalman-Filters zum klassischen Magnelgaers (siehe Abb.4.4). Das Filter basiert auf einen bereits beschriebenen Filteralgorithmus, der jedoch im Folgenden erweitert wird. Er verarbeitet die Daten aus Sensor, Magnetspulen (sog. Rotordynamik), Leistungselektronik, Regelsignale bzw. die Varianzen des Rauschens und ermöglicht die Schätzung der vollständigen Systemzustände. Außerdem bildet er die Funktion der Störbeobachtung.

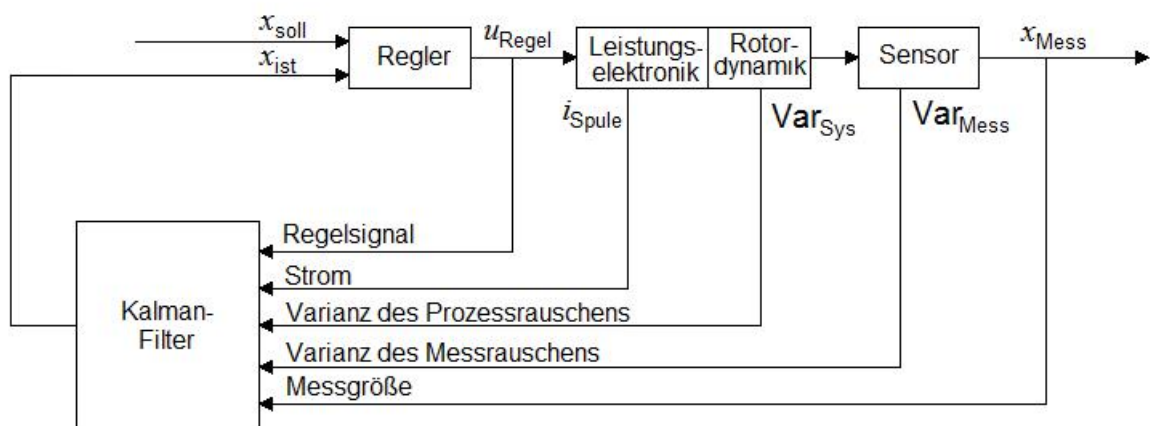


Abb.4.4: Funktionsweise der Kalman-Filterung in Regelkreis

Die im Folgenden beschriebene Erstellung der Systemgleichung für Kalman-Filter basiert auf der Ableitung des Zustandsraummodells. Bei vorliegender Anwendung ist das Zustandsraummodell reduziert und zur Rechenleistung der Steuergeräte angepasst. In Abb.4.5 ist das angenommene Kalman-Filter dargestellt. Sie wird zunächst um einem nominalen Zustand parametrisiert.

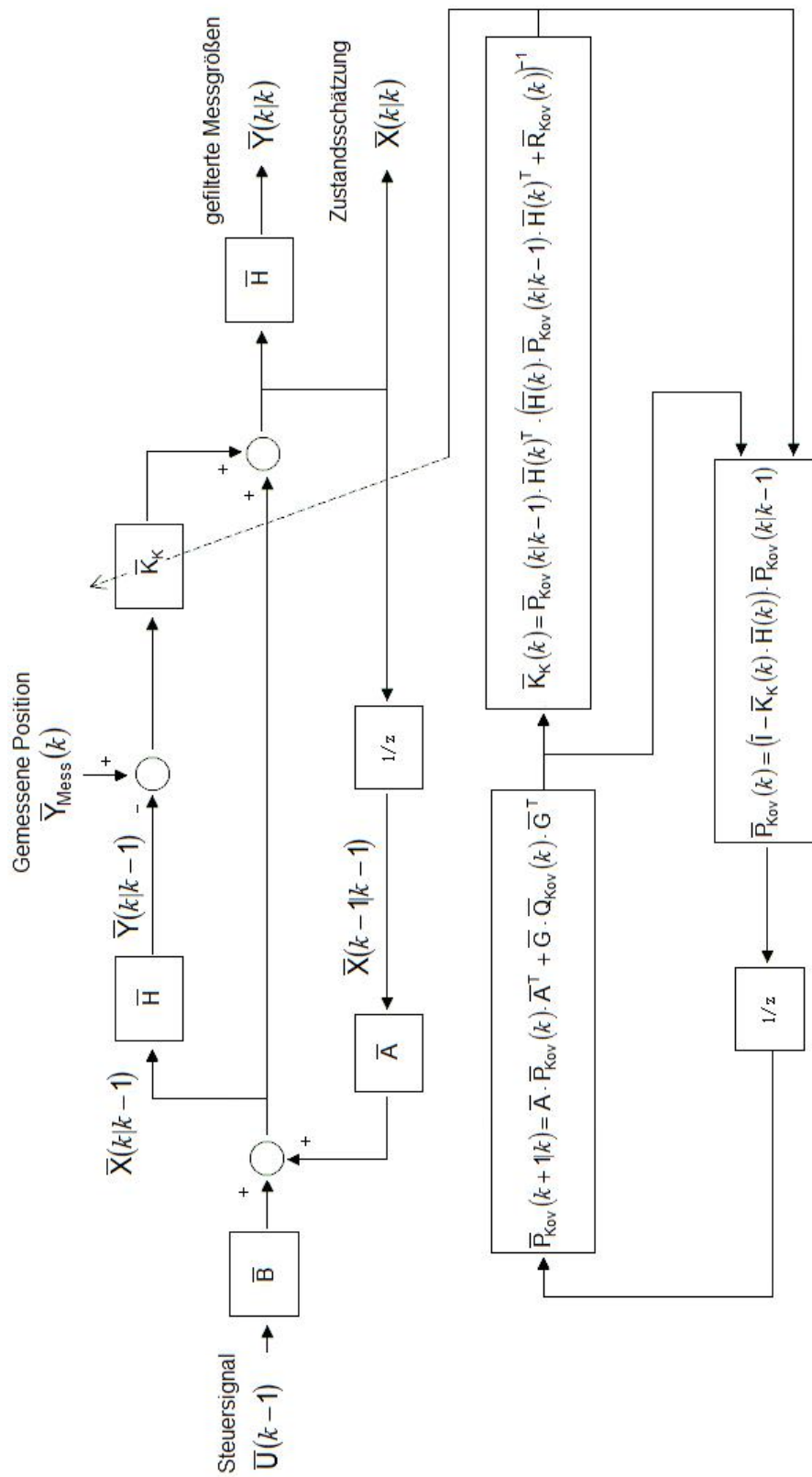


Abb.4.5: Blockdiagramm des verwendeten Kalman-Filters

Axialrichtung Z

Das Gleichungssystem repräsentiert die linearen Systeme. Eine Zustandsgleichung der Axialrichtung ist hierbei mit Berücksichtigung der Leistungselektronik und Rotordynamik gegeben:

$$\bar{X}_Z(k+1) = \bar{A}_Z \cdot \bar{X}_Z(k) + \bar{B}_Z \cdot \bar{U}_Z(k) \quad (4.49)$$

mit der Systemmatrix und Eingangsmatrix

$$\bar{A}_Z = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-Z} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & T & \frac{T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ \frac{k_{s-Z} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 1 & \frac{T}{m_{\text{Rotor}}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{B}_Z = \begin{bmatrix} \frac{k_i \cdot T^2 \cdot k_{ui-Z}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ \frac{k_{i-Z} \cdot T \cdot k_{ui-Z}}{m_{\text{Rotor}}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

und der Zustandsmatrix

$$\bar{X}_Z = \begin{bmatrix} x_Z \\ v_Z \\ F_{\text{St-Z}} \end{bmatrix} \quad \text{und der Steuermatrix} \quad \bar{U}_Z = [\mu_{\text{Regel-Z}}].$$

Es ergibt sich dann die Beobachtungsgleichung in Axialrichtung:

$$\bar{Y}_Z(k) = \bar{H}_Z \cdot \bar{X}_Z(k) \quad (4.50)$$

mit der Beobachtungsmatrix $\bar{H}_Z = [1 \ 0 \ 0]$ und der Ausgangsmatrix $\bar{Y}_Z = [x_{\text{Mess-Z}}]$.

Das Prozessrauschen aus den Lagerspulen beeinflusst direkt die Magnetkraft. Entsprechend der Ableitung wird die Prädiktion der Zustandskovarianzmatrix mit Transformation des Prozessrauschens zu Steuergrößen ermittelt:

$$\bar{P}_{\text{Kov-Z}}(k+1|k) = \bar{A}_Z \cdot \bar{P}_{\text{Kov-Z}}(k) \cdot \bar{A}_Z^T + \bar{G}_Z \cdot \bar{Q}_{\text{Kov-Z}}(k) \cdot \bar{G}_Z^T \quad (4.51)$$

Die Bestimmung der Kalman-Verstärkung erfolgt aus der Varianz des Rauschens des axialen Positionssensors heraus:

$$\bar{K}_{K-Z}(k) = \bar{P}_{\text{Kov-Z}}(k|k-1) \cdot \bar{H}_Z(k)^T \cdot (\bar{H}_Z(k) \cdot \bar{P}_{\text{Kov-Z}}(k|k-1) \cdot \bar{H}_Z(k)^T + \bar{R}_{\text{Kov-Z}}(k))^{-1} \quad (4.52)$$

In Tbl.4.1 fasst seiner Parameter des Rauschens zusammen. Die Zustände des Prozess- und Messrauschens in Betrieb sind im Allgemeinen zeitabhängig. Es ist daher möglich, die Filterparameter während des Betriebs an bestimmte Merkmale des Rauschens anzupassen.

	Parameter	Kovarianzmatrix	Bemerkung
Prozess-Rauschens	$\text{Var}_{\text{Spule-Z}}$ in [V]	$\bar{Q}_{\text{Kov-Z}} = [\text{Var}_{\text{Spule-Z}}]$ $\bar{G}_Z = \bar{B}_Z$ $[\bar{G}_Z \cdot \bar{Q}_{\text{Kov-Z}}(k) \cdot \bar{G}_Z^T]_{[3,3]} = 10^{16}$	Systemrauschen der Lagerspulen und Leistungselektronik
Mess-Rauschen	$\text{Var}_{\text{Rotor-Z}}$ in [V]	$\bar{R}_{\text{Kov-Z}} = [\text{Var}_{\text{Rotor-Z}}]$	Messrauschen des Lagesensors

Tbl.4.1: Kovarianzmatrix eines Kalmanfilters in Axialrichtung

Radialrichtung XZ / YZ

Ausgehend von der Zustandsraumdarstellung in Radialrichtung erfolgt die Herleitung des Kalman-Filters der Radialrichtung XZ und YZ. Für die Zustandsgleichung ergibt sich

$$\bar{X}_{XZ}(k+1) = \bar{A}_{XZ} \cdot \bar{X}_{XZ}(k) + \bar{B}_{XZ} \cdot \bar{U}_{XZ}(k) \quad (4.53)$$

mit der Zustandsmatrix

$$\bar{X}_{XZ} = \begin{bmatrix} x_X \\ v_X \\ \Phi_{XZ} \\ \varphi_{XZ} \\ F_{St-XZ} \\ M_{St-XZ} \end{bmatrix}$$

und der Steuermatrix $\bar{U}_{XZ} = \begin{bmatrix} u_{Xo} \\ u_{Xu} \end{bmatrix}$ für Radiallager „Xo“ und „Xu“.

Die Matrizen werden in Anh.4.2 dargestellt. Es ergibt sich dann die Beobachtungsgleichung in Radialrichtung:

$$\bar{Y}_{XZ}(k) = \bar{H}_{XZ} \cdot \bar{X}_{XZ}(k) \quad (4.54)$$

mit der Beobachtungsmatrix für Sensoren „Sen-o“ und „Sen-u“

$$\bar{H}_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_{Sen-o} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -l_{Sen-u} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

und der Ausgangsmatrix $\bar{Y} = \begin{bmatrix} x_{Mess-Xo} \\ x_{Mess-Xu} \end{bmatrix}$.

Die Prädiktion der Zustandskovarianzmatrix in Radialrichtung wird ermittelt:

$$\bar{P}_{Kov-XZ}(k+1|k) = \bar{A}_{XZ} \cdot \bar{P}_{Kov-XZ}(k) \cdot \bar{A}_{XZ}^T + \bar{G}_{XZ} \cdot \bar{Q}_{Kov-XZ}(k) \cdot \bar{G}_{XZ}^T \quad (4.55)$$

mit dem Element

$$\bar{G}_{XZ} = \bar{B}_{XZ}, \quad \bar{Q}_{Kov-XZ} = \begin{bmatrix} \text{Var}_{Spule-Xo} & 0 \\ 0 & \text{Var}_{Spule-Xu} \end{bmatrix}$$

für die Kovarianzmatrix $\bar{G}_{XZ} \cdot \bar{Q}_{Kov-XZ}(k) \cdot \bar{G}_{XZ}^T$. Die Bestimmung der Kalman-Verstärkung erfolgt aus der Varianz des Rauschens des radialen Lagesensors heraus:

$$\bar{K}_{K-XZ}(k) = \bar{P}_{Kov-XZ}(k|k-1) \cdot \bar{H}_{XZ}(k)^T \cdot (\bar{H}_{XZ}(k) \cdot \bar{P}_{Kov-XZ}(k|k-1) \cdot \bar{H}_{XZ}(k)^T + \bar{R}_{Kov-XZ}(k))^{-1} \quad (4.56)$$

In Tabelle fasst seine Parameter des Rauschens zusammen.

	Parameter	Kovarianzmatrix	Bemerkung
Prozess-Rauschens	$\text{Var}_{Spule-Xo}$ in [V]	$\bar{Q}_{XZ} = \begin{bmatrix} \text{Var}_{Spule-Xo} & 0 \\ 0 & \text{Var}_{Spule-Xu} \end{bmatrix}$ $\bar{G}_{XZ} = \bar{B}_{XZ}$	Systemrauschen der Lagerspulen und Leistungselektronik
	$\text{Var}_{Spule-Xu}$ in [V]	$[\bar{G}_{XZ} \cdot \bar{Q}_{XZ}(k) \cdot \bar{G}_{XZ}^T]_{[5,5]} = 10^{16}$ $[\bar{G}_{XZ} \cdot \bar{Q}_{XZ}(k) \cdot \bar{G}_{XZ}^T]_{[6,6]} = 10^{16}$	Prozessrauschen der unteren Lagerspulen
Mess-Rauschen	$\text{Var}_{Rotor-Xo}$ in [V]	$\bar{R}_{Kov-XZ} = \begin{bmatrix} \text{Var}_{Rotor-Xo} & 0 \\ 0 & \text{Var}_{Rotor-Xu} \end{bmatrix}$	Messrauschen des oberen Lagesensors
	$\text{Var}_{Rotor-Xu}$ in [V]		Messrauschen des unteren Lagesensors

Tbl.4.2: Kovarianzmatrix eines Kalmanfilters in Radialrichtung

Mit der gleichen Ableitung werden die benötigten Algorithmen des Kalman-Filters zur Radialrichtung YZ festgelegt.

4.5 Adaptive Kalman-Filter

4.5.1 Zielstellung des adaptiven Kalman-Filters

Wesentliche Zielsetzung des adaptiven Filters ist die Anpassung des Referenzmodells an das reale Systemverhalten. Im Folgenden werden die hierzu benötigten mathematischen Verfahren bereitgestellt.

Anhand der Systemidentifikation aus Abschnitt 3.1.5 und 3.2.4 werden die aktuellen Parameter der Streckenglieder durch ein Expertensystem geschätzt. Die Gesamtheit der Elemente vom Arbeitspunkt bildet eine Zustandsklasse. Die Aufgabe besteht darin, jede Zustandsklasse (als Ursache) den anpassenden Systemparametern (als Wirkung) zuzuordnen. Somit wird eine hohe Genauigkeit der Zustandsschätzung erreicht, wenn das Referenzmodell im Filteralgorithmus adaptiert wird und zum aktuellen Prozess angepasst ist. Dabei handelt es sich um ein Verbindungsproblem zwischen zahlreicher Ursachen und Wirkungen. Zu dessen Lösung wird ein wissensbasiertes Verfahren eingeführt.

Die im Identifikationsverfahren erstellte Wissensbasis enthält die Information über die Beziehung der Systemzustände und der Systemparameter. Dieses Wissen lässt sich in der Form von Logik-Regel darstellen. Das Wissen wird dabei in Form:

„Wenn < die Zustandsgrößen in Klasse „m“ sind >,
Dann < die Systemparameter des Referenzmodells in Klasse „k“ sind>“

verarbeitet. Die Verkettung dieser Logik stellt dann die kausale Abhängigkeit zwischen Ursache und Wirkung dar. Die Fuzzylogik auf Basis RBFN, mit Lernfähigkeit bietet die Möglichkeit, mit Angabe von Trainingsdaten, die Unbestimmtheit bei der Erstellung der Basisfunktion zu vermeiden.

4.5.2 Darstellung des adaptiven Kalman-Filters

Grundlage des adaptiven Kalman-Filters

Das lineare Kalman-Filter war für das lineare dynamische System entwickelt worden und laut Literaturrecherche ist zur Durchführung dieser Aufgabe gut geeignet. Im Rahmen einer Erweiterung wird die Einbindung der Parameteradaption für die Zustandsgleichung untersucht. Die Anpassung der Zustandsgleichung an die Realität erfolgt mittels eines Schätzalgorithmus in Abschnitt 3. Somit wird im Filterverlauf die optimierte Schätzung der Zustandsparameter erzielt.

Wie im Abschnitt 4.2 dargestellt ist, wird die Struktur eines zeitdiskreten Kalman-Filters gebildet, siehe die Gleichung (4.44) bis (4.48). In diesem System wird von einem linearen zeitinvarianten System ausgegangen. Das Problem der Nichtlinearität ist dann in geeigneter Weise zu behandeln, sodass die gezeigte Struktur verwendet wird.

Die Einbindung der Abweichung des Streckengliedes in das Filterkonzept erfolgt durch die Aufnahme der Unsicherheit in der Systemmatrix. Die originären Systemmatrizen werden

hierzu mit einer Ergänzung der Unsicherheit $\Delta\bar{A}$ und $\Delta\bar{B}$ erweitert. Durch Einführung der Unsicherheit wird in die nachfolgende Gleichung überführt.

$$\begin{aligned}\bar{X}(k+1|k) &= (\bar{A} + \Delta\bar{A}) \cdot \bar{X}(k|k) + (\bar{B} + \Delta\bar{B}) \cdot \bar{U}(k) \\ \bar{Y}(k) &= \bar{H}(k) \cdot \bar{X}(k|k)\end{aligned}\quad (4.57)$$

Die Fehlergrößen $\Delta\bar{A}$ und $\Delta\bar{B}$ (sog. Unsicherheit) werden im Kalman-Filter als Modellabweichung angenommen, welche eine Abweichung zum nominalen Arbeitspunkt aufweist. Die Berechnung der Kovarianzmatrix der Prädiktion erfolgt aus:

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k+1|k) = (\bar{A} + \Delta\bar{A}) \cdot \bar{P}_{\text{Kov}}(k) \cdot (\bar{A} + \Delta\bar{A})^T + (\bar{G} + \Delta\bar{B}) \cdot \bar{Q}_{\text{Kov}} \cdot (\bar{G} + \Delta\bar{B})^T \quad \text{mit } \bar{G} = \bar{B} \quad (4.58)$$

Bei der Initialisierung des Kalman-Filters können aus Voranalysen die Näherungswerte für $\Delta\bar{A}$ und $\Delta\bar{B}$ eingeführt werden.

Einführung der Filterstrategie

Zur Beschreibung der Zustandsraumdarstellung für das Kalman-Filter müssen die zeitlich veränderlichen Matrizen $\Delta\bar{A}$ und $\Delta\bar{B}$ in Systemmatrix \bar{A} und Eingangsmatrix \bar{B} zusammengefasst werden. Somit ist die Eigenschaft des Systems im Zeitintervall durch Zustandsraummodells vollständig beschrieben.

$$\begin{aligned}\Delta\bar{A}(k) + \bar{A} &\Rightarrow \bar{A}_{\text{adap}}(k) \\ \Delta\bar{B}(k) + \bar{B} &\Rightarrow \bar{B}_{\text{adap}}(k)\end{aligned}\quad (4.59)$$

Eine Umformulierung der Zustandsgleichung und Berechnung der Kovarianzmatrix sind hierbei mit der Adaptionmöglichkeit gegeben. Mit der Einführung der Matrixwertigen Funktionen $\Delta\bar{A}$ und $\Delta\bar{B}$ in Systemmatrix \bar{A} und Eingangsmatrix \bar{B} ergeben sich die adaptiven Systemgleichungen zu:

$$\bar{X}(k|k-1) = \bar{A}_{\text{adap}}(k) \cdot \bar{X}(k-1|k-1) + \bar{B}_{\text{adap}}(k) \cdot \bar{U}(k-1) \quad (4.60)$$

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k+1|k) = \bar{A}_{\text{adap}}(k) \cdot \bar{P}_{\text{Kov}}(k) \cdot \bar{A}_{\text{adap}}(k)^T + \bar{G}_{\text{adap}}(k) \cdot \bar{Q}_{\text{Kov}} \cdot \bar{G}_{\text{adap}}(k)^T \quad (4.61)$$

mit $\bar{B}_{\text{adap}} = \bar{G}_{\text{adap}}$

Zur Schätzung der vollständigen Zustandsgrößen muss das Filter mit Angaben zu den Parametern von Magnet und Leistungselektronik adaptiv erweitert werden. Die Systemmatrix und Eingangsmatrix werden hierzu um eine Partition ergänzt und ergeben sich zu:

$$\bar{X}(k|k-1) = \left(\bar{A} \Big|_{k_s + \Delta k_s} \right) \cdot \bar{X}(k-1|k-1) + \left(\bar{B} \Big|_{\substack{k_i + \Delta k_i \\ k_{ui} + \Delta k_{ui}}} \right) \cdot \bar{U}(k-1) \quad (4.62)$$

Die Abweichung des Steifigkeitsparameters Δk_s , des Kraft-Strom-Koeffizienten Δk_i sowie des Spannung-Strom-Koeffizienten Δk_{ui} werden hier als Partition der Matrizen der Zustandsraumdarstellung bezeichnet, da sie die Abweichung des Streckengliedes konkret beschreiben.

In den Gleichungen des Kalman-Filters wird die praktische Berechnung der Fehlerkovarianzmatrix zur Prädiktion der Zustandsgrößen mit Berücksichtigung der Änderung des Streckengliedes durchgeführt:

$$\bar{P}_{\text{Kov}}(k+1|k) = \left(\bar{A} \Big|_{k_s + \Delta k_s} \right) \cdot \bar{P}_{\text{Kov}}(k) \cdot \left(\bar{A} \Big|_{k_s + \Delta k_s} \right)^T + \left(\bar{G} \Big|_{\substack{k_i + \Delta k_i \\ k_{ui} + \Delta k_{ui}}} \right) \cdot \bar{Q}_{\text{Kov}} \cdot \left(\bar{G} \Big|_{\substack{k_i + \Delta k_i \\ k_{ui} + \Delta k_{ui}}} \right)^T \quad (4.63)$$

Da in den Systemmatrizen \bar{A} und Eingangsmatrizen \bar{B} die Zeitvariante enthalten sind, wie die Partition darstellt, besteht die Aufgabe der Adaption der dazugehörigen Elemente im Filteralgorithmus.

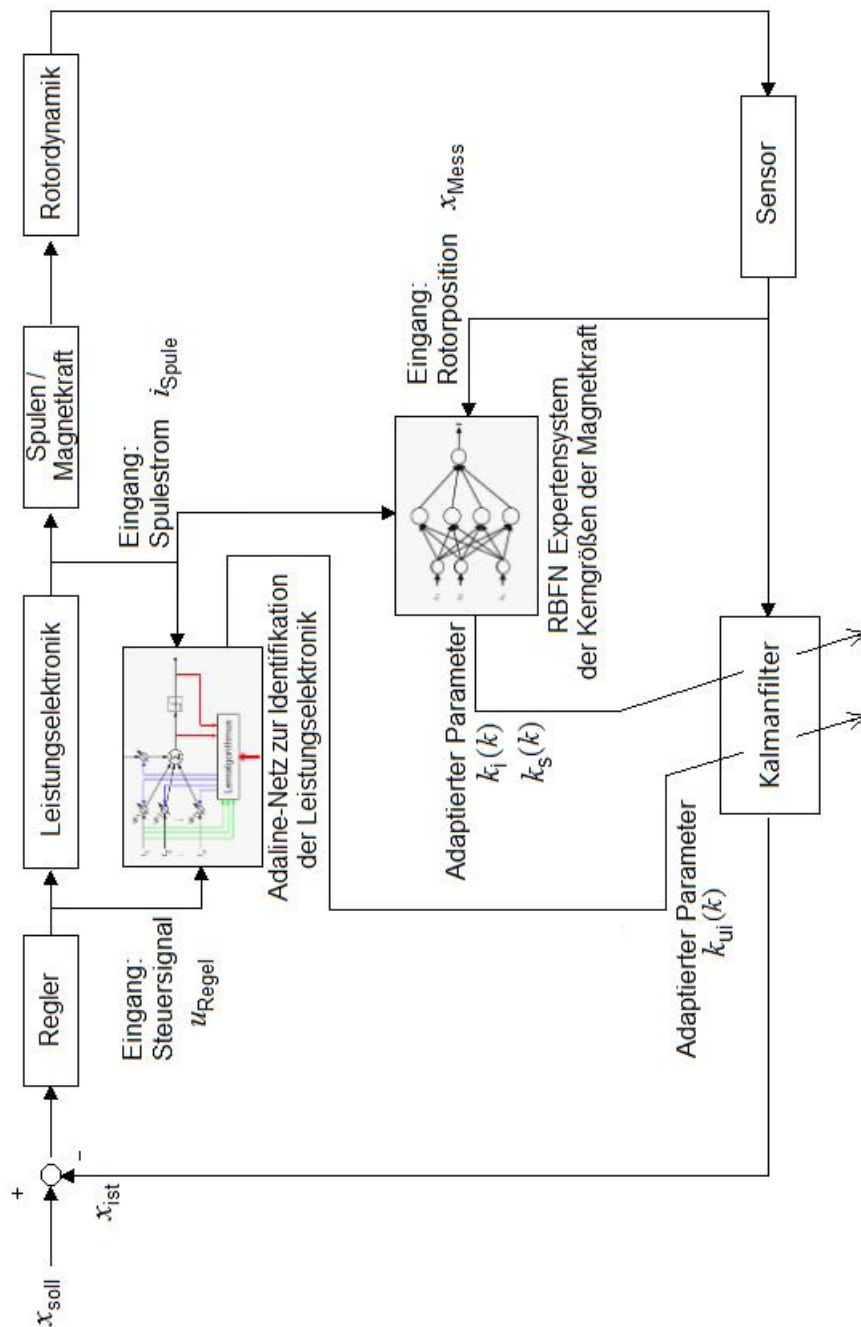


Abb.4.6: Darstellung des Konzeptes der adaptiven Kalman-Filterung

Zur Schätzung der vollständigen Zustandsgrößen muss das Filter mit Angabe der Parameter über Magnet und Leistungselektronik adaptiv erweitert werden. Die Einbindung der Parameteradaption in die Zustandsschätzung des Filteralgorithmus erfolgt durch ihre Aufnahme in den zustandsabhängigen Systemmatrizen:

$$\bar{A}_{\text{adap}} = \begin{pmatrix} \bar{A} \\ k_s - \text{adap} \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

$$\bar{B}_{\text{adap}} = \begin{pmatrix} \bar{B} \\ k_s - \text{adap} \\ k_{uj} - \text{adap} \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

Die Elemente der auf die Systemgleichung einwirkenden variierenden Größen werden im Kalman-Filter adaptiert. Hierbei wird zunächst zur Adaption der Variablen k_i und k_s von

einem Expertensystem mit Identifikationsergebnissen aus Abschnitt 3.1.5 ausgegangen.

$$k_i(k) = f_{\text{Exp-}k_i}(i_u(k), x_{\text{Rotor}}(k)) \quad (4.66)$$

$$k_s(k) = f_{\text{Exp-}k_s}(i_u(k), x_{\text{Rotor}}(k)) \quad (4.67)$$

Im Weiteren wirkt in den Systemgleichungen noch eine Variable k_{ui} , die die Änderung des Spannung-Strom-Koeffizienten repräsentiert und hierbei durch ein Online-Identifikationsglied aus Abschnitt 3.2.4 adaptiert wird.

$$k_{ui}(k) = f_{\text{Adaline-}ui}(i_{\text{Spule}}(k), u(k)) \quad (4.68)$$

Das gesamte Konzept lässt sich in die in Abb.4.6 dargestellten Struktur integrieren.

4.5.3 Expertensystem des adaptiven Kalman-Filters

Auf Basis der in Abschnitt 3 dargestellten Identifikationsmethode wird ein Expertensystem zur Adaption eines Kalman-Filters entwickelt.

4.5.3.1 Herangehensweise des Konzeptes

Die Erkennung vom Arbeitspunkt während des laufenden Systemzyklus stellt eine Möglichkeit der Filteradaption dar. Auf Basis der neuronalen Netze kann die Kenntnis der Parameteradaption zur Verfügung gestellt werden. Für die Rotordynamik im Filteralgorithmus beinhaltet die Erstellung eines Expertensystems die folgenden Schritte:

- Identifikation der auf Rotor wirkenden Magnetkraft F_{Mag} und Kraftmoment M_{Mag} , siehe Abschnitt 3.1.4
- Identifikation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag} , siehe oben genannten Abschnitt
- Linearisierung des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten mittels Regressionsmethode und Identifikation des Kraft-Strom-Koeffizienten k_i und des Steifigkeitsparameters k_s der Arbeitspunkte, siehe den Abschnitt 3.1.5
- Netz-Training und Erstellung des Expertensystems

Das Expertensystem zur Filteradaption wird gemäß dem in Abb.4.7 präsentierten Verfahren erstellt. Die Methode „Identifikation der Magnetkraft und des Kraftmomentes“ realisiert eine Abschätzung der auf Rotor wirkenden Magnetkraft und Kraftmomentes. In die Methode „Identifikation der Parameter des Magnetlagers“ realisiert die Abschätzung der Magnetparameter k_{Mag} . In die Methode „Identifikation lokaler Modelle“ wird die nichtlineare Magnetkraft mit den k_i und k_s für verschiedene Arbeitspunkte linearisiert.

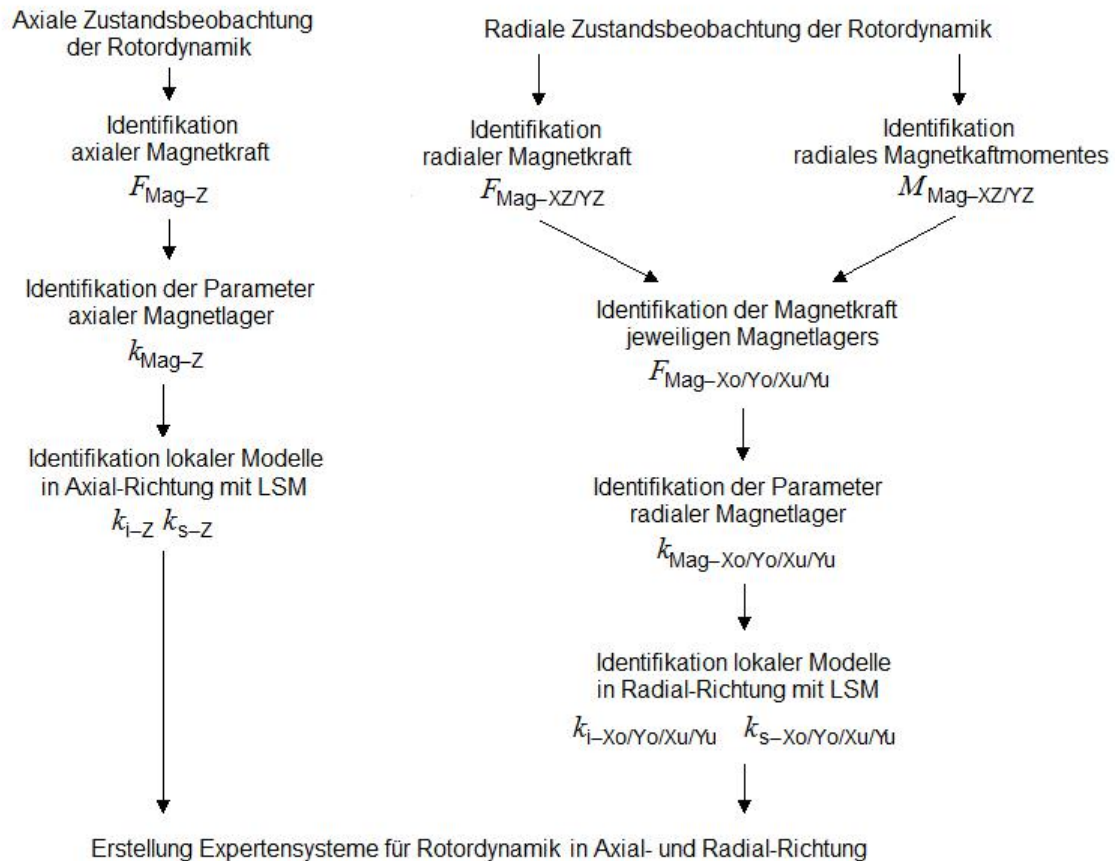


Abb.4.7: Vorgehensweise der Erstellung der Expertensysteme

4.5.3.2 Erstellung des Expertensystems

A. Einführung der Fuzzylogik in das RBFN

In diesem Abschnitt betrifft die Verwandtschaft zwischen der Fuzzylogik und KNN. Es wird genauer auf die Gruppe RBFN eingegangen.

Erster Schritt bei der Anwendung des Fuzzy-Expertensystems ist die Fuzzifizierung der scharfen Eingangsinformationen, sog. die Merkmale. Die Merkmale werden als linguistische Eingänge und deren Ausprägungen als unscharfe Fuzzy-Sets mit entsprechenden Zugehörigkeitsfunktionen definiert. Die Erstellung der Schlussfolgerung auf Basis RBFN geschieht in Fuzzy-Inferenz (siehe Abb.4.8) durch Basisregeln in Abschnitt 4.5.1.

Die Auswertung der Voraussetzung in Radius-Basis-Funktion ermittelt die Zugehörigkeit jeder Regel, welcher den Grad der Übereinstimmung der Eingangsgrößen zur jeweiligen Voraussetzung kennzeichnet. Nach Abarbeitung aller Regeln steht für jede Ausgabe w_n ein Zugehörigkeitsgrad zur Verfügung. Für die gesamte Ausgabe der Fuzzylogik erfolgt die Defuzzifizierung.

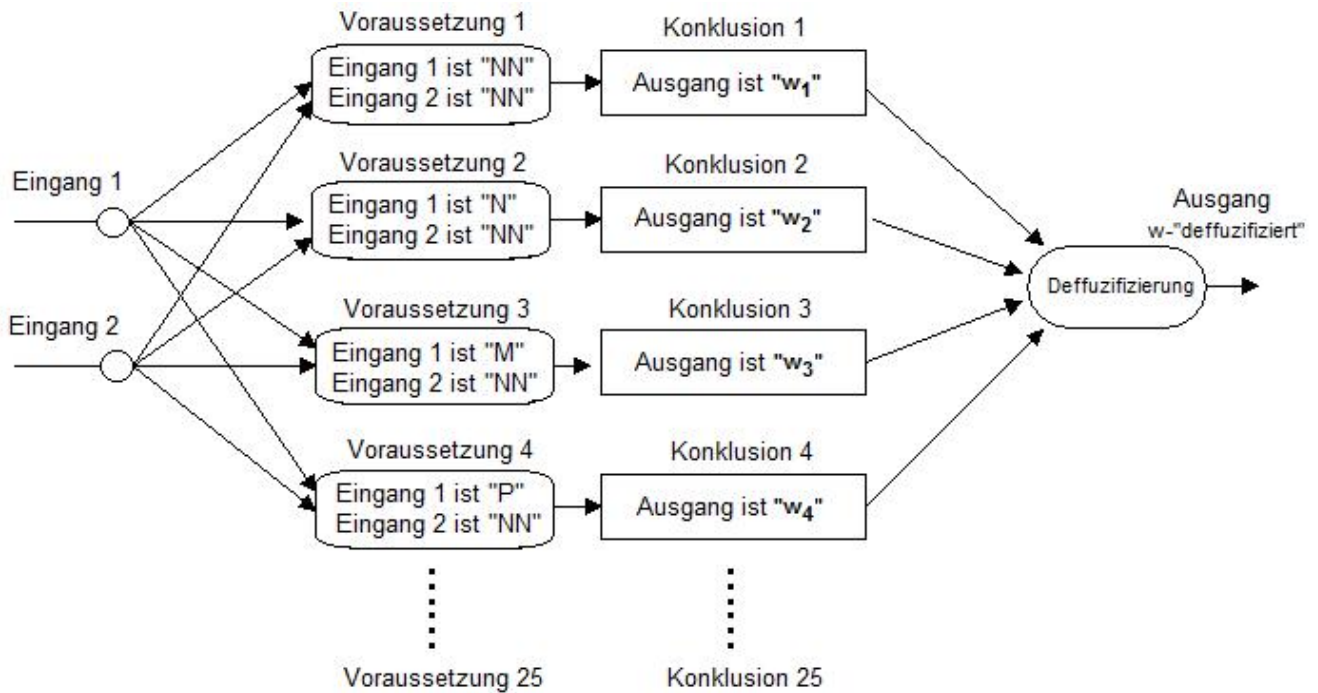


Abb.4.8: Strukturelle Darstellung der Fuzzylogik durch RBFN

B. Bestimmung der Logik-Regeln

Ziel dabei ist eine Bestimmung des Kraft-Strom-Koeffizienten k_i und des Steifigkeitsparameters k_s der unterschiedlichen Arbeitspunkte im zeit-varianten nichtlinearen System.

Die Gleichung der Magnetkraft

$$F_{\text{Mag}}(k) = k_{\text{Mag}}(k) \cdot \frac{i_u(k)^2}{x_{\text{Rotor}}(k)^2} \quad (4.69)$$

mit dem durch Adaline-Netz identifizierten Parameter $k_{\text{Mag}}(k)$ wird als ein globales Modell bezeichnet. Aus dem globalen Modell ergeben sich mit dem Regressionsverfahren vom Abschnitt 3.1.5 die Parameter k_i und k_s für die Linearisierung der Arbeitspunkte. Die Funktion des Regressionsverfahrens f_{LR} soll am folgenden Beispiel demonstriert werden:

Zum Arbeitspunkt 1:

$$\begin{bmatrix} k_i & k_s \end{bmatrix}_{[1]} = f_{\text{LR}} \left[k_{\text{Mag}}(k) i_{u-[MM]} \quad x_{\text{Rotor}-[MM]} \right]$$

Zum Arbeitspunkt 2:

$$\begin{bmatrix} k_i & k_s \end{bmatrix}_{[2]} = f_{\text{LR}} \left[k_{\text{Mag}}(k) i_{u-[M]} \quad x_{\text{Rotor}-[MM]} \right]$$

⋮

Zum Arbeitspunkt 25:

$$\begin{bmatrix} k_i & k_s \end{bmatrix}_{[25]} = f_{\text{LR}} \left[k_{\text{Mag}}(k) i_{u-[PP]} \quad x_{\text{Rotor}-[PP]} \right]$$

mit linguistischem Begriff „MM-<minus, minus>, M-<minus>, N-<normal>, P-<plus>, PP-<plus, plus>“ und der in Partition geschriebenen Randbedingung.

Die Bedeutung der Gleichung lässt sich durch die Regel-Logik darstellen:

Mit dem zeit-varianten Systemparameter $k_{\text{Mag}}(k)$

Wenn $\langle i_u \text{ ist in Klasse „m“} \rangle$, und $\langle x_{\text{Rotor}} \text{ ist in Klasse „n“} \rangle$

Dann $\langle k_i \text{ und } k_s \text{ sind in Klasse „q“} \rangle$

mit $q \leq 25$. Die Elemente „m“ und „n“ entsprechen zum linguistischen Begriff „MM, M, N, P, PP“. Bei der Erstellung des Expertensystems werden die Ergebnisse

$[k_i \ k_s]_{\sim[q]}$

als das Netzgewicht angewendet.

C. Erstellung des Expertensystems

Ziel dabei ist die Adaption der Parameter k_i und k_s durch Expertensystem für das Kalman-Filter.

Integration der Expertenkenntnis ins Netz

Die Aufgabe besteht darin, die Expertenkenntnisse bzw. die Logik-Regeln zum RBFN zu integrieren. Die oben genannten Logik-Regeln werden durch die Tbl.4.3 dargestellt:

Regel. Nr	Wenn	Dann
1:	Der Arbeitspunkt beim Punkt 1 ist $\bar{S}(i_{u \sim [MM]} \ x_{\text{Rotor} \sim [MM]})$	Die Ausgaben sind in Klasse 1, mit $[k_i \ k_s]_{\sim[1]}$
2:	Der Arbeitspunkt beim Punkt 2 ist $\bar{S}(i_{u \sim [M]} \ x_{\text{Rotor} \sim [MM]})$	Die Ausgaben sind in Klasse 2, mit $[k_i \ k_s]_{\sim[2]}$
\vdots	\vdots	\vdots
25:	Der Arbeitspunkt beim Punkt 25 ist $\bar{S}(i_{u \sim [PP]} \ x_{\text{Rotor} \sim [PP]})$	Die Ausgaben sind in Klasse 25, mit $[k_i \ k_s]_{\sim[25]}$

Tbl.4.3: Darstellung der Fuzzylogik aus Expertenkenntnis

Aus der Wissensbasis ergeben sich die in oben genannten Tabelle dargestellten Regeln. Gesucht sind die präzisen Parameter k_i und k_s im aktuellen Arbeitspunkt. Die Funktion des Expertensystems f_{Exp} soll am folgenden Beispiel und in Abb.4.9 demonstriert werden:

$$[k_i(k) \ k_s(k)] = f_{\text{Exp}}(i_u(k) \ x_{\text{Rotor}}(k)) \quad (4.70)$$

Bei der Erstellung der Eingangsmatrix für das RBFN werden die Eingangswerte i_u und x_{Rotor} zur Matrix \bar{S} eingruppiert:

$$\bar{S} = [i_u(k) \ x_{\text{Rotor}}(k)] \quad (4.71)$$

Eine Aufstellung der Zugehörigkeitsgrade μ erfolgt eine Gauß-Funktion und gilt:

$$\mu(\bar{S}) = \mu(\bar{S}|_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]}) = e^{-\frac{(i_u(k) - i_u \sim [m])^2 + (x_{\text{Rotor}}(k) - x_{\text{Rotor}} \sim [n])^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (4.72)$$

Die Schlussfolgerung jeder Logik-Regel $[k_i \ k_s]_{\sim[q]}$ lässt sich als die Gewichtung darstellen:

$$\omega_{\sim[q]} = [k_i|_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]} \ k_s|_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]}] \quad (4.73)$$

Der gewichtete Konklusionswert der q. Logik-Regel lautet:

$$\mu_{\sim[q]}(\bar{S}) \cdot \omega_{\sim[q]} = \mu(\bar{S} |_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]}) \cdot [k_i |_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]} \quad k_s |_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]}] \quad (4.74)$$

Eine Summierung der gewichteten Konklusionswerte bestimmt die Ausgabe des Expertensystems:

$$[k_i^* \quad k_s^*] = \frac{\sum_{q=1}^{25} [\mu_{\sim[q]}(\bar{S}) \cdot \omega_{\sim[q]}]}{\sum_{q=1}^{25} \mu_{\sim[q]}(\bar{S})} \quad (4.75)$$

Dieser Schritt wird auch als Defuzzifizierung bezeichnet.

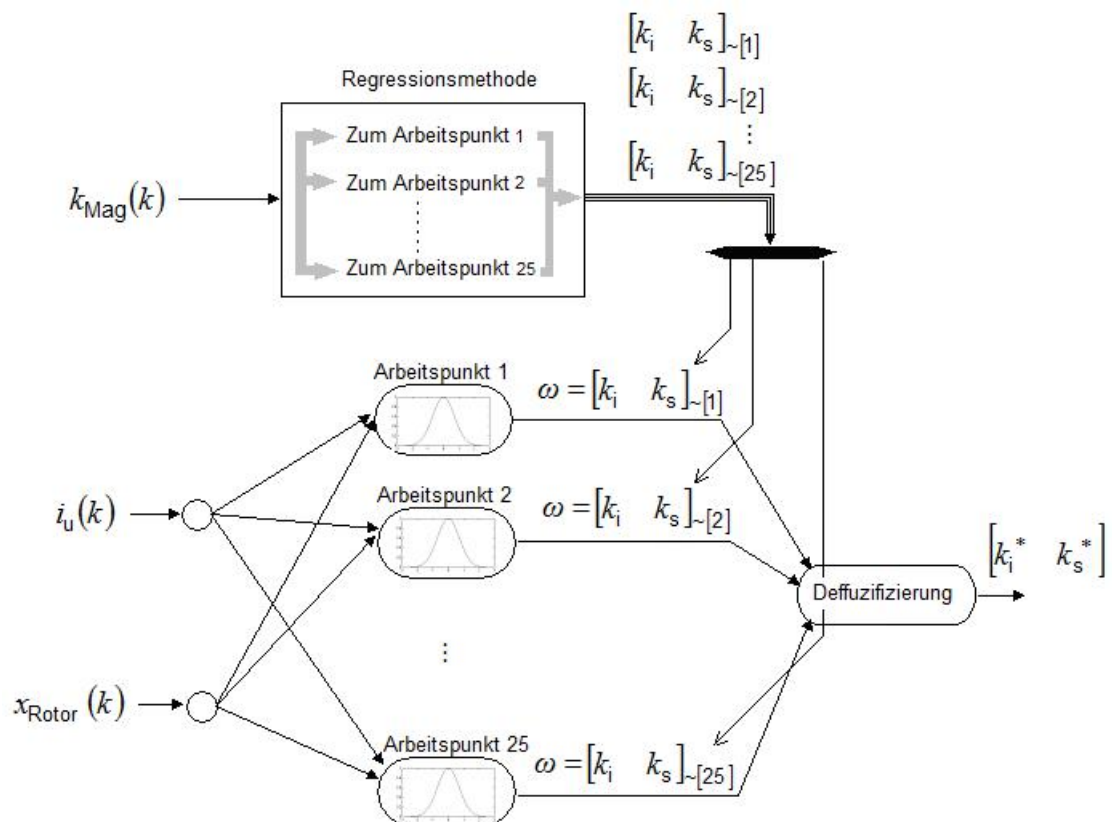


Abb.4.9: Integration der Expertenkenntnis ins RBFN

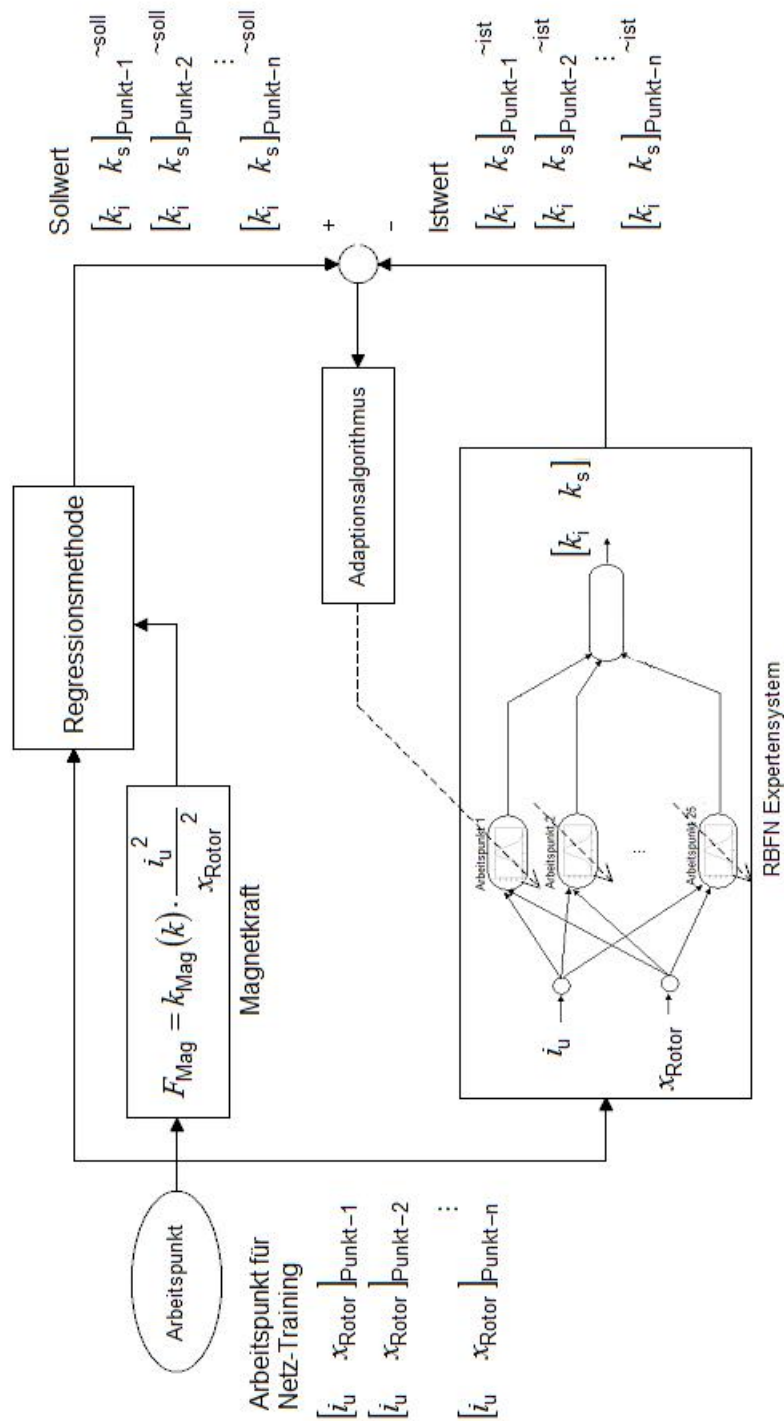


Abb.4.10: Darstellung des Netz-Trainings des Expertensystems für Filteradaption

Netz-Training

Im Verlauf dieses Abschnitts wird die Gauß-Funktion, sog. die Zugehörigkeitsfunktion jeder Logik-Regel, eingestellt. Die Gauß-Breite des Neurons wird mittels des Lernmaterials adjustiert. Dabei ist ein Identifikationsverfahren in den für Netz-Training ausgewählten Arbeitspunkten

$$[i_u \quad x_{\text{Rotor}}]_{\sim \text{Training}}$$

erforderlich, siehe Abb.4.10. Die Ergebnisse der Identifikation wird als die Trainingsdaten angewendet.

Der gesamte Trainingsverlauf besitzt die Teilmodule „Magnetkraft“ sowie „Regressionsmethode“. In diesem Verlauf lernt das RBFN (siehe Abb.4.9) anhand des vorgegebenen Lernmaterials, sog. die Sollwerte des Kraft-Strom-Koeffizienten k_i und Steifigkeitsparameters k_s . Dementsprechend werden die Gauß-Bereiten der einzelnen Neuronen modifiziert. Mit der Methode des kleinsten Fehlerquadrates wird die Vorhersageabweichung zwischen dem einzelnen Sollwert und Istwert beschrieben als:

$$E_{k_i} = (k_{i-\text{soll}} - k_{i-\text{ist}}) \quad (4.76)$$

$$SE_{k_i} = \frac{1}{2} \cdot (k_{i-\text{soll}} - k_{i-\text{ist}})^2 \quad (4.77)$$

Ferner beschreibt das folgende Adaptionsverfahren der Gauß-Breite σ in jeden Basisfunktionen:

$$\sigma(k+1) = \sigma(k) + \eta \cdot \bar{s}(k) \quad (4.78)$$

Die entsprechende Adaptionsrichtung $\bar{s}(k)$ erfolgt die Rückwärtspropagation sowie Gradientenabstiegsverfahren und es gilt:

$$\bar{s}(k) = \frac{\partial SE_{k_i}}{\partial E_{k_i}} \cdot \frac{\partial E_{k_i}}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \sigma} \quad (4.79)$$

Die Lernschrittweite η ist empirisch möglichst klein zu wählen. Daher werden die Parameter k_i^* und k_s^* des aktuellen Arbeitspunktes in Abb.4.9 automatisch vom RBFN-Expertensystem abgeschätzt.

4.6 Fazit

Aus der Untersuchung des Masse-Feder-Dämpfungs-Systems (siehe Abschnitt 2.4.2) werden die folgenden Ergebnisse in dieser Arbeit gewonnen, die auf die Erstellung eines Kalman-Filters für die aktiv magnetische Regelung eingehen können.

Mit der in Abschnitt 4.1 und 4.2 vorgestellten Systemeigenschaft und Literaturrecherche der Filtertechnik der aktiven Magnetlager ist der Einsatz eines Kalman-Filters begründet. Hauptmerkmal ist die effektive Trennung des Messsignals der Rotordynamik aus überlagerter Störung und Rauschen.

Mit der allgemeinen Zustandsraumdarstellung in Abschnitt 2.3.2 und 4.4.1 kann die reduzierte Zustandsraumdarstellung für ein Kalman-Filter in Abschnitt 4.4.2 und 4.4.3 aufgestellt werden. Hieraus eröffnet sich potenzielle Einsatzmöglichkeit von Analyse der Beobachtbarkeit. Im Kalman-Filter zählen die Varianzen des Prozess- und Messrauschens die Festlegung der Kovarianzmatrix bei der Initialisierung.

Die Berücksichtigung von der Nichtlinearität und Unsicherheit der Magnetkraft (siehe Abschnitt 3.1.1) im Kalman-Filter ist allerdings möglich (siehe Abschnitt 4.5), da das lineare Zustandsraummodell vom aktuellen Arbeitspunkt abhängt. Es folgt unmittelbar, dass die Festlegung eines Expertensystems auf Basis RBFN in Verbindung mit Identifikationsmethode aus Abschnitt 3.1.5 mittels Regression als Linearisierung erfolgen kann.

Die Anwendung eines Kalman-Filters in Testanlage FLP 500 erfolgt in Abschnitt 6.4.2. Die Versuchsergebnisse aus Abschnitt 6 erläutern das starke Prozess- und Messrauschen bzw. Maschineneigenschwingung unter Eck-Frequenz in Testanlage. Eine Beurteilung der Effektivität der Signalfilterung und -glättung kann über die quantitative Ermittlung des Messsignals in radialer Lageregelung in Abschnitt 6.5.4 erfolgen. Mit dem Vergleich zum klassischen Frequenzfilter mittels Analyse der Messsignale erfolgt die Erklärung der Schwachstellen eines traditionellen Filterkonzeptes im experimentellen Design. Die Aussagen des Einsatzes eines Kalman-Filters als Zustandsschätzung können getroffen werden.

5 Regelungstechnik

5.1 Stand der Regelugstechnik der aktiven Magnetlager

Traditionelle Lageregelung

Die Quelle erläutert die dezentrale Regelung der aktiven Magnetlager:

„Im Hinblick auf eine technische Realisierung der Regelung lässt sich die Struktur der Rückführung oft durch dezentrale Regelungen vereinfachen. Die Lagermagneten arbeiten unabhängig voneinander. Die Steuergrößen hängen lediglich bezüglich der Reglerparameter von den jeweiligen Messgrößen ab. Das Grundproblem, ein Mangel an Stabilität in der Regelung, begrenzt die Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit der Magnetlager.“

Wie in Abb.5.1 dargestellt sind in Bezug auf die klassische PD-Regelstruktur die fünf Messwerte in den fünf Reglern jeweils auf die radiale und axiale Lagerung zurückzuführen.

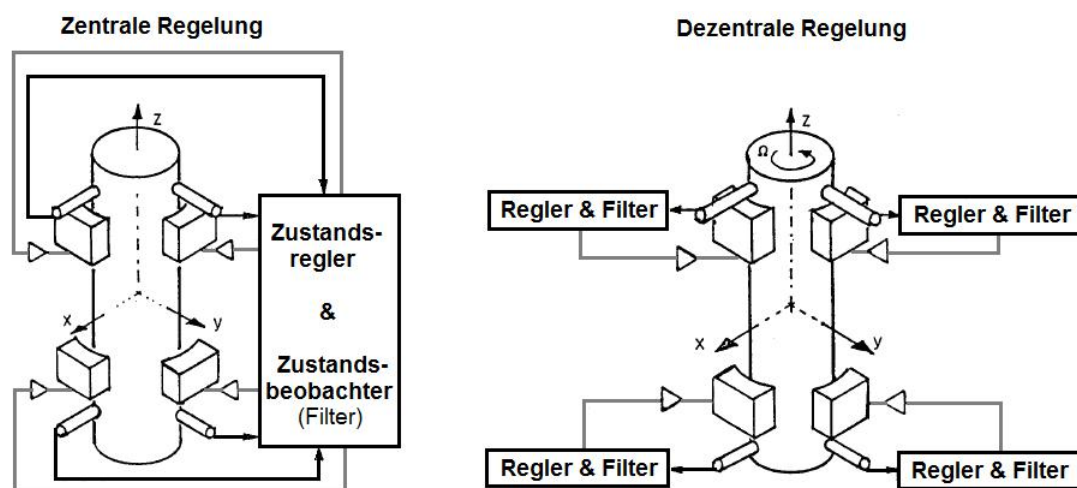


Abb.5.1: Darstellung der zentralen und dezentralen Regelung
[Traxler, 1985]

Darstellung des PID-Regelkonzeptes

Das PID-Regelkonzept lässt sich in Kombination mit einem zeitinvarianten linearen System anwenden. Nach Quelle [Herrmann, 2008] haben sich vor allem die beobachteten Zustandsrückführungen im Zustandsraum bewährt, die bei hinreichend präzisen Modellen eine unmittelbare Stabilisierung der Regelstrecken gestatten. Wegen der unbekannten Nichtlinearität, der Modellunsicherheit im System der Magnetlager ist der Einsatz einer PID-Regelstruktur äußerst begrenzt.

Robuste Regelung

Unter Berücksichtigung der Eigenschaft der Magnetkraft sind häufig die nichtlinearen, robusten Regelkonzepte Gegenstand der fachlichen Diskussion, obwohl in der industriellen Praxis überwiegend lineare Regler anzutreffen sind. In Quelle [Herrmann, 2008] beispielsweise wurden die nichtlinearen, robusten Regelkonzepte für einen magnetisch gelagerten, flexiblen Rotor bereits verwendet, wobei sie sich zur robusten Unterdrückung der Eigenschwingungen durchaus eignen.

Zusätzlich zur robusten Regelung kann eine Tendenz zur robusten Stabilitätssicherung bemerkt werden. Laut Literaturrecherche zeigen sich die Vorteile der dynamischen / nichtlinearen Regler gegenüber den statischen / linearen Regelkonzepten überwiegend in der Schwingungs- bzw. Störgrößenkompensation und der Systemunsicherheit (vgl. Beispielsweise [Gibson, 2003], [Hong, 2000], [Choi, 2006], [Raafat, 2011], [Herrmann, 2008] und [Bi, 2005]).

Zum Nachteil der robusten Regelung bezeichnet ein robuster Regler einen festen Regler. Während des Entwurfs und der Parameterauslegung eines Reglers wird besonders darauf geachtet, dass er ausschließlich die begrenzte Abweichung des Streckenverhaltens annehmen kann.

Die Regelung mit dem Zustandsbeobachter

Die Zustandsregelung kommt zum Einsatz. Andererseits ist die Messung von Zustandsgrößen technisch nicht umsetzbar, weshalb die Messung in der Praxis oft durch einen Beobachter realisiert wird. In Quelle [Shu, 2011] wurde deshalb über den Einsatz eines Beobachters bei der Lageregelung des Magnetzugs berichtet. In Quelle [Schuhmann, 2006] wird hierzu eine Regelstrategie, sog. *Linear-Quadratic-Gaussian-Regulator* (LQR) (vgl. Abb.5.2) dargestellt, wobei auch ein Ansatz der Kalman-Filterung für die magnetische Lagerung diskutiert wird. Der Vorteil dieses Entwurfs bestand darin, dass das auf die Qualität der Lageregelung wirkende Messrauschen deutlich verringert wurde. Somit ergibt sich eine optimale Regelbarkeit der Lagerung. Andererseits zeichnet sich der LQR-Regler in Quelle [Buro, 2003] als Regler-Ansatz für die schwingfähigen Regelstrecken mit mehreren Resonanzstellen aus.

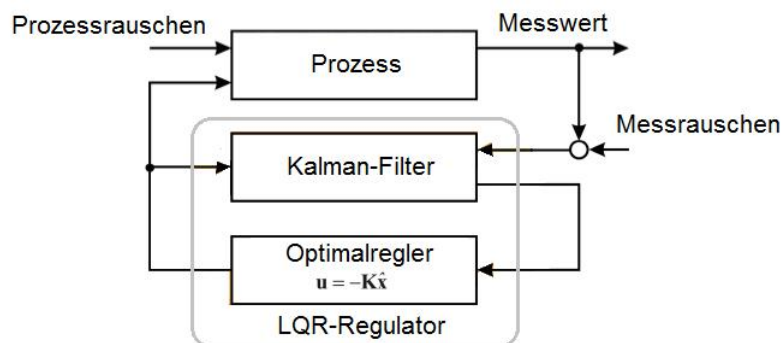


Abb.5.2: Die Kalman-Filterung und die LQR-Zustandsregelung
[Schuhmann, 2006]

Einsatz der Fuzzy-Regler

Die Fuzzy-Regelung in aktiven Magnetlagern kommt zur Anwendung, da der nichtlineare Prozess mit mehreren Ein- und Ausgangsgrößen bei variierenden Systemparametern möglichst intelligent gesteuert werden sollte.

In Quelle [Chiang, 2012] wurde das Konzept einer Fuzzy-Lageregelung in Bezug auf neuronale Netze mittels eines *recurrent fuzzy basis function neural network* (RFBFNN) für aktive Magnetlager (vgl. Abb.5.3) gezeigt. Im Speziellen wurde eine Zusammensetzung von Reglern aus der Fuzzy-Logik und dem Fuzzy-Basisfunktion-Netz für Magnetlager in der Arbeit analysiert. Der Vorteil dieser Kombination besteht in dem Verhalten der Lageregelung unter der Bedingung der Parametervariation, Prozessstörung u.s.w.. Parallel ermöglicht das neuronale Netz die geeignete Berücksichtigung des Integrals einer dauerhaften Regelabweichung, was der Fuzzy-Regler nicht leisten kann.

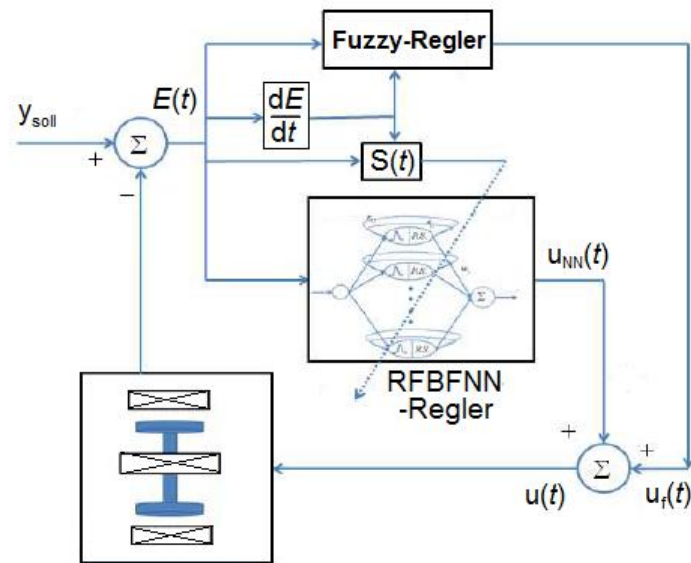


Abb.5.3: RBFNN-Regler mit Fuzzy-Regler als Kompensation
 [Chiang, 2012], Fuzzy-Regler mit y_{soll} als Sollwertvorgabe, $E(t)$ als Regelabweichung, u_{NN} als Stellgröße aus dem RBFNN-Regler und u_f als Stellgröße des Fuzzy-Reglers

Die Quellen [Yu, 2003], [Wang, 2010], [Hong, 2000], [Hong, 1997] und [Hong, 1997²] thematisieren eine modellbasierte Fuzzy-Lageregelung für Magnetlager. Dabei erwähnenswert sind die spezifischen Anwendungen, in denen wie in Abb.5.4 präsentiert einerseits der Prozess anhand der Takagi-Sugeno-Fuzzylogik aus mehreren linearen, lokalen Modelle nachgebildet wurde, andererseits ein Fuzzy-Regler zur optimalen Zustandsregelung auf dem Ansatz der Riccati-Funktion entwickelt wurde. Die Untersuchung der Stabilität durch die Ljapunov-Theorie lässt sich ebenfalls in diesen Arbeiten finden. Der Vorteil des Konzeptes ist im Gegensatz zu den festen Reglern mit der begrenzten Abweichung des Streckverhaltens die optimale Regelung zum aktuellen Arbeitspunkt. Der Nachteil davon besteht jedoch darin, dass keine Möglichkeit besteht, Logik-Regeln an Veränderungen der Umgebung anzupassen.

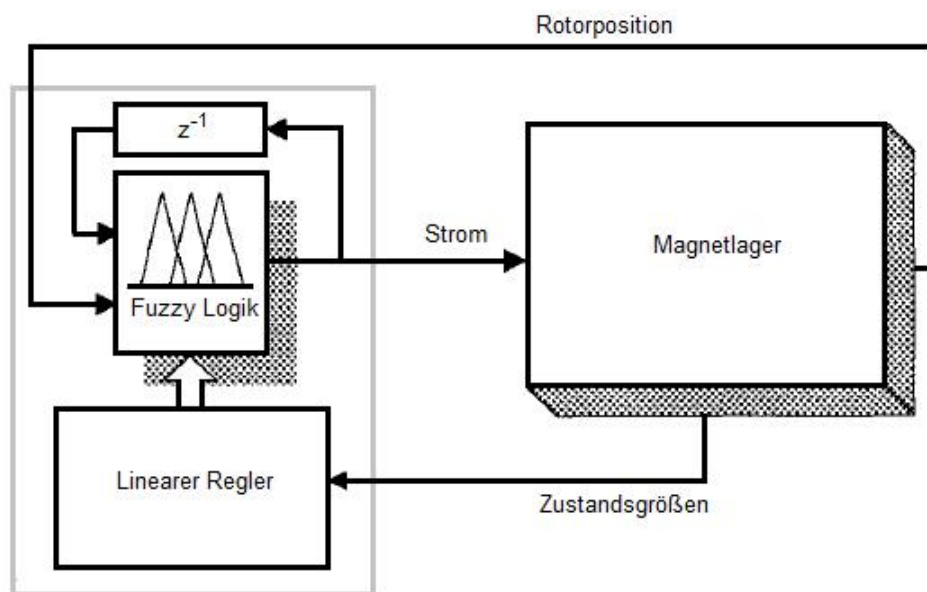


Abb.5.4: Das Regelkonzept aus der Fuzzylogik für aktive Magnetlager

5.2 Motivation und Zielsetzung der Regelungstechnik

Motivation der adaptiven Regelung

Die meisten Entwicklungen im Bereich der Regelung von aktiven Magnetlagern behandeln den robusten Entwurf von festen Reglern. Es ist ausreichend, einen robusten Regler auf Basis der Grenze der Übertragungsfunktion der Regelstrecke zu entwickeln, wenn Wertebereiche der Systemparameter vorher bestimmt wurden. Im industriellen Einsatz unterliegen Magnetspulen ständig wechselnden Lasten, die unmöglich präzise modelliert werden können. Aus diesem Grund ist die Definition exakter Grenzen der Übertragungsfunktion für eine robuste Regelung unmöglich. Laut Quelle [Gempp, 1997] entstehen die größten Probleme bei heute verwendeten Magnetlager durch Ausfälle der magnetischen Lagerung. Dabei wird ein Großteil der Ausfälle magnetischer Lagerung durch die Instabilität der Regelung verursacht. Obwohl die Grenze der Übertragungsfunktion durch einen festen, robusten Regler vergrößert wird, ist die nicht erfassbare Veränderung der Übertragungsfunktion stets eine potenzielle Ursache der Instabilität. Die genannten Probleme gehören zum Hauptgrund, warum ein adaptiver Regler eingesetzt wird. Für bestimmte Fälle konnte durch die Versuche in Abschnitt 6.5.3 gezeigt werden, dass die magnetische Lagerung die Welle bei unterschiedlichen Arbeitspunkten mit ausreichend gleichmäßiger Stabilität in der Schwebe halten kann.

Motivation der Zustandsregelung

Hinsichtlich der Rückkopplungsstabilisierung wird häufig das SISO-Regelkonzept (*Single-Input, Single-Output*) diskutiert, obwohl in der industriellen Praxis durch steigende Anforderungen an die Stabilität der aktiv magnetischen Lagerung die Randbedingungen nicht mehr eingehalten werden können. Diese können aber als ein MIMO-Regelkonzept (*Multi-Input, Multi-Output*) zur robusten Stabilitätssicherung berücksichtigt werden. Mit den erfolgreichen Entwicklungen des Konzeptes LQR für Magnetlager ist ein optimales MIMO-Zustandsregelkonzept für das System gefunden worden (siehe Quelle [Combrinck, 2010]). Dieses Verfahren konzentriert sich auf ein lineares Mehrgrößensystem mit schneller Dynamik sowie einer Minimierung der Regelfläche.

Themenvorschlag und Zielsetzung

Laut der Literaturquelle [Petzold, 2006] kann die Auslegung des Zustandsreglers für den aktiven magnetischen Rundtisch im simpelsten Fall durch die Polzuweisung, den Riccati-Entwurf oder den H_∞ -Entwurf erfolgen. Dieses Prinzip ist universell einsetzbar, aber parallel zur erfolgreichen Anwendung wurden auch die Schwäche des Konzeptes bemerkbar, da ein bisher verwendeter Zustandsregler ein fester Regler ist und nur relativ kleine Änderung in der Übertragungsfunktion ausgleichen kann. Insgesamt zeigt sich heute eine Möglichkeit der adaptiven Zustandsregelung kombiniert mit dem Soft Computing und der Systemidentifikation. Ziel ist es, einen dynamischen Zustandsregler zur Behandlung von starken Veränderungen in der Übertragungsfunktion der Regelstrecke sowie einer Variation der Arbeitspunkte zu ermöglichen und in Versuchen (siehe Abschnitt 6.5) mit dem bestehenden Regelkonzept der Anlagen zu vergleichen.

Das Magnetlager besitzt das prinzipielle Problem, dass eine Schwingungsanregung von den Maschinenkomponenten möglich ist. Um den Rotor an einer Soll-Position zu halten, muss die Magnetspule seinen Strom jedoch zeitlich verändern. Zur Erfüllung dieser Aufgabe lässt sich die Stabilität des Systems durch die weiteren Ziele (z. B. die Robustheit und Regelgüte) ergänzen.

Die in den Magnetlagern eingesetzte Regelungsstruktur besteht sehr oft aus der Kaskaden-Lageregelung mit einer unterlagerten Stromregelung. Für die Erhöhung der Zuverlässigkeit der Magnetlager im praktischen Einsatz orientiert sich die verwendete Regelung möglichst an einer modellbasierten optimalen Zustandsregelung. In diesem Abschnitt werden die Möglichkeiten zur Lageregelung vorgestellt, die auf Basis eines Prototyps der Magnetlager erstellt werden.

5.3 Zustandsregelung

5.3.1 Überblick zur Zustangsregelung

5.3.1.1 Grundlage der Zustandsregelung

Geregelte technische Systeme und Prozesse müssen zur Erfüllung ihrer Aufgaben die definierten Zustände und Zustandsänderungen erfassen. In Quelle [Herrmann, 2008] ist erfasst:

„die Angleichung des tatsächlichen Systemzustands an den gewünschten Systemzustand sowie die Beibehaltung gegen den Einfluss von Störungen die Aufgaben der Regelungstechnik sind. Um das gewünschte dynamische Verhalten zu erreichen, bestimmt das Regelsystem aus den vorliegenden Modellen und Messsignalen die benötigten Steuersignale und greift während der Betriebszeit mit künstlich erzeugten Signalen korrigierend in das reale System ein.“

Mathematisch wie regelungstechnisch elegant formalisierbar sind zeitinvariante Systeme, deren Übertragungsfunktion unabhängig von der Zeit sind. Die am häufigsten in Literatur behandelte Klasse sind daher die linearen zeitinvarianten Systeme, die erfahrungsgemäß auch einen Teil der nicht linearen, zeit-varianten Systeme gut abbilden.

Steuerbarkeit

In diesem Abschnitt werden Kriterien der Steuerbarkeit definiert, unter welchen das lineare zeitdiskrete System aus einem Anfangszustand in einem Endzustand mit einer geeigneten Steuerfunktion überführt werden kann [Tietjen, 2012]. Für das lineare System heißt ein Zustand $\bar{X}(k+1)$ steuerbar zu einem Zustand $\bar{X}(k)$ zum Zeitpunkt k , falls eine Steuerung \bar{U} existiert.

Laut Quelle [Märtens, 1999] besteht das Ziel einer Regelung darin:

„das zu beeinflussende System in endlicher Zeit durch geeignete Wahl der Steuermatrix \bar{U} aus dem Anfangszustand in einem gewünschten Endzustand zu überführen. Ist dies möglich, nennt man das System steuerbar. Sind die einzelnen Komponenten des Zustandsvektors vom Steuervektor nicht beeinflussbar, so ist das System nicht zustandssteuerbar.“

In Matrixschreibweise ist dies gewährleistet, wenn die Matrix der Steuerbarkeit \bar{Q}_s Höchststrang besitzt:

$$\text{rank}[\bar{Q}_s] = \text{rank}[\bar{B} \quad \bar{A} \cdot \bar{B} \quad \dots \quad \bar{A}^{n-1} \cdot \bar{B}] = n \quad (5.1)$$

Steuerbarkeitsanalyse

Um zu prüfen, ob diese Systeme für die Steuerungsaufgabe geeignet sind, wird eine Analyse der Steuerbarkeit entsprechend dem Vorgehen durch die Überprüfung des

Rangs der Matrix der Steuerbarkeit durchgeführt. Für das in Gleichung (4.15) und (4.16) dargestellte System gilt die Matrix der Steuerbarkeit:

$$\text{rank}[\bar{Q}_s] = \text{rank} \begin{bmatrix} \bar{B}^* & \bar{A}^* \cdot \bar{B}^* & \dots & (\bar{A}^*)^{n-1} \cdot \bar{B}^* \end{bmatrix} = 20, \text{ mit } n = 20 \quad (5.2)$$

Die Rangprüfung der Matrix der Steuerbarkeit ergibt, dass das vollständige System für die Steuerungsaufgabe geeignet sind.

Neben der im oberen Abschnitt erfolgten qualitativen Prüfung der Steuerbarkeit des linearisierten Systems, ist es auch von Interesse, wie gut ein nicht lineares System mit den jeweiligen Kennparametern um verschiedenem Arbeitspunkt steuerbar ist. Um diese Frage zu erklären, lässt sich das Thema im Abschnitt 6 detaillieren.

5.3.1.2 Regelmöglichkeit und Gütekriterien

Aus der Beschreibung der Regelsysteme im Zeit- oder Frequenzbereich ergeben sich verschiedene Möglichkeiten der Regler-Synthese. Laut Quelle [Herrmann, 2008] im Zustandsmodell haben sich vor allem die vollständigen Zustandsrückführungen mit Zustandsbeobachter bewährt, die bei hinreichend genauen Modelle eine unmittelbare Stabilisierung der instabilen Regelstrecken gestatten. Zur Bestimmung der Regler-Konfiguration dienen Verfahren der Polvorgabe oder Optimierungsmethode.

In Systeme mit Nichtlinearität, Modellunsicherheit und Störung sind die Konzepte der robusten Regelung vorteilhaft. Die oben genannte Quelle zeigt, dass bei rekonstruierbaren externen Störungen Störgrößenaufschaltungen hilfreich sein können. Für nichtlineare Regelstrecken laut der oben genannten Literaturstelle stehen z. B. die Arbeitspunkt-Linearisierung, *Feedback*-Linearisierung, das *Sliding-Mode-Control*, der Ljapunov-Regler, adaptive Regler zur Verfügung. Gemeinhin ist das Feld der nichtlinearen Regelkonzepte aufgrund der vielfältigen Natur der nichtlinearen Effekte sehr viel breiter.

Die häufig genutzte Methode zum Reglerentwurf durch entweder Polvorgabe oder optimalen Regler als Entwurfsverfahren ist die Bestimmung der Reglerparameter durch Minimierung eines Gütekriteriums. Dieses Verfahren ist unter Begriff eines optimalen Reglerentwurfs. Es ist zu beobachten, dass die aktive Lageregelung aller mechanischen Systeme bei Anwendung entsprechender Optimierungskriterien auf ein Tiefpassverhalten führt. Laut Quelle [Ruskowski, 2004] stellt die Polkonfiguration des Riccati-Ansatzes dabei eine spezielle Tiefpassdynamik dar. Laut Quelle [Holzhüter, 2009] hat die Auslegung eines Zustandsreglers über Polvorgabe den Nachteil, dass die Wirkung der Wahl der Pole auf Stell- und Regelgrößen nur schwer zu überblicken ist. Eine Alternative bietet die Auslegung des Zustandsreglers über die Minimierung eines *Performance*-Kriteriums. Wird die quadratische Regelfläche als Gütekriterium für die Optimierung der Reglerparameter herangezogen, so ist das Ergebnis ein Minimum der Fehlerquadrate. Bei einer Optimierung nur anhand ISE (*integral of squared error*):

$$\text{ISE} = \int_0^{\infty} E_{\text{Regel}}(t)^2 dt \quad (5.3)$$

kann der Entwurfalgorithmus Stellgrößen fordern, die so groß sind, dass sie vom Stellglied nicht realisiert werden können. Für diesen Fall wird in Quelle [Lemke, 2001] die Regelfläche daher um einen zweiten Term ergänzt:

$$\text{ISE} = \int \left[E_{\text{Regel}}(t)^2 + \frac{1}{k} \cdot \Delta u_{\text{Regel}}(t)^2 \right] dt \quad (5.4)$$

$$\forall \Delta u_{\text{Regel}}(t) = u_{\text{Regel}}(t) - u_{\text{Regel}}(t-1)$$

Der zweite Term soll die vom Regler geforderten Änderung der Stellgröße und die Stabilität des Regelkreises gewährleisten. Durch die Wahl von k kann hier ein Kompromiss zwischen einer schnellen Regelung und einer akzeptablen Stellgröße gefunden werden.

Laut der Darstellung in Quelle [Herrmann, 2008] werden die Anforderungen an die Regelqualität häufig mit den Begriffen, z. B. Schnelligkeit, Bandbreite, Dämpfung, zulässige Überschwingung oder Genauigkeit formuliert. Selbiges erfolgt unter Beachtung der Zuverlässigkeit, sodass sich die Zielstellungen, sog. Stabilität, Robustheit, Nachfahr-güte, Ruhegüte, Geräuschlosigkeit, Einfachheit unter dem Schlagwort Robustheit formulieren lassen. Insbesondere wird man einen Kompromiss in der Stabilität, Dynamik und Geräuschlosigkeit finden müssen, wobei die Stabilisierung der instabilen Strecke von oberster Priorität ist.

Aufgrund der räumlichen Anordnung der Aktoren stellt die Regelung einer Magnet-lagerung mit fünf Freiheitsgraden ein gekoppeltes Mehrgrößenproblem dar. Der Entwurf eines optimalen Reglers für die gesamte Strecke ist zwar prinzipiell durchführbar, resultiert jedoch aufgrund der Parametervariation und –unsicherheit der Prozesse im Reglerentwurf mit schlechter Anpassung, siehe die Ergebnisse der Versuche im Abschnitt 6.5.3. Besser geeignet ist ein Ansatz einer adaptiven Regelung, um so die Regler-parameter zeitlich nach aktuellen Systemzustand zu adaptieren. Ziel ist letztlich eine optimale Regelung für zeit-variante Systeme. Eine automatische Adaption der Regler-parameter wird durch ein Expertensystem auf Basis der neuronalen Netze und der Systemidentifikation abgeschlossen.

5.3.2 Zustandsraumdarstellung für Reglerentwurf

Der Prototyp des Magnetlagersystems führt zu einer Kopplung der fünf Achsen. Bevor mit der Modellbildung und der Regler-Auslegung begonnen werden kann, müssen die Achsen mit Koordinatensystem der Streckeneingang und -ausgang entkoppelt werden (siehe Abb.5.5).

Mit den Gleichungen vom Abschnitt 2.3.2 werden die einzelnen Komponenten der kontinuierlichen Regelstrecke, inklusive der Rotordynamik und Aktoren, dabei betrachtet. Durch deren Zusammenfassung erhält man die reduzierte zeitkontinuierliche Zustandsgleichung:

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}_{15 \times 15} \cdot \bar{X}(t) + \bar{B}_{15 \times 5} \cdot \bar{U}(t) \quad (5.5)$$

$$\bar{Y}(t) = \bar{H}_{5 \times 15} \cdot \bar{X}(t) \quad (5.6)$$

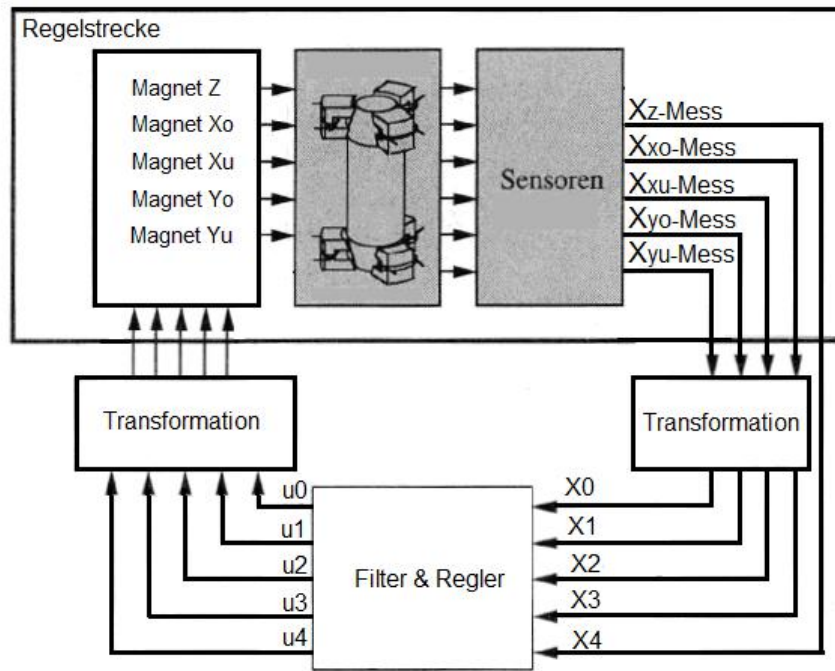


Abb.5.5: Darstellung der Regelung eines Prototyps

Bei Verfügbarkeit der entsprechenden Regelstruktur können mit diesem Modell prinzipiell drei miteinander unabhängige Regelkreise für die Magnetlagerung realisiert werden. Die diskrete Zustandsbeschreibung für Erstellung der Zustandsregelung wurde abgeleitet. Die Zustandsdarstellung der axialen Richtung lautet:

$$\bar{X}_Z(k+1) = \bar{A}_Z \cdot \bar{X}_Z(k) + \bar{B}_Z \cdot \bar{U}_Z(k) \quad (5.7)$$

mit Zustandsmatrix $\bar{X}_Z = [x_Z \quad v_Z \quad i_{u-Z}]^T$.

Die Systemmatrix befindet sich in Anh.5.1. Die Zustandsdarstellung der Radialrichtung XZ und YZ lautet:

$$\bar{X}_{XZ}(k+1) = \bar{A}_{XZ} \cdot \bar{X}_{XZ}(k) + \bar{B}_{XZ} \cdot \bar{U}_{XZ}(k) \quad (5.8)$$

$$\bar{X}_{YZ}(k+1) = \bar{A}_{YZ} \cdot \bar{X}_{YZ}(k) + \bar{B}_{YZ} \cdot \bar{U}_{YZ}(k) \quad (5.9)$$

mit Zustandsmatrizen:

$$\bar{X}_{XZ} = [x_X \quad v_X \quad \varphi_{XZ} \quad \omega_{XZ} \quad i_{u-Xo} \quad i_{u-Xu}]^T$$

$$\bar{X}_{YZ} = [x_Y \quad v_Y \quad \varphi_{YZ} \quad \omega_{YZ} \quad i_{u-Yo} \quad i_{u-Yu}]^T$$

Die Detaillierung der Systemmatrizen befinden sich in Anh.5.1.

5.3.3 Entwurf des Zustandsreglers

Methode des Entwurfs eines Zustandsreglers

In Quelle [Viggiano, 1992] für die elektromagnetisch gelagerten Systeme spricht man von der dezentralen Regelung, wenn jede Positionsmessung unabhängig von den übrigen Positionsmessungen ist und jede Regelgröße eine Messung zugeordnet wird. Im Gegensatz dazu spricht man von zentraler Regelung, wenn die Positionsmessungen zur Bestimmung der Steuersignale miteinander kombiniert werden. Mit den zentralen Regelungen lassen sich gegenüber dezentralen Regelungen komplexe und im Sinne der vorgegebenen Güterkriterien optimale Regelungen entwerfen. Da ein Kalman-Filter zur Verfügung steht, stellt die Verwendung eines Zustandsreglers als die optimale Regelung eine wesentlich bessere Wahl dar.

Zur Bestimmung der Zustandsrückführung \bar{K}_U wird oftmals ebenfalls ein optimaler Ansatz herangezogen. Bei dem nicht direkt Polstellen, sondern Gewichtungsfaktoren vorgegeben werden müssen. Für hier ein in oben genannten Gleichungen beschriebenes System minimiert der Entwurf nach Riccati-Funktion in Quelle [Bühler, 1997] beispielsweise das Kostenfunktional:

$$J = \int_0^{\infty} (\bar{Y}^T(t) \cdot \bar{Q}_{LQR} \cdot \bar{Y}(t) + \bar{U}^T(t) \cdot \bar{R}_{LQR} \cdot \bar{U}(t)) dt \quad (5.10)$$

Für diskretes System gilt:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\bar{Y}^T(k) \cdot \bar{Q}_{LQR} \cdot \bar{Y}(k) + \bar{U}^T(k) \cdot \bar{R}_{LQR} \cdot \bar{U}(k)) \quad (5.11)$$

In welchem die Ausgangsmatrix \bar{Y} und die Steuergröße \bar{U} quadratisch mit entsprechenden Gewichtungsmatrizen \bar{Q}_{LQR} und \bar{R}_{LQR} aufintegriert werden. Laut der Literaturstellen [Ruskowski, 2004] und [Bühler, 1997] aus der Lösung \bar{P}_{LQR} der Matrix-Riccati-Algebra-Gleichung:

$$\bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} + \bar{A}^T \cdot \bar{P}_{LQR} - \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{B} \cdot \bar{R}_{LQR}^{-1} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} + \bar{H}^T \cdot \bar{Q}_{LQR} \cdot \bar{H} = 0 \quad (5.12)$$

und der Matrix-Riccati-Algebra-Gleichung für diskretes System:

$$\bar{A}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} - \bar{A}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{B} \cdot (\bar{R}_{LQR} + \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{B})^{-1} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} + \bar{H}^T \cdot \bar{Q}_{LQR} \cdot \bar{H} = \bar{P}_{LQR} \quad (5.13)$$

folgen die optimale Rückführermatrix \bar{K}_U , die Steuergröße \bar{U}^{optimal} und die Folgefunktion \bar{G}_Y unmittelbar zu:

$$\bar{U}^{\text{optimal}}(t) = \bar{K}_U \cdot \bar{X}(t) + \bar{G}_Y = -\bar{R}_{LQR}^{-1} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{X}(t) + \bar{G}_Y \quad (5.14)$$

mit $\bar{G}_Y = \bar{R}_{LQR}^{-1} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{g}(t)$ und $\bar{g}(t) = (\bar{P}_{LQR} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{R}_{LQR}^{-1} \cdot \bar{B}^{-1} - \bar{A}^T)^{-1} \cdot \bar{H}^T \cdot \bar{Q}_{LQR} \cdot \bar{Y}_{\text{soll}}$

Für diskretes System gilt:

$$\bar{U}^{\text{optimal}}(k) = \bar{K}_U \cdot \bar{X}(k) = (\bar{R}_{LQR} + \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{B})^{-1} \cdot \bar{B}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} \cdot \bar{X}(k) \quad (5.15)$$

Es zeigt sich in Quelle [Ruskowski, 2004] allerdings, dass die Wahl der Gewichte wiederum im Prinzip willkürlich ist. Die positiven semidefiniten Matrizen \bar{Q}_{LQR} und \bar{R}_{LQR} werden dazu nur auf ihrer Diagonalen mit den während des Entwurfsprozesses zu variierenden Gewichtungsfaktoren besetzt.

Darstellung des Zustandsreglers

Die über den Riccati-Entwurf gefundene Rückführungsmatrix in dieser Anwendung kann in der diskreten Form:

$$\bar{K}_U = [k_{U-x} \quad k_{U-v} \quad k_{U-\varphi} \quad k_{U-\omega} \quad k_{U-i}] \quad (5.16)$$

mit der positionsabhängigen Verstärkung k_{U-x} , geschwindigkeitsabhängigen Verstärkung k_{U-v} , Winkelposition-abhängigen Verstärkung $k_{U-\varphi}$, Drehgeschwindigkeit-abhängigen Verstärkung $k_{U-\omega}$ und stromabhängigen Verstärkung k_{U-i} partitioniert werden, woraus die äquivalente PD-Struktur des Reglers sowie die Rückführungsverstärkung der Stellgröße ist. Mithin ist das Konzept der Steuergröße aus gewichteter Zustandsrückführung dargestellt.

$$\bar{U} = \bar{K}_U \cdot \bar{X} = [k_{U-x} \quad k_{U-v} \quad k_{U-\varphi} \quad k_{U-\omega} \quad k_{U-i}] \cdot \begin{bmatrix} x \\ v \\ \varphi \\ \omega \\ i_u \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Gegeben ist ein im Abschnitt 6.2 dargestelltes System. Zur Stabilisierung des Systems wird ein Zustandsregler mit dem oben genannten Konzept verwendet.

Mit Berücksichtigung der Rechenleistung und der Steuerbarkeit wird die reduzierte Dimension der Zustandsmatrix herangezogen. Mithilfe der gewichteten Rückkopplung der Position, Geschwindigkeit und Stellstrom lässt sich die Steuergröße für die axiale Richtung Z erstellen.

$$\bar{U}_Z = \bar{K}_{U-Z} \cdot \bar{X}_Z = \begin{bmatrix} k_{U-x-Z} & k_{U-v-Z} & k_{U-i-Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_Z \\ v_Z \\ i_{U-Z} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Die Steuergrößen der vier radialen Lager werden als die gewichtete Rückkopplung der Position, Geschwindigkeit, Drehwinkel und Winkelgeschwindigkeit angenommen. Für die radiale Richtung XZ lautet die Steuergröße:

$$\bar{U}_{XZ} = \bar{K}_{U-XZ} \cdot \bar{X}_{XZ} = \begin{bmatrix} k_{U-x-XZ0} & k_{U-v-XZ0} & k_{U-\varphi-XZ0} & k_{U-\omega-XZ0} \\ k_{U-x-XZu} & k_{U-v-XZu} & k_{U-\varphi-XZu} & k_{U-\omega-XZu} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_X \\ v_X \\ \varphi_{XZ} \\ \omega_{XZ} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Für die radiale Richtung YZ lautet die Steuergröße:

$$\bar{U}_{YZ} = \bar{K}_{U-YZ} \cdot \bar{X}_{YZ} = \begin{bmatrix} k_{U-x-YZ0} & k_{U-v-YZ0} & k_{U-\varphi-YZ0} & k_{U-\omega-YZ0} \\ k_{U-x-YZu} & k_{U-v-YZu} & k_{U-\varphi-YZu} & k_{U-\omega-YZu} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_Y \\ v_Y \\ \varphi_{YZ} \\ \omega_{YZ} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Das primäre Regelziel in der Einhaltung einer Sollposition bzw. Soll-Winkelabweichung besteht. Für die variierenden Parameter in der Matrizen der Zustandsverstärkung werden die Adaptionsmöglichkeit der Reglerparameter anhand der Systemidentifikation verwendet.

Einführung der Integration

Da die Regelung neben der stochastischen Störung auch eine dauerhafte Belastung sowie Störung sicherstellen soll, ist die Führungsmatrix im Regelgesetz zu ergänzen. Dafür bietet sich laut der Quelle [Herrmann, 2008] ein I-Anteil (sog. Integration) an, der aufgrund der Regeldifferenz E_{Regel} eine Steuergröße zur Zustandsrückführung addiert. Das Integral der Regeldifferenz

$$IE_{\text{Regel}} = \int E_{\text{Regel}}(t) dt \quad (5.21)$$

lässt sich in der Zustandsgleichung integrieren und daher die Integration gemeinsam mit der Rückführungsmatrix bestimmen:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{X}} \\ IE_{\text{Regel}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{X}} \\ E_{\text{Regel}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ -\bar{H} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X} \\ IE_{\text{Regel}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \bar{U} + \begin{bmatrix} 0 \\ y_{\text{soll}} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Y} \\ IE_{\text{Regel}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H} & 0 \\ 0 & \bar{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{X} \\ IE_{\text{Regel}} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Für vorliegendes System minimiert der Entwurf nach Riccati-Gesetz das Kostenfunktional mit Berücksichtigung der Regelabweichung:

$$J = \int_0^{\infty} \left(\bar{Y}^T \quad IE_{\text{Regel}}^T \right) \cdot \bar{Q}_{\text{LQR}} \cdot \begin{pmatrix} \bar{Y} \\ IE_{\text{Regel}} \end{pmatrix} + \bar{U}^T \cdot \bar{R}_{\text{LQR}} \cdot \bar{U} \, dt \quad (5.24)$$

Um diese Stabilität der in Regelung erwähnten Ziele zu stellen, wird auf das System die Regelabweichung beschrieben als:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} IE_{\text{Regel}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t E_{\text{Regel}}(t) dt = 0 \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} E_{\text{Regel}}(t) = 0 \quad (5.25)$$

Die komplette Steuergröße hat die Struktur als:

$$\bar{U}^{\text{optimal}} = -\bar{K}_U \cdot \bar{X} + \bar{G}_Y - \bar{K}_E \cdot IE_{\text{Regel}} \quad (5.26)$$

Die Stabilität der Regelstrecke wird vorausgesetzt und die Steuerbarkeit der Regelstrecke wurde schon im Abschnitt 5.3.1.1 nachgewiesen, sodass die Reglerparameter mit der Formel von Riccati-Gleichung bestimmbar sind.

5.3.4 Analyse der Stabilität

Die Quelle [Herrmann, 2008] zeigt, dass die Stabilität die wichtigste aller Anforderungen an ein Regelsystem ist. Es lassen sich abhängig von der Art der äußeren Einflüsse auf ein System die unterschiedlichen scharfen Definitionen angeben, z. B. die Ein- und Ausgangsstabilität, Nullzustandsstabilität im Sinne von Ljapunov-Theorie, interne Stabilität.

Analyse der Stabilität nach Eigenwerte

Ein System mit der Übertragungsfunktion ist stabil, wenn alle Eigenwerte λ_i der Systemmatrix \bar{A} der Bedingung genügen bzw. wenn alle Pole der Übertragungsfunktion links der imaginären Achse der komplexen Ebene liegen: $\text{Re } \lambda_i(\bar{A}) < 0$.

Analyse der Stabilität nach Ljapunov-Theorie

Der Begriff „Stabilität“ wird in Quelle [Puls, 2001] wie Folgendes beschrieben:

„Eine Lösung einer Differenzialgleichung, beschrieben durch eine Trajektorie $\bar{X}(t)$, ist stabil, wenn jede andere Lösung, die in der Nähe von $\bar{X}(t)$ beginnt, für alle Zeit in der Nähe von $\bar{X}(t)$ bleibt.“

Um die Methode von Ljapunov-Theorie anwenden zu können, wird eine zeitinvariante gewöhnliche Differenzialgleichung benötigt:

$$\dot{\bar{X}}(t) = f(\bar{X}(t), \bar{U}(t), t); \bar{X} \in \mathbb{R}^n; \bar{U} \in \mathbb{R}^m \quad (5.27)$$

mit der n. dimensionalen Zustandsmatrix $\bar{X}(t)$ und m. dimensionalen Eingangsgröße $\bar{U}(t)$. Alle Systeme, aber vor allem die nicht linearen, können bezüglich der Stabilitätsbedingung mit der direkten Methode von Ljapunov-Theorie untersucht werden.

Definition der Stabilität nach Ljapunov-Theorie in Quelle [Herrmann, 2008] lautet:

„Nach Nullzustandsstabilität im Sinne von Ljapunov, kehrt der Systemzustand vom Anfangszustand $\|\bar{X}_0\| < \delta$ in den stabilen Gleichgewichtszustand $\|\bar{X}(t) - \bar{X}_{\text{soll}}\| < \varepsilon$ zurück.“

Die Quelle [Puls, 2001] stellt die Ljapunov-Theorie dar:

„Es sei $\bar{X}(\bar{X}_0, t)$ eine Lösung des gewöhnlichen Systems und Konstantes ε des Arbeitspunkts. Dann heißt die Lösung $\bar{X}(\bar{X}_0, t)$ Ljapunov stabil, wenn es zu jeder reellen Zahl $\varepsilon > 0$ eine andere reelle Zahl $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$ gibt, sodass gilt:

$$\forall \bar{X}_0 : \|\bar{X}_0 - \bar{X}_{\text{soll}}\| < \delta \Rightarrow \|\bar{X}(\bar{X}_0, t) - \bar{X}_{\text{soll}}\| < \varepsilon, \forall t \geq 0 \quad (5.28)$$

Die Lösung $\bar{X}(\bar{X}_0, t)$ heißt lokal asymptotisch stabil, wenn zusätzlich der Grenzwert:

$$\lim \|\bar{X}(\bar{X}_0, t) - \bar{X}_{\text{soll}}\| = 0 \quad (5.29)$$

gegeben ist. Um die Stabilität eines Systems in Ruhelage nachzuweisen, wird die direkte Methode von Ljapunov-Theorie verwendet. Das Grundprinzip dieser Methode liegt in der Annahme, dass eine stabile Ruhelage dadurch gekennzeichnet sein muss, dass die zeitliche Änderung der Gesamtenergie des Systems in der Umgebung der Ruhelage nie positive wird. Es ist nötig, eine Funktion zu finden, die das Energieniveau des Systems darstellt.“

In Quelle [Puls, 2001] werden die Methoden vorgestellt, mit denen es möglich ist, geeignete Ljapunov-Funktionen zu finden. Eine wichtige Klasse positiv definiter Ljapunov-Funktionen hat die quadratische Form mit definiter hermitischer Matrix \bar{Q}_{LQR} und Ljapunov-Gleichung:

$$\bar{A}^T \cdot \bar{P}_{LQR} + \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} = -\bar{Q}_{LQR} \quad (5.30)$$

$$V(\bar{X}(t)) = \bar{X}^T(t) \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{X}(t) \quad (5.31)$$

Für diskretes System gilt hermitische Matrix \bar{Q}_{LQR} und Ljapunov-Gleichung:

$$\bar{A}^T \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{A} - \bar{P}_{LQR} = -\bar{Q}_{LQR} \quad (5.32)$$

$$V(\bar{X}(k)) = \bar{X}^T(k) \cdot \bar{P}_{LQR} \cdot \bar{X}(k) \quad (5.33)$$

wobei \bar{P}_{LQR} eine symmetrische Matrix sei. Für diese skalare Funktion $V(\bar{X})$ muss gezeigt werden:

$$V(\bar{X}) > 0, \forall \bar{X} \neq 0 \quad (5.34)$$

$$V(\bar{X}) = 0, \forall \bar{X} = 0 \quad (5.35)$$

$$\dot{V}(\bar{X}) \leq 0 \quad (5.36)$$

In oben genannter Quelle hat die Ljapunov-Theorie gezeigt, dass diese Energiebetrachtung verallgemeinert wird und für nicht lineare dynamische Systeme angewendet werden kann. Dabei ist die physikalische Bedeutung der Energiefunktion $V(\bar{X})$ untergeordnet. Ziel ist es, eine generalistische Energiefunktion zu finden, die die genannten Bedingungen erfüllt. Sobald eine Funktion $V(\bar{X})$ gefunden worden ist, ist die Stabilität des Systems nachgewiesen. Die Ljapunov-Analyse eines in Gleichung von (5.16) bis (5.20) dargestellten Zustandsreglers für das in Gleichung von (2.84) bis (2.87) genannte System um verschiedenen Arbeitspunkten befindet sich im Abschnitt 6.4.3.

Stabilisierbarkeit

In diesem Abschnitt wird der Begriff der Stabilisierbarkeit eingeführt, der als eine Variante der Steuerbarkeit interpretiert werden kann. Ein lineares System heißt stabilisierbar, wenn es zu jedem $\bar{X}_0 \in R^n$, eine Steuerfunktion $\bar{U}(t)$ gibt, für die die Bedingung

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(x_0, t) = 0$$

erfüllt ist. Es liegt die Steuerfunktion \bar{K}_U als linear anzunehmen, d. h. die Steuerung ist durch die Multiplikation des Zustands \bar{X} mit einer Matrix $\bar{K}_U \in R^{m \times n}$ definiert, also:

$$\bar{U}(t) = -\bar{K}_U \cdot \bar{X}(t) \quad (5.37)$$

Einsetzen dieser Steuerung in das System ergibt

$$\dot{\bar{X}}(t) = (\bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{K}_U) \cdot \bar{X}(t) \quad (5.38)$$

Für diskretes System gilt:

$$\bar{X}(k+1) = (\bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{K}_U) \cdot \bar{X}(k) \quad (5.39)$$

Dieses System wird auch als geschlossener Regelkreis bezeichnet. Untersucht werden also die Stabilitätseigenschaften des geschlossenen Systems mit der Matrix $(\bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{K}_U)$.

Laut Quelle [Tietjen, 2012] ist ein lineares System genau dann stabilisierbar, wenn ein

$\bar{K} \in R^{m \times n}$ existiert, sodass das System asymptotisch stabil ist. Die ausführliche Stabilisierbarkeitsanalyse der Arbeitspunkte von diesem System lässt sich im Abschnitt 6.4.3 finden.

5.4 Adaptive Regler der aktiven Magnetlager

5.4.1 Überblick des Einsatzes

Die Regelung sollte gegenüber Modellfehlern bzw. Abweichung des Streckengliedes robust sein. Insbesondere galt es, für das Modell mit Berücksichtigung der Nichtlinearität und Unsicherheit, die Stabilität zu gewährleisten. Die Regelung muss so ausgelegt werden, dass der Rotor im ganzen Bereich der Luftspalt, Spulenströmen, Drehzahl, Temperatur usw. stabil schwebt. Da die Prozesseffekte das Übertragungsverhalten der Strecke nachhaltig verändern können, muss der Regler dagegen sehr anpassend sein. Es werden die Möglichkeit der Adaption der Regelung in diesem Abschnitt betrachtet.

Laut Quelle [Lemke, 2001] ist die Verwendung eines adaptiven Reglers immer dann angebracht, wenn die Regelstrecke sich zeitlich ändernden Streckenparametern unterworfen ist. Diese können sich ändern, wenn das System in verschiedenen Arbeitspunkten betrieben wird oder wenn sich während eines ablaufenden Prozesses die Eigenschaften der Regelstrecke zeitlich ändern. Laut Quelle [Lemke, 2001] und [Kindermann, 2002] ist die Voraussetzung der adaptiven Regelung das Erkennen der Regelstrecke. Ein daran angepasster Regler ist dann in der Lage, die reale Regelstrecke zu regeln. Prinzipiell gibt es für die Konstruktion eines adaptiven Systems zwei Herangehensweisen, sog. direkte und indirekte Adaption. Laut der Darstellung der direkten adaptiven Regelung in Quelle [Lemke, 2001] wird eine Regelstrecke in mehreren bekannten Arbeitspunkten betrieben, wobei für jeden Arbeitspunkt die optimalen Reglerparameter bekannt sind. Bei der indirekten adaptiven Regelung wird die Systemidentifikation der Regelstrecke durchgeführt und der Reglerparameter optimal an das Modell der Regelstrecke angepasst. Dabei wird angenommen, dass das Modell exakt mit dem Prozess übereinstimmt. Für dieses Konzept sind keine weitere Vorkenntnisse über das Verhalten der Regelstrecke nötig.

Bei der Regler-Adaption dieser Aufgabe sind anhand eines Expertensystems die zustandsgemäßen Reglerparameter zu ziehen. Die Gesamtheit der einzelnen Systemzustände, sog. Rotorposition x_{Rotor} und Steuerstrom i_u , bildet eine Zustandsklasse. Die Aufgabe besteht darin, jede Zustandsklasse die anpassenden Reglerparameter zuzuordnen. Das Ziel ist eine optimale Regelung beim aktuellen Arbeitspunkt zu erreichen. Zu dessen Lösung ist ein wissensbasiertes Verfahren unter Einsatz der Fuzzylogik anwendbar.

Die erstellte Wissensbasis enthält die Information über Voraussetzung-Schlussfolgerungs-Beziehungen. Die Zustandsklassen sind die Voraussetzungen und die Parameter des optimalen Reglers sind die Schlussfolgerungen. Dieses Wissen lässt sich in Form von Fuzzylogik darstellen. Heuristisches Wissen wird dabei in der Form:

Wenn < die Zustandsgröße i_u ist in Klasse „m“ >
Und < die Zustandsgröße x_{Rotor} ist in Klasse „n“ >,
Dann < die Reglerparameter sind in Klasse „k“ >

verarbeitet. Die Schlussfolgerung enthält die Reglerparameter aus der Riccati-Funktion für die Arbeitspunkte. Die Verkettung dieser Regeln stellt dann die kausale Abhängigkeit dar. Dann bietet sich bei der Bildung der Expertensysteme der Einsatz von Soft Computing an. Laut der Darstellung in Anh.1.2 wird daher ein regelbasiertes Verfahren unter Einsatz der RBFN in Abb.5.6 als am bestens geeignet ausgewählt.

5.4.2 Direkte Regler-Adaption gegen Nichtlinearität

Bei veränderten Streckenparameter könnte aus Grund der Nichtlinearität ein direkt adaptiver Regler zu einem instabilen Verhalten des geschlossenen Regelkreises führen.

Zustandsregelung mittels Fuzzylogik

Dabei lässt sich die Glockenkurve G_i als Erfüllungsgrad jeder Regel ansehen. Die Regelgröße ist so zu parametrieren, dass sich für jeden Arbeitspunkt die anpassenden Zustandsgleichungen ergeben und aus Defuzzifizierung sich die gewichtete Ausgabe des gesamten Fuzzy-Systems als die Steuergröße des gesamten Systems ergibt, wie in Tbl.5.1 gezeigt wurde.

Eine Aufstellung der Zugehörigkeitsgrade μ_i erfolgt eine Gauß-Funktion G_i und gilt:

$$G_i(\bar{S}) = G(\bar{S} |_{i_u \sim [m], x_{\text{Rotor}} \sim [n]}) = e^{-\frac{(i_u(k) - i_u \sim [m])^2 + (x_{\text{Rotor}}(k) - x_{\text{Rotor}} \sim [n])^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (5.40)$$

Die defuzzifizierte Steuergröße lautet:

$$\bar{U}^*(k) = \frac{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S}) \cdot [\bar{K}_{U \sim [i]} \cdot \bar{X}(k)]}{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S})}, \forall \bar{K}_{U \sim [i]} = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad \dots \quad k_{U-n}]_{\sim [i]} \quad (5.41)$$

Aus Fuzzylogik lautet die Reglerparameter:

$$\bar{K}_U^* = \frac{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S}) \cdot [\bar{K}_{U \sim [i]}]}{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S})}, \forall \bar{K}_U^* = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad \dots \quad k_{U-n}]^* \quad (5.42)$$

Für den geschlossenen Regelkreis gilt die Systemgleichung:

$$\bar{X}(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S}) \cdot [(\bar{A}_{\sim [i]} - \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{K}_U^*) \cdot \bar{X}(k)]}{\sum_{i=1}^{25} G_i(\bar{S})} \quad (5.43)$$

Bei der Erstellung werden die Stabilität und Stabilisierbarkeit der Arbeitspunkte mit Ljapunov-Theorie geprüft:

$$(\bar{A}_{\sim [i]} + \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{K}_{U \sim [i]})^T \cdot \bar{P}_{\text{LQR}} + \bar{P}_{\text{LQR}} \cdot (\bar{A}_{\sim [i]} + \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{K}_{U \sim [i]}) = -\bar{Q}_{\text{LQR}}, \forall 1 \leq i \leq 25 \quad (5.44)$$

Für diskretes System gilt die Gleichung für Stabilitätsuntersuchung:

$$(\bar{A}_{\sim [i]} + \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{K}_{U \sim [i]})^T \cdot \bar{P}_{\text{LQR}} \cdot (\bar{A}_{\sim [i]} + \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{K}_{U \sim [i]}) = -\bar{Q}_{\text{LQR}}, \forall 1 \leq i \leq 25 \quad (5.45)$$

Das System ist global asymptotisch stabil, wenn ein positiv definite Matrix \bar{P}_{LQR} besteht, für Detail siehe Abschnitt 6.4.3.

TbI.5.1: Darstellung der Fuzzylogik der optimalen Regelung

Regel.Nr	Wenn	Dann
1:	Die Zustandsklasse ist in Klasse 1 mit der Zustandsmatrix $\bar{S} \mid (i_{U \sim [MM]} \quad x_{Rotor \sim [MM]})$	Die Zustandsgleichung lautet: $\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{\sim [1]} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\sim [1]} \cdot \bar{U}(k)$
		Die Zustandsrückkopplung lautet: $\bar{K}_{U \sim [1]} = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad \dots \quad k_{U-n}]_{\sim [1]}$
2:	Die Zustandsklasse ist in Klasse 2 mit dem Zustandsmatrix $\bar{S} \mid (i_{U \sim [M]} \quad x_{Rotor \sim [MM]})$	Die Zustandsgleichung lautet: $\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{\sim [2]} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\sim [2]} \cdot \bar{U}(k)$
		Die Zustandsrückkopplung lautet: $\bar{K}_{U \sim [2]} = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad \dots \quad k_{U-n}]_{\sim [2]}$
⋮	⋮	⋮
25:	Die Zustandsklasse ist in Klasse 25 mit dem Zustandsmatrix $\bar{S} \mid (i_{U \sim [PP]} \quad x_{Rotor \sim [PP]})$	Die Zustandsgleichung lautet: $\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{\sim [25]} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\sim [25]} \cdot \bar{U}(k)$
		Die Zustandsrückkopplung lautet: $\bar{K}_{U \sim [25]} = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad \dots \quad k_{U-n}]_{\sim [25]}$

Mit linguistischen Begriff \forall M-minus, N-normal, P-plus

Einführung des Expertensystems ins Radius-Basisfunktion-Netz

Als Expertensystem wird das RBFN ausgewählt. Sie sind so zu konstruieren, dass aus der Zustandsgleichung der Arbeitspunkte

$$\bar{X}(k+1) = \bar{A}_{\sim [i]} \cdot \bar{X}(k) + \bar{B}_{\sim [i]} \cdot \bar{U}(k) \quad (5.46)$$

ergeben sich die Reglerparameter $\bar{K}_{U \sim [i]}$ der optimalen Regelung als die Gewichtung, siehe Abb.5.6.

Bei der Erstellung der Fuzzy-Sets für jede Regel wird die gaußsche Radius-Basisfunktion genutzt. Die Bestimmung der Gauß-Breite wird anhand der Lernalgorithmen durchgeführt.

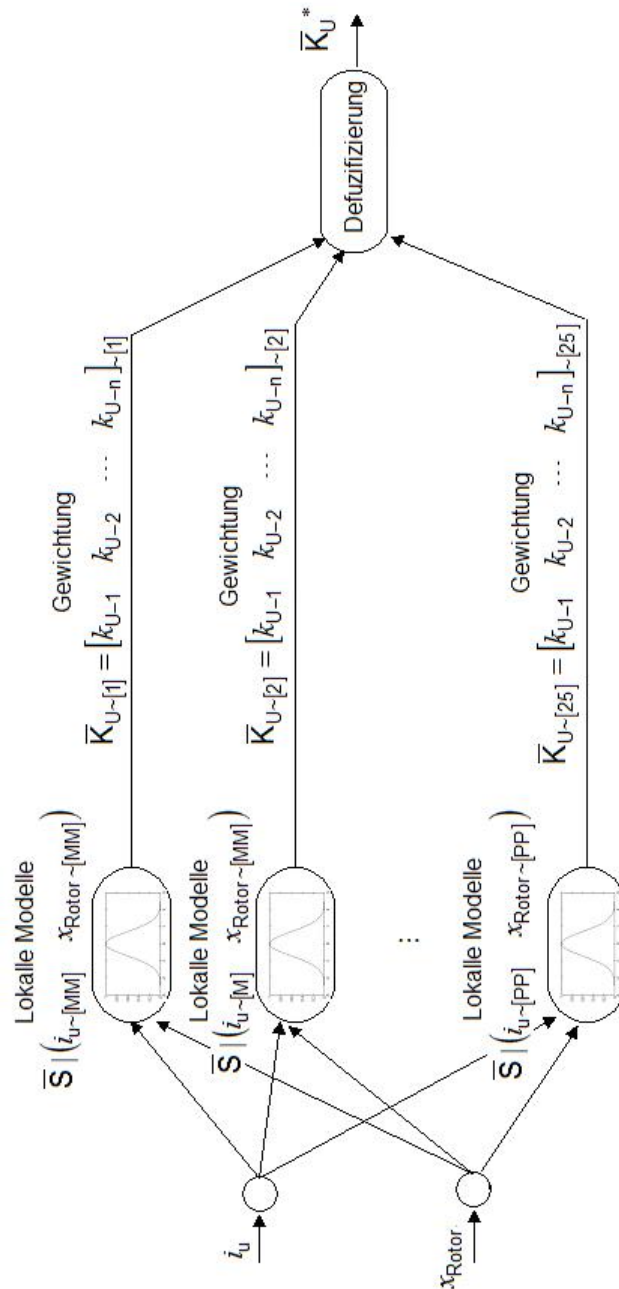


Abb.5.6: Expertensystem für adaptive Reglerparameter gegen Nichtlinearität

5.4.3 Indirekte Regler-Adaptation gegen Modellabweichung

In dieser Aufgabe könnte bei veränderten Streckenparameter ein indirekt adaptiver Regler zu einem instabilen Verhalten des geschlossenen Regelkreises führen. Im Lauf eines Prozesses treten die Abweichungen des Streckengliedes auf. Beim hier entwickelten Versuchsstand wird die Einführung des Reglers aus Fuzzylogik mit einem Adaptionalgorithmus gewählt.

Für die folgende Darstellung der Regler-Adaption fußt das Adaptionskonzept darauf, dass zu jedem Zeitpunkt ein physikalisches Prozessmodell als das globale Modell besteht. Darüber hinaus sind zu diesen Zeitpunkten die Zustandsgrößen für den vorangehenden Zeitschritt bekannt und können im Adaptionalgorithmus verwendet werden.

Auf Basis der Identifikation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten $k_{\text{Mag} \sim \text{adap}}$ in Abschnitt 3.1.4, der Parameter $k_{\text{ui} \sim \text{adap}}$ und $T_{\text{ui} \sim \text{adap}}$ der Leistungselektronik mittels Adaline-Netzes in Abschnitt 3.2.4 und des Verfahrens der Linearisierung für den Kraft-Strom-Koeffizienten $k_{\text{i} \sim \text{adap}}$ sowie Steifigkeitsparameter $k_{\text{s} \sim \text{adap}}$ in Abschnitt 3.1.5 ergibt sich die linearisierte Darstellung des Arbeitspunktes vom System. Die Systemmatrizen im sog. globalen Modell sind mit den variierenden Elementen in Partition dargestellt:

$$\bar{A}(k) = \left(\bar{A} \begin{array}{c} k_{\text{s}} + \Delta k_{\text{s}}(k) \\ T_{\text{ui}} + \Delta T_{\text{ui}}(k) \end{array} \right) \Rightarrow \left(\bar{A} \begin{array}{c} k_{\text{s} \sim \text{adap}} \\ T_{\text{ui} \sim \text{adap}} \end{array} \right) \quad (5.47)$$

$$\bar{B}(k) = \left(\bar{B} \begin{array}{c} k_{\text{i}} + \Delta k_{\text{i}}(k) \\ k_{\text{ui}} + \Delta k_{\text{ui}}(k) \\ T_{\text{ui}} + \Delta T_{\text{ui}}(k) \end{array} \right) \Rightarrow \left(\bar{B} \begin{array}{c} k_{\text{i} \sim \text{adap}} \\ k_{\text{ui} \sim \text{adap}} \\ T_{\text{ui} \sim \text{adap}} \end{array} \right) \quad (5.48)$$

Anhand der Riccati-Funktion lassen sich die optimalen Reglerparameter für die Arbeitspunkte in Tbl.5.1 erstellen. Die Entwicklung einer adaptiven Regelung resultiert in einer auf das RBFN basierte Fuzzylogik. Der Algorithmus gliedert sich in folgenden Schritte:

- (1) Identifikation des Streckenmodells (sog. globales Modell)
- (2) Linearisierung des Arbeitspunktes
- (3) Regler-Parametrierung mittels Riccati-Funktion für den Arbeitspunkt bzw. Integration der Reglerparameter in die Gewichtung des Netzes
- (4) Defuzzifizierung der Ausgabe der Logik-Regeln

5.4.4 Kombination der direkten und indirekten Regler-Adaption

In Abb.5.7 wird der Adaptionalgorithmus grafisch dargestellt. Parallel zur System-identifikation mittels des Adaline-Netzes werden die linearen Zustandsraumdarstellungen und die optimalen Reglerparameter für den Arbeitspunkt festgestellt. Die Adaption der Zustandsrückkopplung geht vom RBFN aus, in dem das Netzgewicht die optimalen Parameter für den Arbeitspunkt aus Riccati-Funktion bedeutet.

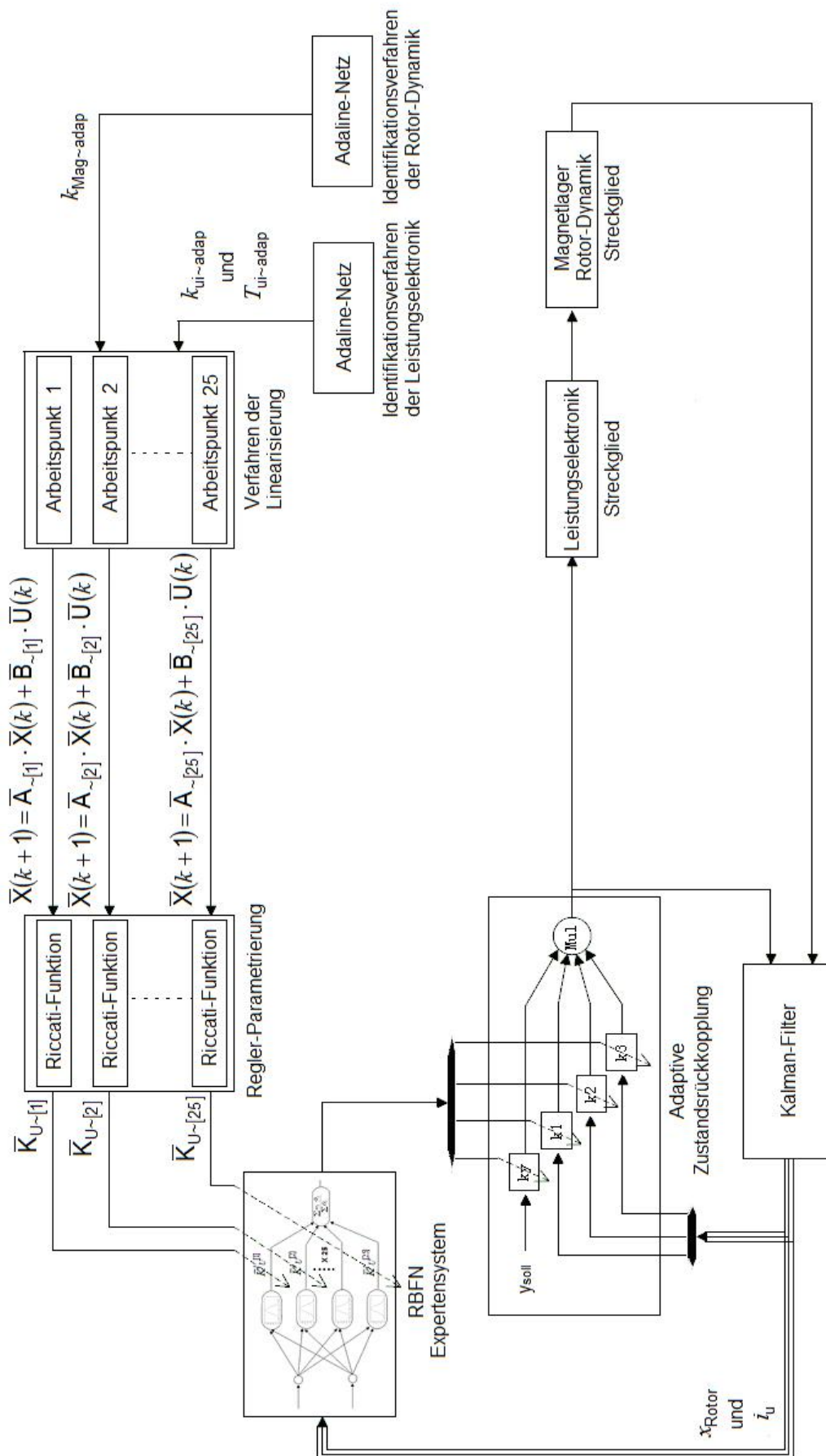


Abb.5.7: Die grafische Darstellung des adaptiven Fuzzylogik-Zustandsreglers

Die Realisierung des Expertensystems mit Nutzung eines RBFN lässt sich in Abb.5.8 darstellen. Das Gewicht der Netze, sog. die Reglerparameter für die Arbeitspunkte, wird als die Schlussfolgerung der Logik-Regel betrachtet und wird immer zeitlich adaptiert.

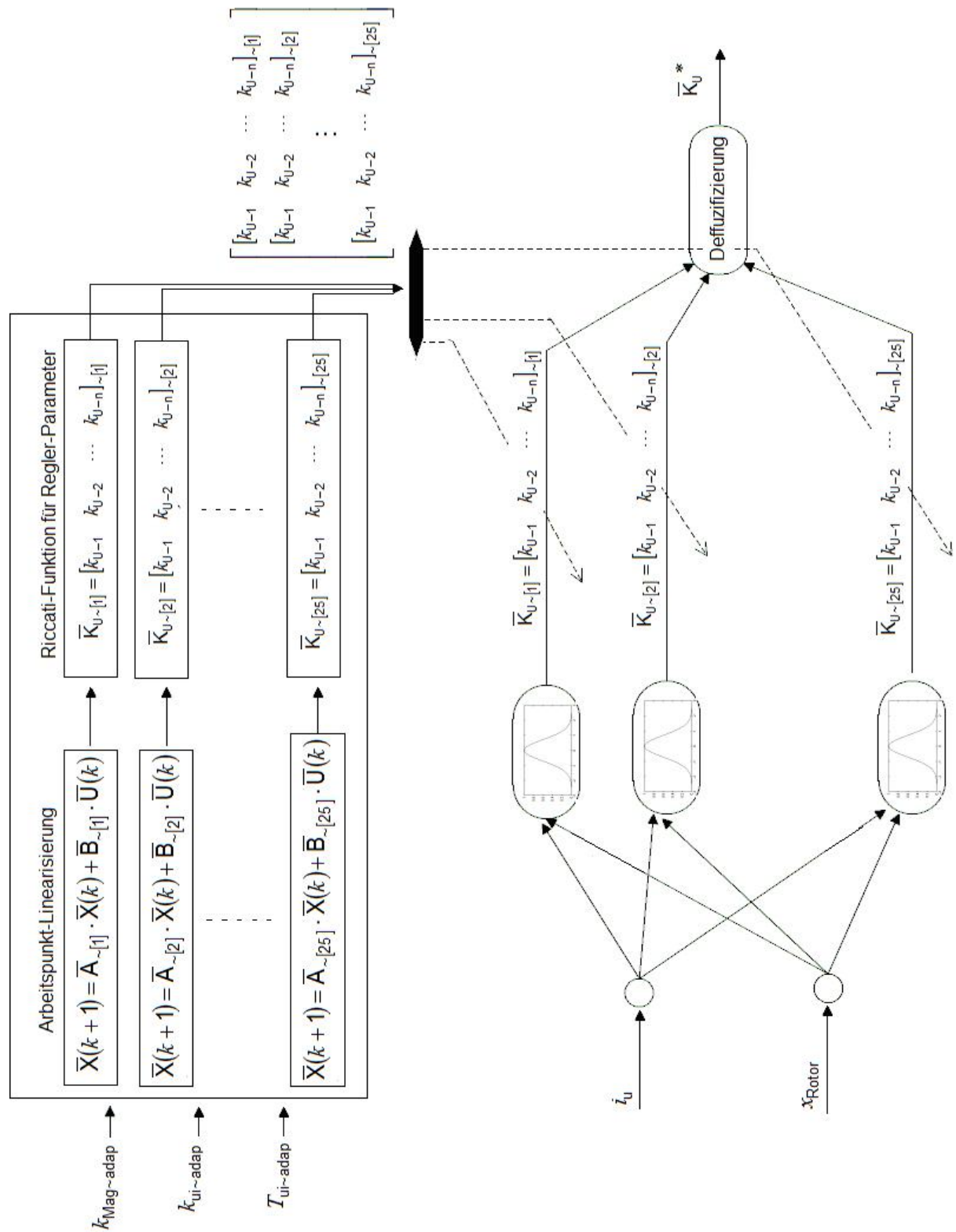


Abb.5.8: Adaptive Fuzzylogik mit RBFN als Expertensystem

Bei der Nutzung der traditionellen optimalen Regelung ist noch eine Begrenzung zu erwähnen, dass die Abweichung des Streckengliedes sich nicht in zu großem Bereich verändern darf, wenn die Reglerparameter nach ihrem linearen Zustand entworfen werden. Die Robustheit, Anpassungsfähigkeit des neuen Konzeptes werden in weiterem Experiment nachgewiesen. Damit vereinen sich die beiden ergänzenden, komplementären Konzepte der robusten und adaptiven Regelung.

5.5 Fazit

Dieses Kapitel behandelt ein neuartiges Konzept zur Positionsregelung eines aktiven Magnetlagers mit klassischer Struktur. Die Komponenten erfüllen nach Abschnitt 3 alle Anforderungen und sollen mit einer Regelung auch dynamisch leistungsfähig werden.

Als Grundlage der präsentierten Konzepte dient die Literaturrecherche der Regelungstechnik in Abschnitt 5.1, die sich unter dem Stichwort *fixed-control-design*, Robust-Regelung, adaptiver Regelung, SISO- und MIMO-Regelung zusammenfassen lassen. Sehr bedeutend für das vorgestellte neuartige Regelkonzept sind die Motivation und Zielsetzung zum Einsatzes einer adaptiven Regelung in Abschnitt 5.2. Wichtige Voraussetzung zur Positionsregelung ist die nachgewiesene vollständige Zustandssteuerbarkeit sowie die praktisch Stabilisierbarkeit der Regelstrecke durch Regler in Abschnitt 5.3.

Die Zustandsregelung ermöglicht die modellbasierte Stabilisierung eines Arbeitspunktes. Für den per Zustandsrückführung geregelten Kreis werden die aus der Riccati-Funktion berechneten Reglerparameter bezüglich mehrerer Arbeitspunkte eingestellt und in RBFN-Expertensystem gestattet (siehe direkte Regler-Adaption in Abschnitt 5.4.2). Bemerkenswert ist die Anpassung eines Reglers basierend auf einem globalen Modell, das durch Adaline-Modell in Abschnitt 3 identifiziert wird und mit RBFN-Expertensystem verknüpft ist (siehe indirekte Regler-Adaption in Abschnitt 5.4.3 und 5.4.4).

Insgesamt beweist die Zustandsregelung im Experiment die erhöhte Stabilität und zeichnet sich in Anfahren- bzw. Abfahren-Experiment in Abschnitt 6.5.2 aus. In Abschnitt 6.5.3 sind die variierenden Arbeitspunkte in Experiment berücksichtigt worden. Eine adaptive Regelung liefert verbesserte Stabilität bzw. fixierte Steifigkeit und Dämpfung gegenüber einem klassischen Regler. Die geforderte Ruhegüte des geregelten Magnetlager-Systems, d. h. seine Geräuschlosigkeit ohne unerwünschte Vibrationen, stellt ein Zustandsregler mit Kalman-Filter in radialer Positionierung in Abschnitt 6.5.4 sicher.

6 Experimentelle Umsetzung am Versuchsstand

6.1 Überblick

Ziel der Untersuchung war es, das mit Soft Computing erstellte Regelkonzept am Versuchsstand FLP 500 zu überführen (siehe Quelle [Hampel, 2003] und Abschnitt 6.2) und ihn nach Durchführung von Funktionsprüfungen in Betrieb zu setzen. Dabei waren die Filter- und Regelalgorithmen zum Versuchsstand anzupassen und vorzubereiten. Davon ausgehend wurden in einzelnen folgenden Arbeiten durchgeführt:

- Parametrierung des physikalischen Modells des FLP 500 mit Vorgabe eines Projektberichts „BMBF 15 NU 954“ in Quelle [Hampel, 2003]
- Realisierung der adaptiven Regel-, Filteralgorithmen und des Identifikationsverfahrens
- Studie auf die Versuchsdurchführung zum Einsatz von Magnetlagern
- Auswertung der Regelqualität sowie Regelkreisuntersuchungen bei Sprungantwort, Stör-, Umdrehung-Verhalten
- Experimentelle Untersuchung des Identifikationsverfahrens in Betriebsphase

Um die Vorteile des neuen Konzeptes für die Anwendung in realer Versuchsmaschine nachzuweisen, sind die experimentelle Realisierung des Konzeptes durchzuführen und die Systemstabilität magnetisch gelagerter Maschinen für Normalbetrieb und Störfall nachzuweisen. Zur Inbetriebnahme des Konzeptes wurden über mehreren Einzelversuchen durchgeführt. Aus den Erkenntnissen bei der Auswertung der einzelnen Versuchsetappen wurden weiterführende Auswertungen abgeleitet.

Die Anfahrexperimente (siehe Abschnitt 6.5.2), erfolgten mit dem Ziel, das Führungsverhalten der Lageregelung zu untersuchen, daraus eine optimierte schnelle Antwort des Versuchsstands abzuleiten und Schlussfolgerungen über die Leistungsfähigkeit des Konzeptes zu ziehen. Für die statischen Versuche, sog. Belastungsversuche in Abschnitt 6.5.3, wurden dann mehrere Kategorien gefahren. Der Reibkonus (siehe Abb.6.2) bildet die externen Lasten nach, wie sie in Betriebsphasen auf den Rotor wirken. Die dynamischen Versuche wurden im Laufe des Vorhabens für verschiedene Drehzahlen bereitgestellt. Für die dynamische Last im Umdrehung-Versuch entsprachen die Magnetkräfte die Unwucht-Belastung, die die hauptsächliche Störung eines rotierenden Elementes darstellte. Während der Versuche wurden die verschiedenen Drehzahlen durchgeführt (siehe Abschnitt 6.5.4). Es ist bei der Betrachtung von einer Minimierung der Lage-Auslenkung auszugehen. Das Betriebsverhalten der Anlage wird neben den Stör- und Unwuchteinflüsse zusätzlich vom Verhalten der Eigenschwingungen der gesamten Maschine bestimmt.

6.2 Experimentelle Ausstattung

Der gesamte Versuchsstand wurde mit folgenden Komponenten angesehen:

- Testbehälter mit Rotor und Asynchronmaschine
- Demontierte Fanglager
- Demontierte Kompensationsspule
- Frequenzumrichter
- Elektronikgeräte zur Regelung der Magnetlager
- Spannungstransformation (AC 380V / 25A – DC 160V / 60A)
- Unterverteilung und Kabel (Strom- und Spannungsversorgung, sowie Messkabel)

Die Dokumentation [Hampel, 2003] beinhaltet die Darstellung der in dieser Arbeit relevanten mechanischen, elektrischen und elektronischen Komponenten. Es wird eine Übersicht angegeben. Die Abb.6.1 und Abb.7.16 im Anh.6.1 zeigt die Gesamtanlage FLP 500. Die Funktionseinheiten werden in den entsprechenden Abschnitten ausführlich beschrieben. Für Detailinformationen wurde die oben genannte Dokumentation erstellt.

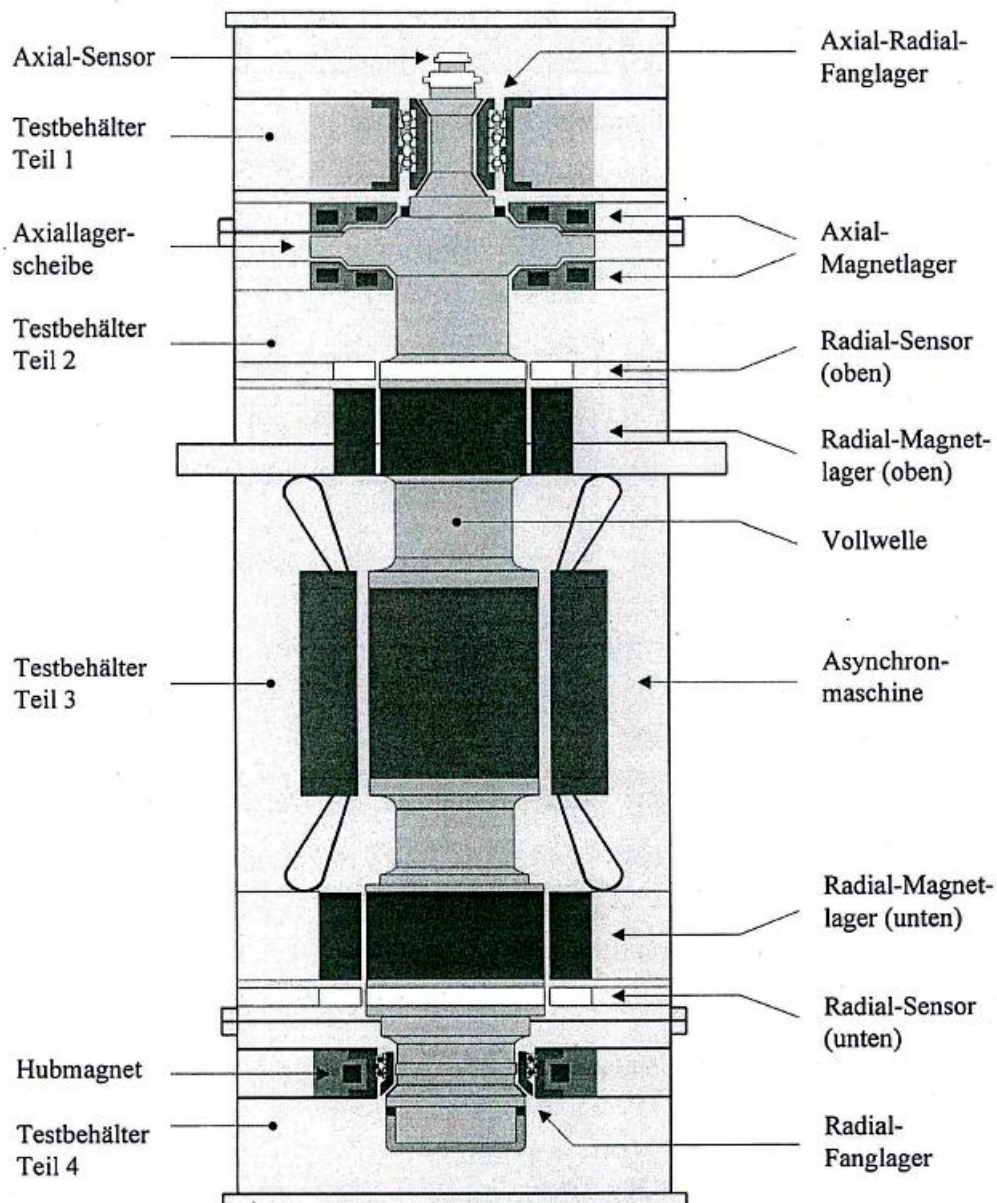


Abb.6.1: Komponenten des FLP 500 im Testbehälter
[Hampel, 2003]

Der Rotor ist als Vollwelle ausgeführt. Die Bestimmung der geometrischen Daten für den Rotor in Tbl.6.1 dient der Bereitstellung von Daten für die Simulationsmodelle zur Beschreibung der Rotordynamik.

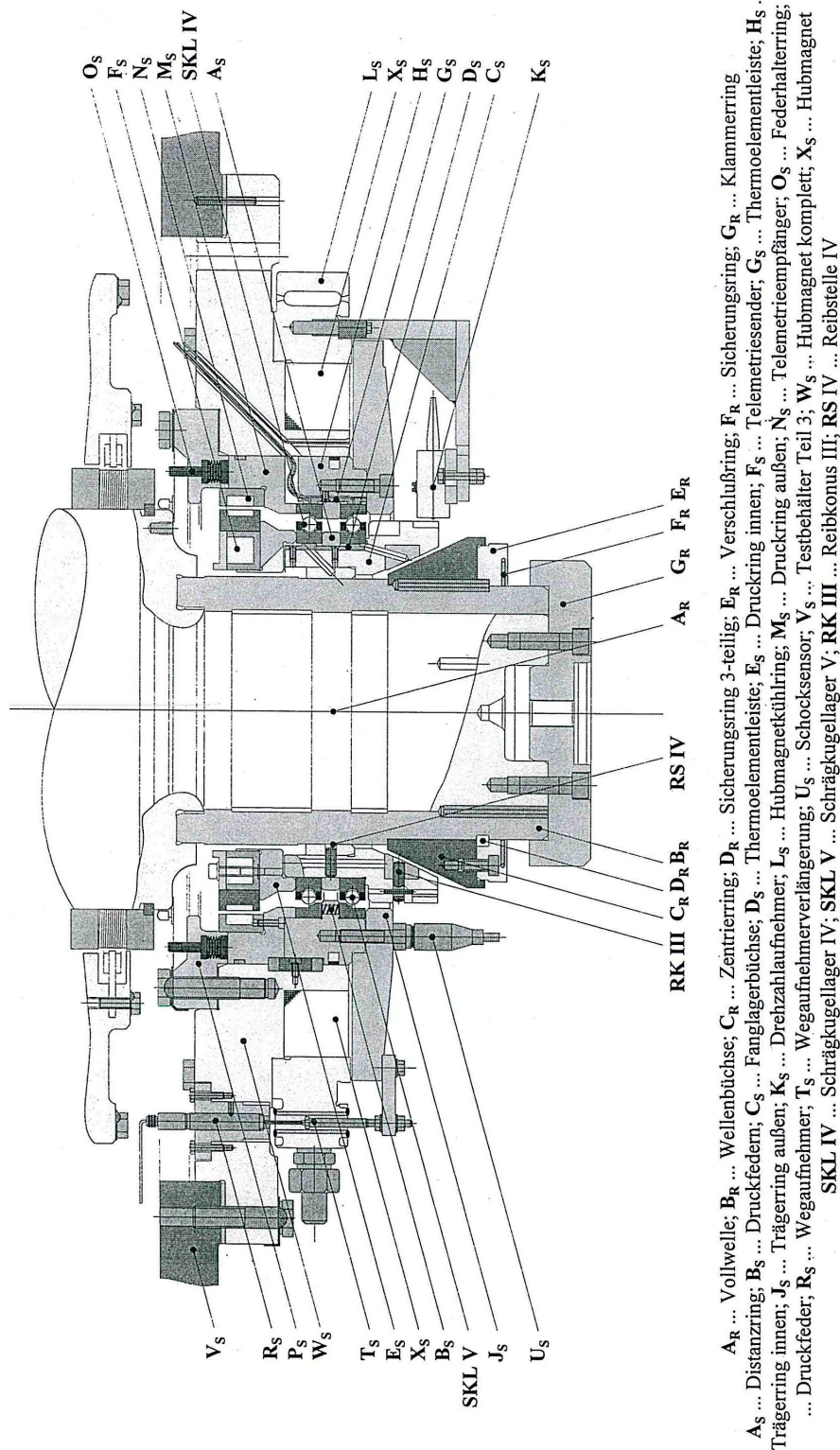


Abb.6.2: Illustration des radialen Fanglagers mit dem Reibkonus
[Hampel, 2003]

Laut oben genannter Quelle ist es die Aufgabe des radialen Fanglagers, die Bewegungen des unteren Wellenzapfens in X- und Y-Richtung zu begrenzen. Die untere Fanglagereinheit kann durch einen Hubmagneten Stator-seitig in Z-Richtung bewegt. Im Normalbetrieb der Magnetlager hält der Hubmagnet die gesamte radiale Fanglagereinheit in der

oberen Position. Der Rotor und das Fanglager berühren sich nicht. Wird die Spule des Hubmagneten stromlos, so drücken die Druckfedern die Lagereinheit nach unten und damit die Fanglagerbüchse (Stator-seitig) auf den Zentrierring (Rotor-seitig). Durch den Kontakt zwischen dem Reibkonus „RK III“ der Fanglagerbüchse und dem Zentrierring wird die Welle in eine definierte Lage gebracht. Durch die drehbar auf zwei Schrägkugellagern gelagerte Fanglagerbüchse ist das Auslaufen des Rotors im Fanglager garantiert. Die Reibstelle IV an der Fanglagerbüchse dient zur Begrenzung der radialen Bewegungen des Rotors, wenn sich die RK-Einheit noch in der oberen Position befindet. In Abb.6.2 ist der Aufbau des radialen Fanglagers dargestellt. Alle Erläuterungen beziehen sich auf diese Darstellung und die verwendete Indizierung in Quelle.

6.3 Parametrierung der physikalischen Modellierung

6.3.1 Übersicht der physikalischen Modellierung

Mit der Nachbildung des Verhaltens magnetisch gelagerter Maschinen in Modellen eröffnen sich die Möglichkeiten bei der Untersuchung und Auslegung von Regelkonzepten. So können bereits im Vorfeld wichtige Rückschlüsse vom Verhalten der Regelkonzepte auf das Verhalten des Gesamtsystems gezogen werden. Eine Systemmodellierung dient damit der Unterstützung der Einsatzvorbereitung.

Im Rahmen der Arbeit wurde das Rotormodell von „BMBF 15 NU 954“ erstellt. Das physikalische Modell des Streckengliedes beinhaltet die Komponente der Leistungselektronik, sog. Pulssteller, der Magnetspulen und der Sensorik. Die Parametrierung der Module erfolgte auf der Verifikation des Prozessmodells in oben genannter Quelle. In den nachfolgenden Abschnitten werden die Modelle, die Strukturen der Module und die Ergebnisse der Verifikation dargestellt.

6.3.2 Rotormodell

Grundlage für die Beschreibung des Rotormodells bildet das in Abschnitt 2.3 entwickelte allgemeine mathematische Modell eines vollständig berührungsfrei gelagerten Rotors. Bei einer freischwebenden Welle ergeben sich sechs Freiheitsgrade. Die Abb.6.3 verdeutlicht diese Zusammenhänge der Messebene und Lagerebene. Durch das Messsystem erfassbar sind nur die Abstände des Rotors von seiner Soll-Lage in X-, Y- und Z-Richtung auf die Messebenen. Sind die Sensoren nicht direkt im Lager untergebracht, ist eine Unterscheidung in Lager- und Messebene bzw. eine Transformation der Messgrößen x_{Mess} und Zustandsgrößen x_{Mag} erforderlich.

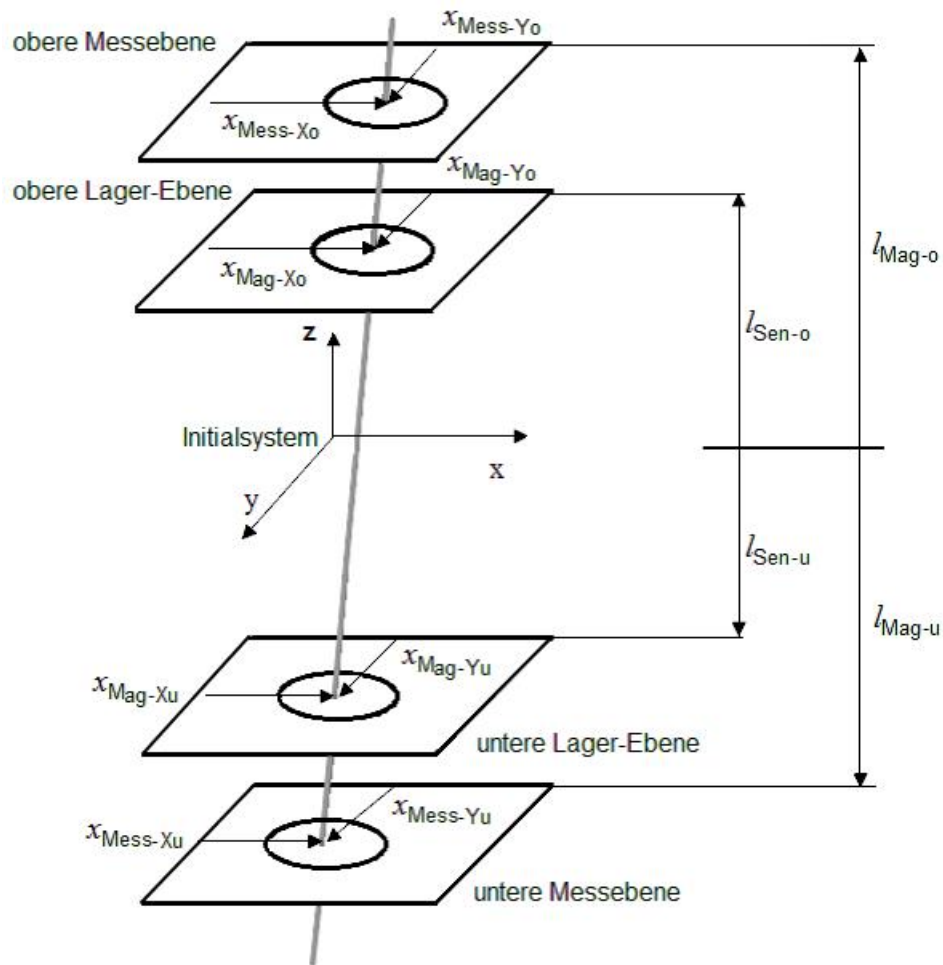


Abb.6.3: Transformation-Modell des Rotor-Systems mit Lager- und Messebenen
mit der Bedeutung der Symbole x_{Mess} als die gemessene Rotorposition auf Messebene,
 x_{Mag} als die Rotorposition im Magnetlager

Parameter	Bedeutung	Betrag
m_{Rotor}	Masse der Welle	1336,623 kg
$J_{\text{Rotor-XX}}$	Trägheitsmoment um Achse X	606,570 kg · m ²
$J_{\text{Rotor-YY}}$	Trägheitsmoment um Achse Y	
$J_{\text{Rotor-ZZ}}$	Trägheitsmoment für Rotation um Achse Z	23,346 kg · m ²
$J_{\text{Rotor-XZ}}$	Deviation-Moment bezüglich der XZ- Ebene	≈ 0 kg · m ²
$J_{\text{Rotor-YZ}}$	Deviation-Moment bezüglich der YZ- Ebene	≈ 0 kg · m ²
$l_{\text{Mag-o}}$	Abstand zwischen oberem Magnetlager und Rotor-Schwerpunkt	0,546 m
$l_{\text{Mag-u}}$	Abstand zwischen unterem Magnetlager und Rotor-Schwerpunkt	0,694 m
$l_{\text{Sen-o}}$	Abstand zwischen oberem Radialsensor und Rotor-Schwerpunkt	0,701 m
$l_{\text{Sen-u}}$	Abstand zwischen unterem Radialsensor und Rotor-Schwerpunkt	0,849 m
r_{Un}	Unwucht-Radius	0,001 m

Tbl.6.1: Geometrische Parameter des Versuchsstandes

Berechnung der axialen Magnetkraft

Die Kraftwirkung, die von den Lagerspulen auf den Rotor ausgeübt wird, ist ausgehend vom homogenen Magnetkreis in Abschnitt 2.2.1 beschrieben. Die relative Permeabilität der oben genannten Kraftwirkung lautet:

$$\mu_{rFe} = i_{Spule} \cdot \Delta\mu_r + \mu_{r0} \quad (6.1)$$

mit den in im Anh.6.2 aufgelisteten Parametern des Blechpaketes. Praktisch gesehen kann man feststellen, dass die Kraft nicht nur nicht linear abhängig vom Spulenstrom und Luftspaltbreite ist, sondern auch abhängig von Unsicherheit des Magnetflusses und der Permeabilität.

Physikalische Messung der axialen Magnetkraft

Für das schnell bewegende Maschinenelement in Betriebsphase gilt die in Abschnitt 2.2.2 dargestellte Gleichung nicht unbedingt in jeden Arbeitspunkt. Ein physikalisch gemessenes Kennfeld

$$F_{Mag} \sim (i_{Spule}, s_{Luft})$$

im statischen Zustand gilt für solches Problem, siehe von Abb.6.5 bis Abb.6.8. Das Kennfeld wird im Blockschaltbild in einen Block umgesetzt, der die Beziehung zwischen Magnetkraft, Strom und Luftspalt physikalisch plausible darstellt.

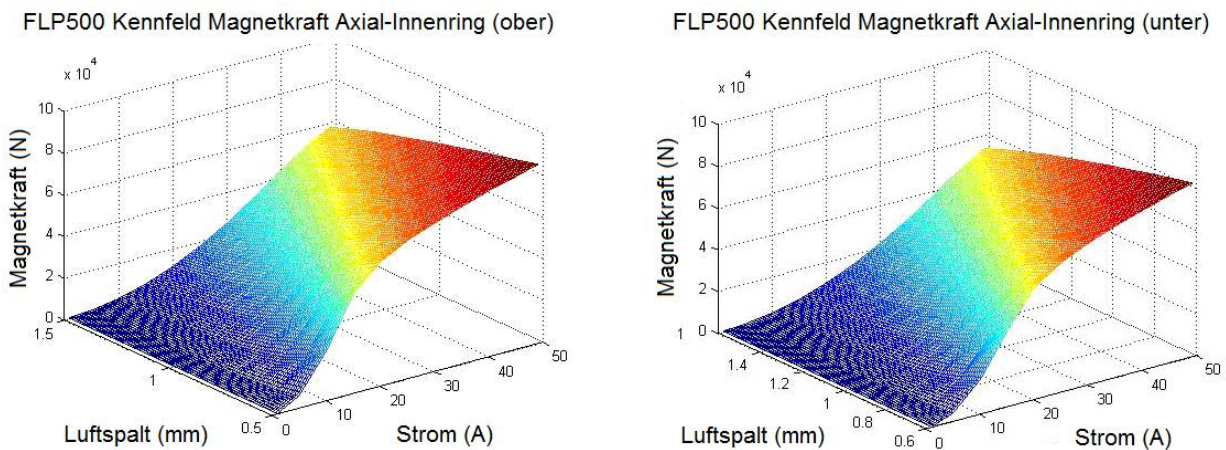


Abb.6.5: Das gemessene Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ des inneren Lagers (siehe Element B in Abb.6.4)

Dementsprechendes Kennfeld für den Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag}^e lautet:

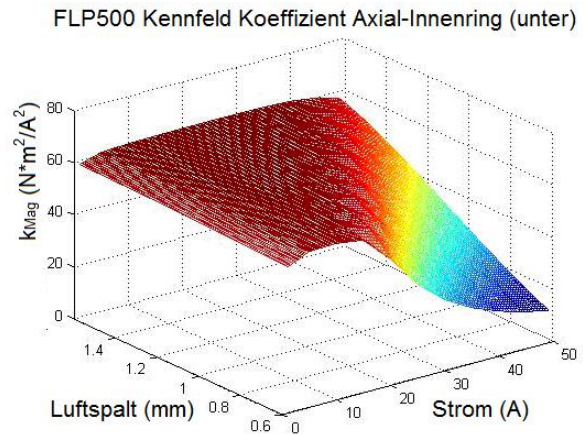
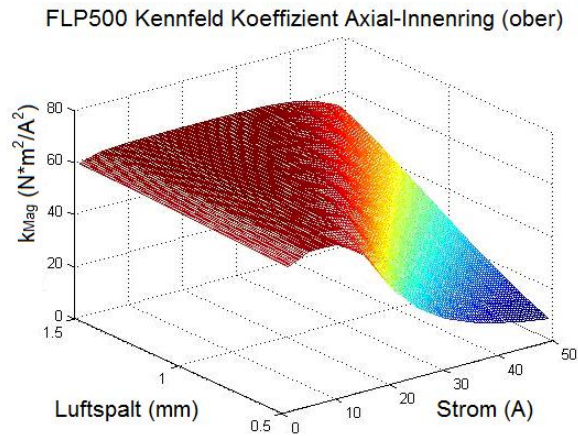


Abb.6.6: Das gemessene Kennfeld der Koeffizienten des inneren Lagers
(siehe Element B in Abb.6.4)

Das Kennfeld der Magnetkraft des äußeren Lagers lautet:

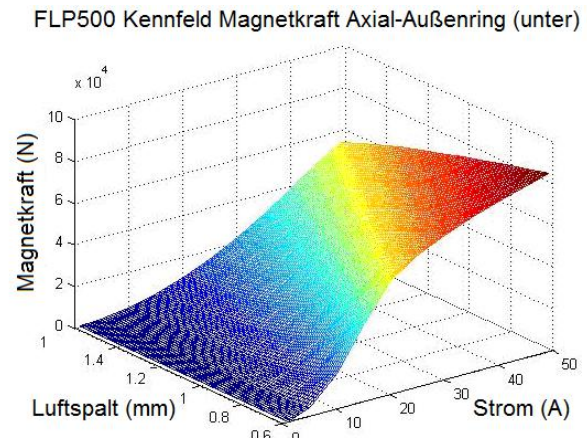
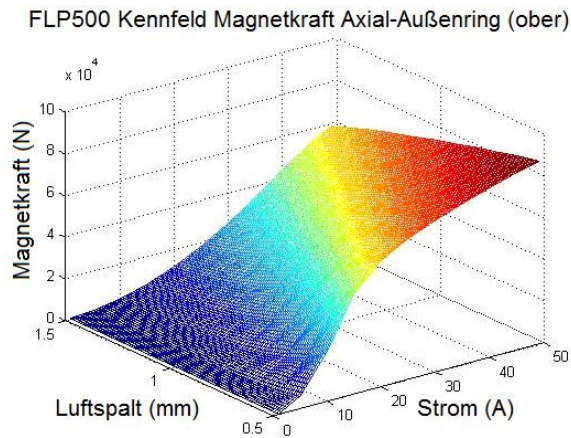


Abb.6.7: Das gemessene Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ des äußeren Lagers
(siehe Element A in Abb.6.4)

Dementsprechendes Kennfeld für Parameter k_{Mag}^e lautet:

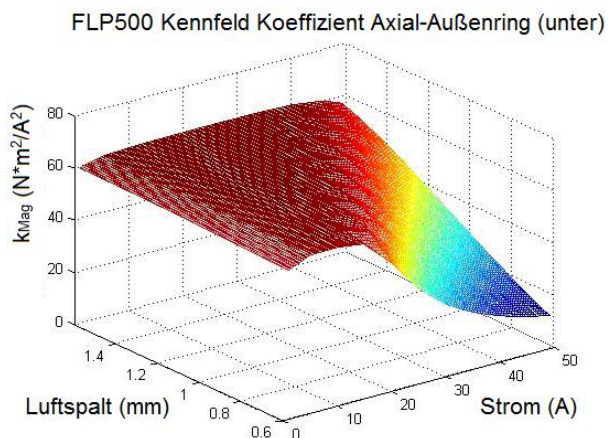
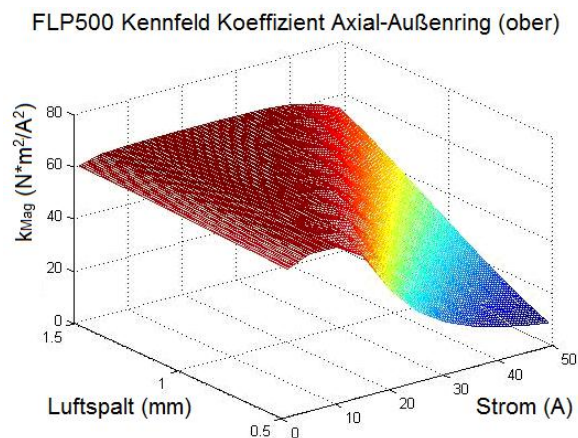


Abb.6.8: Das gemessene Kennfeld der Koeffizienten des äußeren Lagers
(siehe Element A in Abb.6.4)

6.3.3.2 Unteres radiales Magnetlager

Das untere radiale Magnetlager beeinflusst die Lage des Rotors bezüglich der V- und W-Achsen und fixiert diesen entsprechend den im Lagerregelkreis vorgegebenen Abständen zu den unteren Radialsensoren. Analog zum axialen Lager stellt sich entsprechend den Regler-Einstellungen im Normalbetrieb ein fester Luftspalt ein.

Aufbau und Auslegung

Im Anh.6.3 sind das untere radiale Lager statorseitig und der in unmittelbarer Nähe befindliche untere radiale Sensor dargestellt. Abb.6.9 zeigt die Anordnung der Magnetspulen des unteren radialen Lagers.

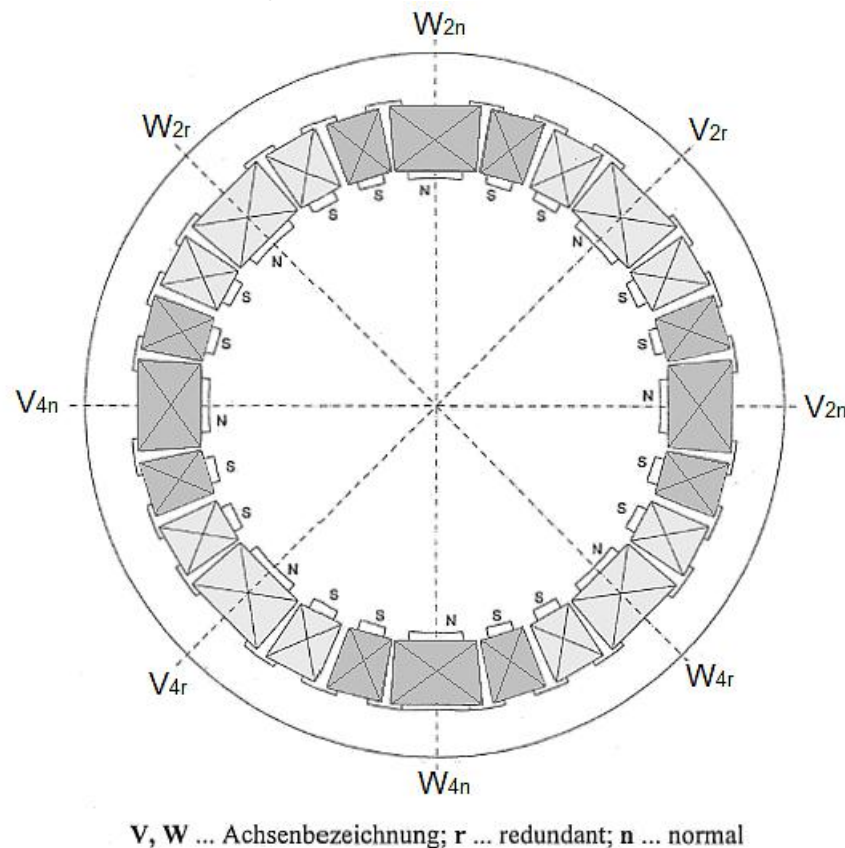


Abb.6.9: Unteres radiales Lager statorseitig
[Hampel, 2003]

In jeder Normalbewegungsachse sind 6 Spulen angeordnet (sowie je sechs Spulen pro Achse als Redundanz), von denen je 3 einen Lagermagneten bilden. Die S-Feldspulen befinden sich links und rechts neben den N-Feldspulen, was eine Aufteilung des Magnetfeldes auf zwei Magnetkreise und eine Verteilung der Magnetlagerkraft auf den Umfang des Stator zur Folge hat. Die Magnetkreise schließen sich über die Luftspalte und die auf der Welle angebrachten Rotorbleche. Die Anordnung der Redundanz-Lagerspulen ist identisch der Anordnung der Normallagerspulen und um 45° zu diesen versetzt.

Physikalische Messung der Magnetkraft des radialen Magnetlagers

Das Kennfeld wird im Blockschaltbild in einen Block umgesetzt, das die Beziehung zwischen Magnetkraft, Strom und Luftspalt physikalisch plausible darstellt, siehe Abb.6.10.

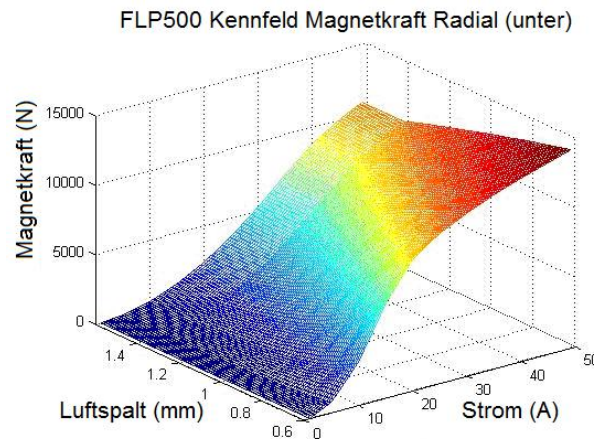


Abb.6.10: Kennfeld der Magnetkraft $F(i,s)$ aus physikalischer Messung

Dementsprechendes Kennfeld für den Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag}^e wird in Abb.6.11 dargestellt.

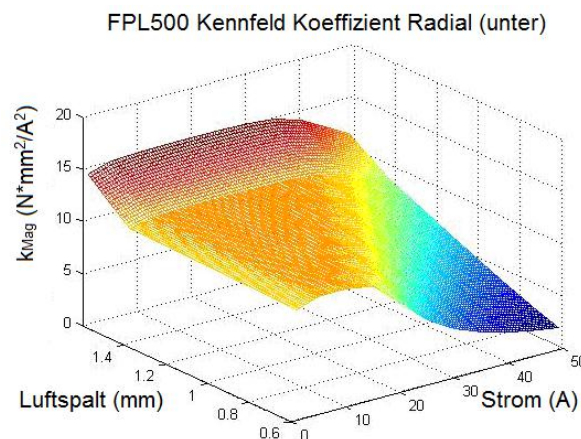


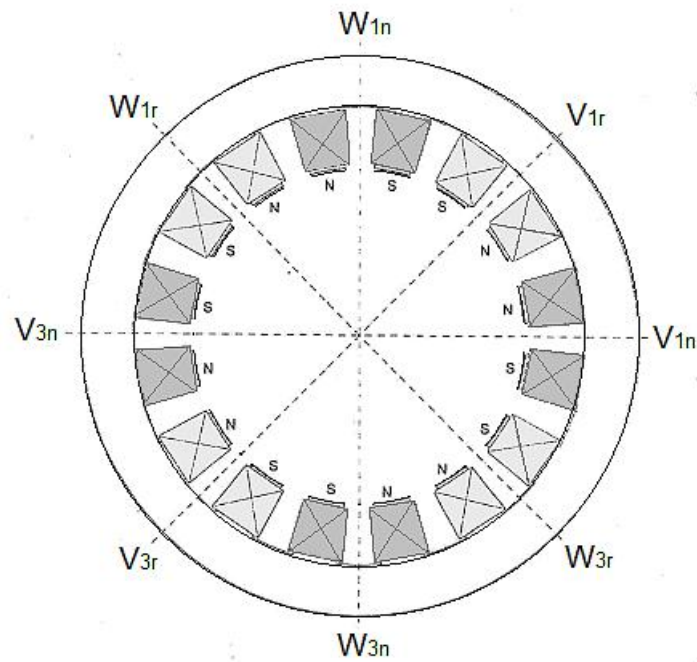
Abb.6.11: Kennfeld des Koeffizienten aus physikalischer Messung

6.3.3.3 Oberes radiales Magnetlager

Die Funktionsweise des oberen radialen Magnetlager ist analog dem unteren radialen Lager aufgebaut. Das obere Radiallager beeinflusst die Lage des Rotors bezüglich der V- und W-Achsen.

Aufbau und Auslegung

Im Anh.6.4 sind das obere radiale Lager statorseitig und die oberen radialen Sensoren dargestellt. Das obere radiale Lager besteht aus 4 Lagerspulen pro Bewegungsachse, wie Abb.6.12 verdeutlicht. Diese Anordnung der Polverteilung ergibt sich aus dem geringeren Wellendurchmesser. Somit bilden je eine N- und eine S-Feldspule einen Lagermagneten. Die Redundanz-Spulen sind ebenfalls um 45° zu den Normal-lagerspulen versetzt.



V, W ... Achsenbezeichnung; r ... redundant; n ... normal

Abb.6.12: Oberes radiales Lager statorseitig
[Hampel, 2003]

Physikalische Messung der Magnetkraft des oberen radialen Magnetlagers

Ein physikalisch gemessenes Kennfeld $F_{\text{Mag}} \sim (i_{\text{Spule}}, s_{\text{Luft}})$ gilt in diesem Fall. Das Kennfeld stellt die Beziehung zwischen Magnetkraft, Strom und Luftspalt physikalisch plausibel dar, siehe Abb.6.13.

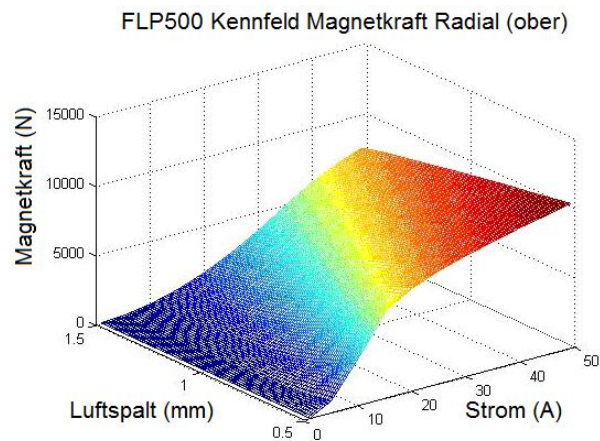


Abb.6.13: Kennfeld der Magnetkraft $F(i, s)$ aus physikalischer Messung

Das Dementsprechende Kennfeld für den Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag}^e wird in Abb.6.14 dargestellt:

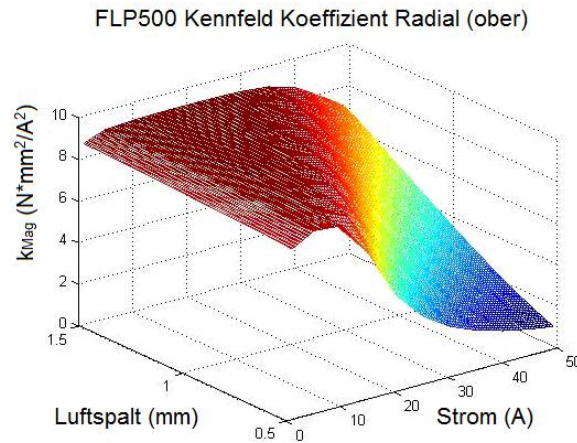


Abb.6.14: Kennfeld des Koeffizienten aus physikalischer Messung

6.3.4 Leistungselektronik

Die Steuergröße wird über einen Verstärker dem Stellglied zugeführt, welche über den Lagerstrom die Magnetkraft einstellt. Die Ausgangssignale der Reglerkarten werden auf den Doppelvorverstärkerkarten an die Charakteristik der Leistungsverstärker und der Magnetlager angepasst. Laut der Darstellung in Quelle im Wesentlichen erfüllt die Vorverstärkerkarte drei Funktionen:

- Signalsteilheit-Begrenzung
- Pulsbreitenmodulation der Regelsignale
- Überschreitungsschutz des Leistungsverstärkers

Am FLP 500 sind 12 Leistungsverstärker eingesetzt. In der Bezeichnung steht die 160 V-Gleichspannung und 50 A der maximale Strom. Die Abb.6.15 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines als Brückenschaltung ausgeführten Verstärkers.

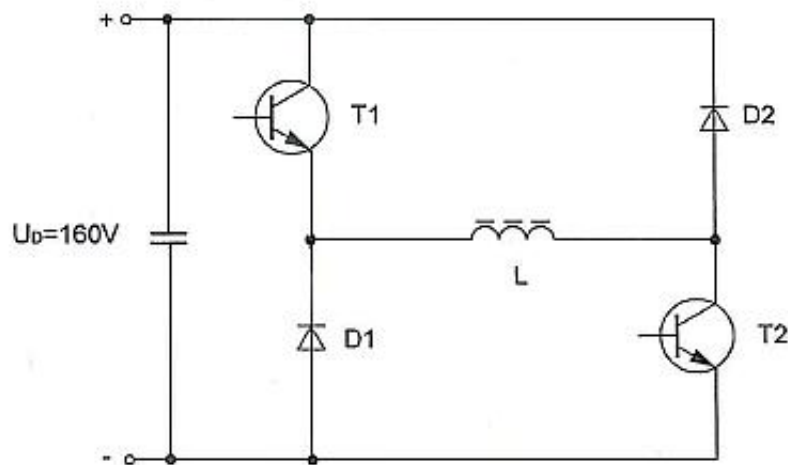


Abb.6.15: Prinzipieller Aufbau der eingesetzten Leistungsverstärker
[Hampel, 2003]

Die Ansteuerung der Lagerspulen mit Pulsstellern, siehe Abschnitt 2.2.3, lässt sich als Reihenschaltung aus Totzeitglied und Verstärker beschreiben, siehe Abb.6.16. Die Totzeit liegt dabei zwischen 0 und der vollen Pulsperiode. Als mittlere Totzeit wird die halbe Pulsperiodendauer angenommen. Die Totzeit beträgt:

$$T_{\text{Tot}} = \frac{1}{2} \cdot T_{\text{Puls}} = 29 \text{ } \mu\text{s} \quad (6.2)$$

in Übertragungsfunktion

$$G_{\text{Tot}}(s) = e^{-s \cdot T_{\text{Tot}}} \quad (6.3)$$

Die Verstärker werden in Verbindung mit den Lagerspulen sowie der integrierten Stromregelung als PT1-Glied in Gl. (2.79) in Abschnitt 2.3.2 betrachtet und mit dem folgenden Koppelplan modelliert:

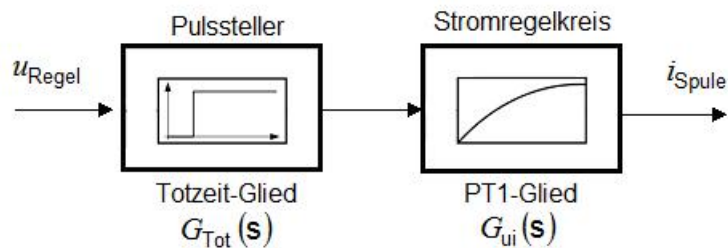


Abb.6.16: Blockplan des Systems Stromregelkreis

Die wichtigsten Daten sind:

Bedeutung	Betrag
Totzeit	$T_{\text{Tot}} = 29 \text{ } \mu\text{s}$
Stromregelkreis	$T_{\text{ui}} = 29 \text{ } \mu\text{s}$ für axiales Magnetlager
	$T_{\text{ui}} = 29 \text{ } \mu\text{s}$ für oberes und unteres radiales Magnetlager
Statischer Übertragungsfaktor	$k_{\text{ui}} = 2,5 \text{ A/V}$ für oberes radiales Magnetlager
	$k_{\text{ui}} = 5 \text{ A/V}$ für unteres radiales und axiales Magnetlager

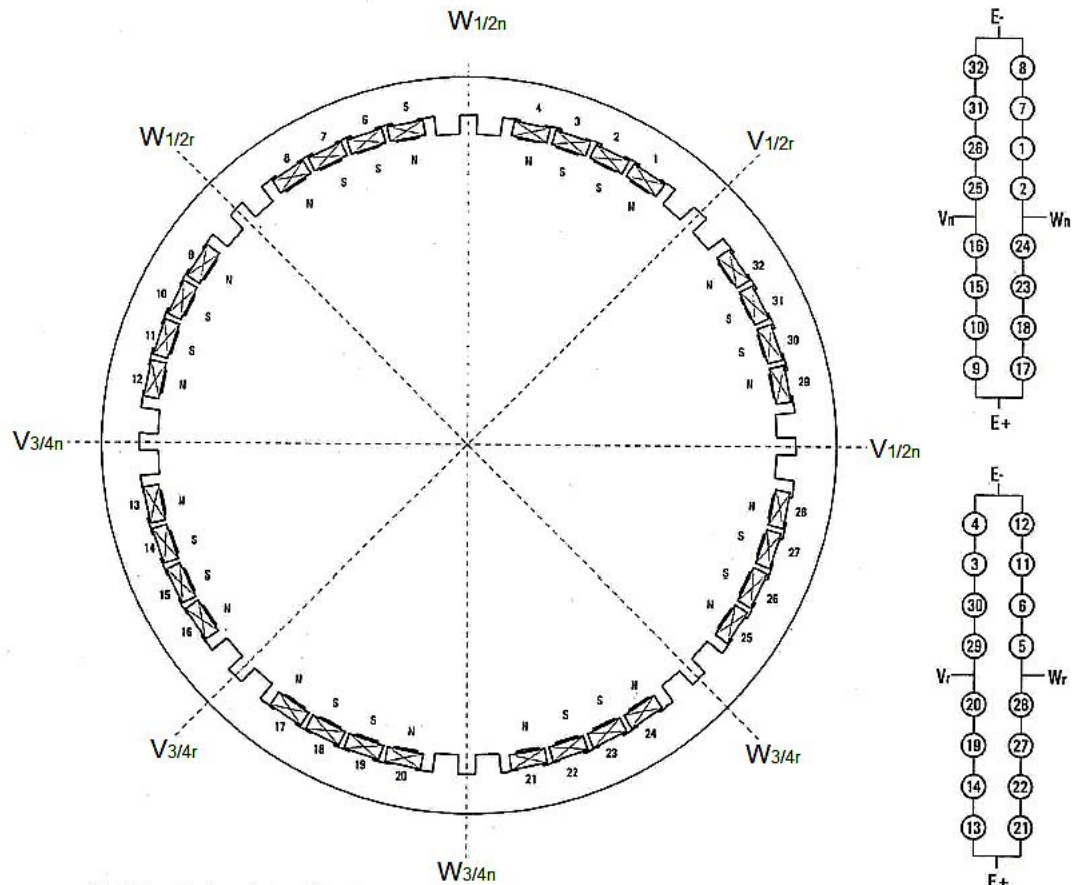
6.3.5 Sensormodell

Die Lagesensoren als Messglied dienen zur Positionserfassung der magnetisch gelagerten Welle. Am FLP 500 erfolgt die Wegmessung induktiv.

6.3.5.1 Radialer Sensor

Aufbau des radialen Sensors

Die Bestimmung der Position der Welle in V- und W-Richtung erfolgt in unmittelbaren Nähe des oberen bzw. unteren radialen Lagers durch die jeweils doppelt vorhandenen radialen Sensoren. Die Abb.6.17 stellt die für die oberen und unteren radialen Sensoren identische Anordnung der Sensorspulen statorseitig dar. Rotor-seitig sind auf der Prüfstandwelle die Sensorblechpakete angebracht. Die radialen Sensoren bestehen aus 4 Spulen pro Halbachse, die in Reihe zu einem Halbbrückenkreis verschaltet sind. Die Verschaltung für die Normal- und Redundanz-Sensorspulen erfolgt innerhalb der Maschine und ist aus Abb.6.17 ersichtlich.



V, W ... Achsenbezeichnung

Indizes: 1 und 3 ... oberes, 2 und 4 ... unteres Radiallager, n ... normal, r ... redundant

Abb.6.17: Anordnung und Verschaltung der radialen Sensorspulen
[Hampel, 2003]

Über die Anschlüsse E+ und E- wird die Brücke vom Oszillator gespeist, die Anschlüsse V und W stellen die Brückenausgänge dar.

Modellierung der radialen Sensoren

Die induktive Wegmessung am FLP 500 nutzt das Verhalten einer Induktivität mit veränderlicher Redundanz infolge variablen Luftspalt zwischen Rotor und Stator. Nach Ableitung ergibt sich die Sensorspulen-Induktivität L_{Sen} :

$$L_{\text{Sen}} = \frac{\mu_0 \cdot A_{\text{Pol}} \cdot N^2}{\frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_r} + l_{\text{Luft}}} \quad (6.4)$$

Laut Angabe in Quelle wird die resultierende nicht lineare Funktion durch eine Halbbrückenschaltung der Sensorspulen um einen Arbeitspunkt linearisiert.

Die statischen und dynamischen Kenngrößen der im FLP 500 eingebauten Lagesensoren wurden in genannter Quelle ermittelt. Die Empfindlichkeit der radialen Sensoren ist 16 mV/mm. Zur Bestimmung der Zeitkonstanten $T_{\text{Sen}} = L/R$ der radialen Sensoren des Messsystems wurden mit den Parameter, Stromwiderstand R und Induktivität L der zur Halbbrücke zusammengeschalteten Sensorspulen experimentell ermittelt.

Die in Gl. (2.78) in Abschnitt 2.3.2 dargestellte Übertragungsfunktion wurde mit folgenden experimentell ermittelten Parameter modelliert.

Lagerachse	V1 / 3	W1 / 3	V2 / 4	W2 / 4
T_{Sen} in ms	1,16 / 1,19	1,17 / 1,16	1,53 / 1,56	1,52 / 1,49
k_{Sen} in V/mm	16	16	16	16

6.3.5.2 Axialer Sensor

Aufbau des axialen Sensors

In Z-Richtung wird die Position der Welle durch einen über dem oberen Welle-Ende angebrachten induktiven Sensor ermittelt. Unterlagen über den Sensor sowie statische und dynamische Kenngrößen des axialen Sensors liegen in Quelle [Meggitt, 2015] vor.

Parametrierung Modellierung des axialen Sensors

Die aktuelle Empfindlichkeit der axialen Sensoren ist 3,49 V/mm. Zur Bestimmung der Zeitkonstanten $T_{\text{Sen}} = L/R$ in der in Gl. (2.78) dargestellten Übertragungsfunktion wurden mit den Parameter, Stromwiderstand R und Induktivität L der zur Halbbrücke zusammengeschalteten Sensorspulen experimentell ermittelt. Die experimentell ermittelten Parameter lauten:

Lagerachse	Z
T_{Sen} in ms	4,00
k_{Sen} in V/mm	3,49

6.3.6 Darstellung des gesamten Streckengliedes

Auf Basis der oben gezeigten Komponenten entsteht die Dynamik des Gesamtsystems aus Reihenschaltung von Aktor-Dynamik (Leistungselektronik und Magnetkraft), Rotordynamik und Sensordynamik, siehe das Blockschaltbild in Abb.6.18. Das Kennfeldmodell stellt in diesem Fall die statische Nichtlinearität der Magnetkraft dar.

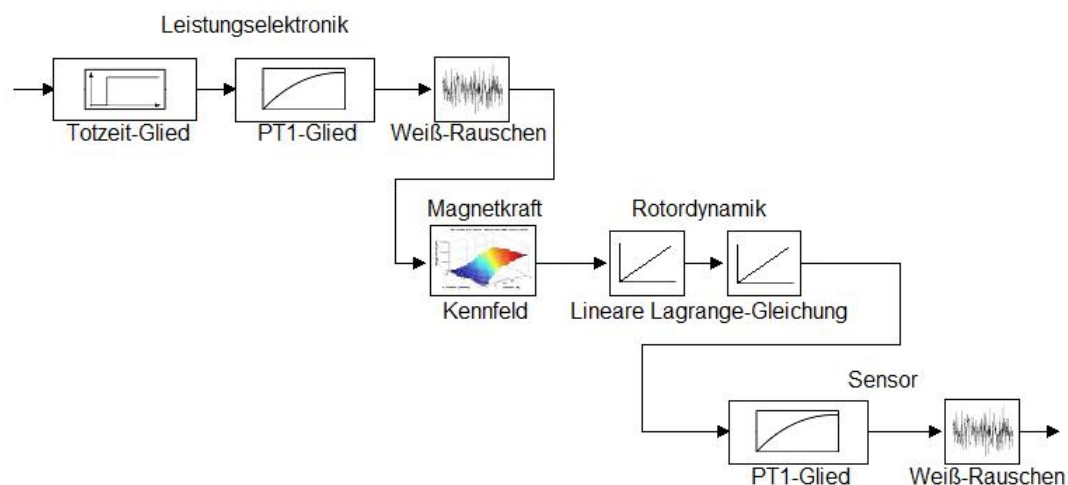


Abb.6.18: die Reihenschaltung des Streckengliedes

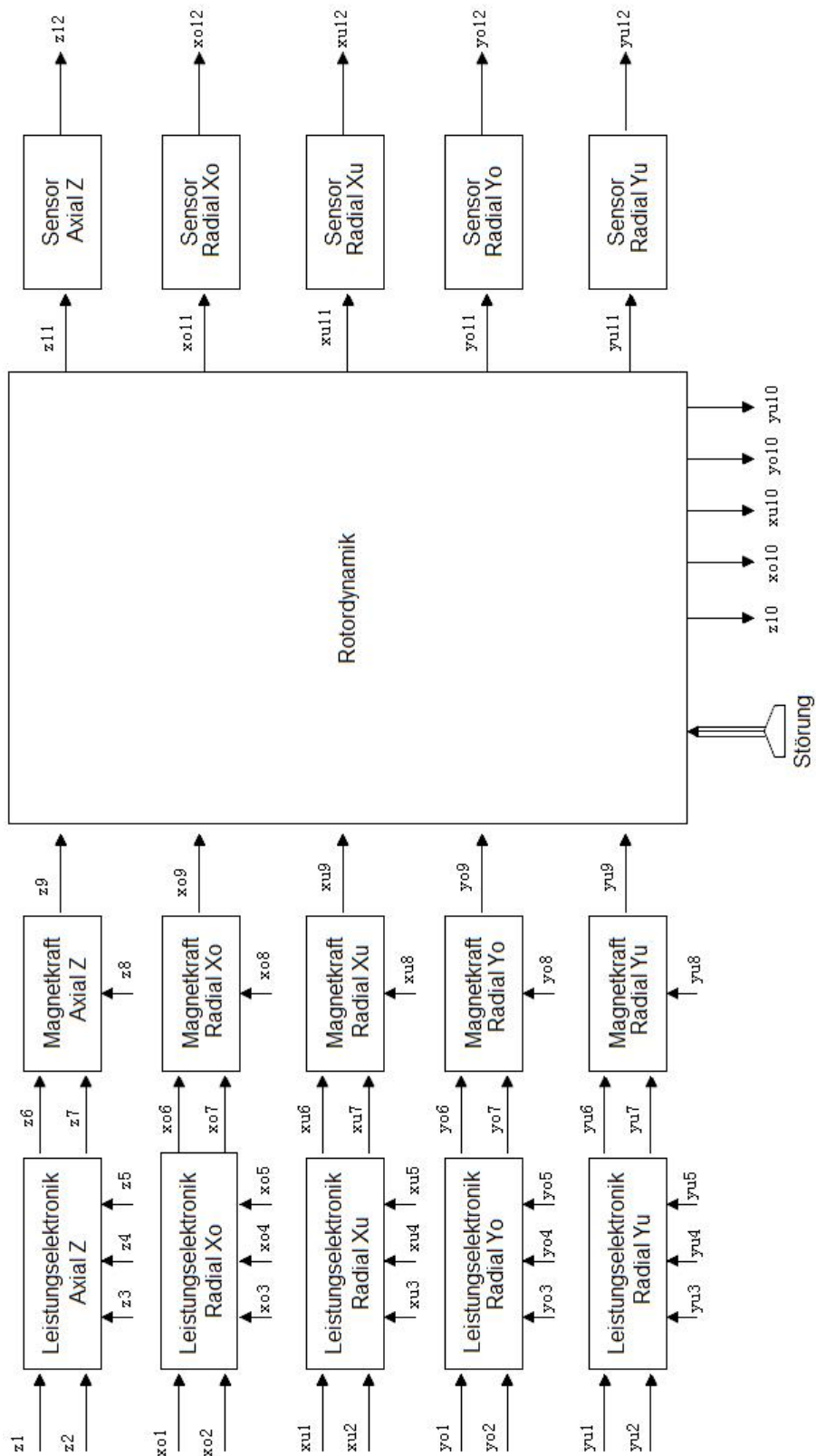


Abb.6.19: Modellbildung des Streckgliedes mit fünf Freiheitsgraden

Mit dem oben beschriebenen Streckglied des einzelnen Regelkreises wird das gesamte Modell gebildet. Dieses Modell ist in Abb.6.19 dargestellt und beinhaltet die Lagerung mit

fünf Freiheitsgraden durch zwei radiale Lager und ein axiales Lager. Dabei wird jedem Lager ein einzelner Regelkreis zugeordnet.

Zur Vereinfachung werden alle Ein- und Ausgangsgrößen durch Symbol im Anh.6.8 zusammengefasst. In diesem Abschnitt sind die physikalische Modellierung bzw. die Parametrierung des Modells für Anlage FLP 500 präsentiert. Als weitergehende Anwendung dient das Referenzmodell in Regler- bzw. Filter-Erstellung.

6.4 Umsetzung der Konzepte im Versuch

Die im vorigen Abschnitt beschriebenen Konzepte werden im praktischen Versuch implementiert. Ziel ist die Untersuchung der Machbarkeit des Konzeptes in Bezug auf das Regelverhalten (siehe Regelplattform in Anh.6.14).

6.4.1 Realisierung der Identifikation und Linearisierung

Die Identifikationsexperimente erfolgten mit dem Ziel, die Prozessdaten mithilfe des Messsystems zu gewinnen, daraus ein Identifikationsverfahren durchzuführen und den Modellparametern der Anlage zu gewinnen.

6.4.1.1 Identifikation in Rotordynamik

Zielstellung

Für die Identifikation wird das Referenzmodell der Rotordynamik als neuronales Netz (siehe Abschnitt 3.1.4) betrachtet, sodass die am Beobachteraussgang verfügbare Zustandsgrößen im Netz als Netzeingänge und die zu approximierenden Parameter als Netzgewicht betrachtet werden können.

Blockdiagramm

Die Ausgangspunkte für die Identifikation sind somit die Magnetkraft F_{Mag} , das Kraftmoment M_{Mag} und der Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag} . Während die zu approximierenden Parameter im Netz abgegriffen werden können, müssen die Eingangssignale durch den Zustandsbeobachter ermittelt werden. Zur Durchführung der Identifikation stehen zwei Ansätze der Netze für eine Achsenrichtung zum Einsatz. Die Abb.6.20 zeigt das Blockdiagramm für das Identifikationsverfahren in axialer Richtung.

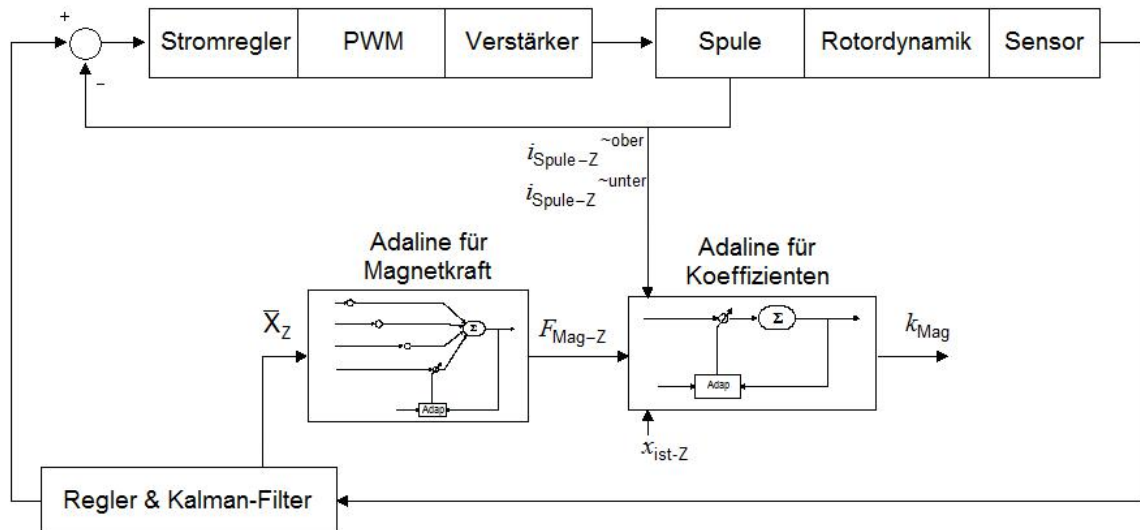


Abb.6.20: Ansatz des Identifikationsverfahrens in Z-Richtung
mit der Zustandsmatrix \bar{X}_Z , Rotorposition x_{ist-Z} , Spulenströme $i_{Spule-Z}$ als Eingängen,
der axialen Magnetkraft F_{Mag-Z} und dem Koeffizienten k_{Mag-Z} als Ausgänge

Die zugehörige Funktion des Adaline-Netzes für die Identifikation der Magnetkraft aus Abschnitt 3.1.4 lautet:

$$F_{Mag-Z} = f_{Adaline} \{\bar{X}\} = f_{Adaline} \{x_Z \quad v_Z \quad F_{St-Z}\} \quad (6.5)$$

Die Funktion für die Identifikation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten lautet:

$$k_{Mag-Z} = f_{Adaline} \{F_{Mag-Z} \quad x_{ist-Z} \quad i_{Spule-Z}^{\sim ober} \quad i_{Spule-Z}^{\sim unter}\} \quad (6.6)$$

Die Störkraft ist durch die Gewichtskraft sowie die Magnetkraft aus dem permanenten Magnet festgelegt:

$$F_{St-Z} = m_{Rotor} \cdot g + F_{PMag-Z} \quad (6.7)$$

Die Magnetkraft aus dem permanenten Magnet lautet:

$$F_{PMag-Z} = k_{s-PMag-Z} \cdot x_{Rotor} \quad (6.8)$$

mit den zu identifizierenden Elemente der axialen Magnetkraft F_{Mag-Z} und des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten k_{Mag-Z} .

Ergebnisse der Identifikation

Das folgende Experiment basiert auf das Identifikationsverfahren mit oben genanntem Konzept. Die Welle wird in verschiedene axiale Sollposition gehoben. Der Wertebereich für die eingestellte Rotorlage beträgt von $x_{Rotor} = -0,2 \text{ mm}$ bis $x_{Rotor} = 0,15 \text{ mm}$ mit Intervall $\Delta x_{Rotor} = 0,05 \text{ mm}$. Bei der Inbetriebnahme sammelt das Messsystem die Prozesswerte in verschiedenen Arbeitspunkten im Betrieb. Anhand der beschriebenen Funktionen wird die Online-Identifikation in axialer Richtung durchgeführt. Im Adaline-Netz wird der zugehörige Parameter approximiert. Die Abtastzeit wird in dieser Anwendung mit $T = 125 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ abgestimmt. Für die Netze werden die Lernschrittweite $\eta = 10^{-6}$ festgelegt.

Abb.6.21 zeigt den Verlauf der Approximation der identifizierten Magnetkraft. Nach ca. 3 Sekunden ist der Schätzfehler gegenüber dem Sollwert in jeden Arbeitspunkt deutlich kleiner und nach ca. 4 Sekunden praktisch zu null geworden. Anschließend wird der identifizierte Parameter stabil und konvergieren.

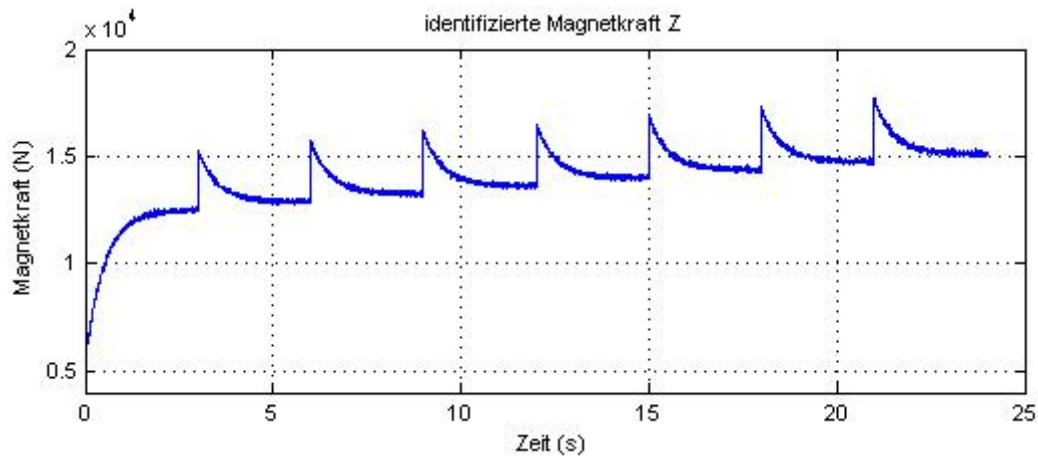


Abb.6.21: Ausgangsverlauf der Identifikation der Magnetkraft

Der Verlauf der Approximation des Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten ist in Abb.6.22 dargestellt. Der Endwert $k_{\text{Mag-Z}}$ im jeden Arbeitspunkt ist nach ca. 2 Sekunden erreicht.

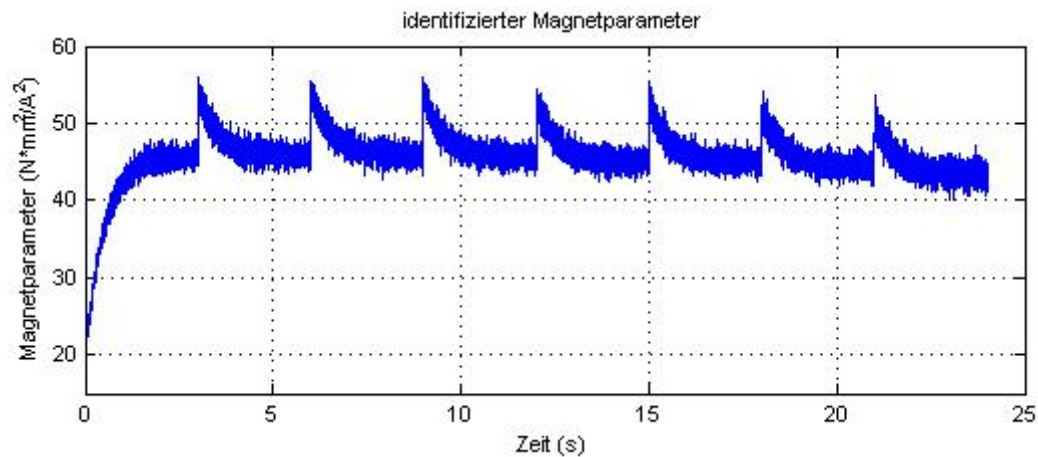


Abb.6.22: Ausgangsverlauf der Identifikation des Koeffizienten

In Tabelle sind die Identifikationsergebnisse des Magnetparameters zusammengefasst.

Arbeitspunkt		Identifikationsergebnis
$-0,2 \text{ mm} \leq x_{\text{Rotor-Z}} \leq 0,15 \text{ mm}$	$20 \text{ A} \leq i_{\text{Spule-Z}}^{\sim\text{ober}} \leq 26 \text{ A}$	$k_{\text{Mag-Z}} \approx 45 \text{ N} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{A}^2}$
	$14 \text{ A} \leq i_{\text{Spule-Z}}^{\sim\text{unter}} \leq 20 \text{ A}$	

Linearisierung der Arbeitspunkte

In diesem Abschnitt wird die Linearisierung vorgestellt, die es erlaubt, Aussagen über die lineare Beziehung der Magnetkraft zum Spulenstrom bzw. Rotorposition zu erhalten. Als Ergebnis lässt sich die Matrix in Tbl.6.2 formulieren. In ähnlicher Weise vom Abschnitt 3.1.5 wird eine Methode der Linearisierung in der Berechnung der Magnetkraft vorgestellt. Unter dem identifizierten Arbeitspunkt ist der Betrag vom Kraft-Strom-Koeffizienten sowie Steifigkeitsparameter zu verstehen.

Da bei realem Betrieb immer ein verrauschtes Signal um einen Arbeitspunkt vorliegt, muss bei der Identifikation ein Kompromiss zur Signalstreuung getroffen werden. Der nominierte Arbeitspunkt kann die Streuung und Toleranzbreite der Zustandsgröße im Arbeitspunkt einnehmen. Dazu werden die benachbarten Arbeitspunkte eines identifizierten Arbeitspunktes mit folgender Parameter-Einstellung

$$\Delta i_u = 3 \text{ A}$$

$$\Delta x_{\text{Rotor}} = 0,1 \text{ mm}$$

im Regressionsverfahren erstellt. In Tbl.6.2 sind die Kraft-Strom-Koeffizienten und die Steifigkeitsparameter der linearisierten Arbeitspunkte mit 95 %-Vertrauensbereich und t-Test als $t_{0,975;9-2} = 2,365$ dargestellt. Anhand der Identifikationsergebnisse erkennt man, dass alle identifizierten Arbeitspunkte stark nicht linear voneinander abhängig sind.

Arbeitspunkt		Identifikationsergebnisse	
i_{u-Z} (A)	$x_{\text{Rotor-Z}}$ (mm)	k_{i-Z} (N/A)	k_{s-Z} (N/mm)
-20	0,2	2349 ± 76	$5,032 \times 10^4 \pm 0,715 \times 10^4$
-10	0,2	2473 ± 24	$5,592 \times 10^4 \pm 0,116 \times 10^4$
0	0,2	3831 ± 346	$9,835 \times 10^4 \pm 0,392 \times 10^4$
10	0,2	3518 ± 297	$14,451 \times 10^4 \pm 1,414 \times 10^4$
20	0,2	3188 ± 238	$26,761 \times 10^4 \pm 2,227 \times 10^4$
-20	0,1	2481 ± 62	$6,584 \times 10^4 \pm 0,979 \times 10^4$
-10	0,1	2401 ± 42	$5,417 \times 10^4 \pm 0,333 \times 10^4$
0	0,1	3356 ± 134	$10,045 \times 10^4 \pm 0,254 \times 10^4$
10	0,1	3720 ± 128	$11,692 \times 10^4 \pm 1,024 \times 10^4$
20	0,1	3590 ± 112	$19,891 \times 10^4 \pm 1,749 \times 10^4$
-20	0	2539 ± 58	$8,515 \times 10^4 \pm 1,435 \times 10^4$
-10	0	2409 ± 57	$5,758 \times 10^4 \pm 0,723 \times 10^4$
0	0	3104 ± 36	$5,872 \times 10^4 \pm 0,108 \times 10^4$
10	0	3799 ± 57	$8,879 \times 10^4 \pm 0,723 \times 10^4$
20	0	3683 ± 58	$14,760 \times 10^4 \pm 1,434 \times 10^4$
-20	-0,1	2350 ± 112	$13,537 \times 10^4 \pm 1,749 \times 10^4$
-10	-0,1	2445 ± 128	$7,181 \times 10^4 \pm 1,023 \times 10^4$
0	-0,1	3104 ± 134	$3,314 \times 10^4 \pm 0,254 \times 10^4$
10	-0,1	3324 ± 41	$4,851 \times 10^4 \pm 0,333 \times 10^4$
20	-0,1	3314 ± 62	$7,870 \times 10^4 \pm 0,979 \times 10^4$
-20	-0,2	1589 ± 239	$21,494 \times 10^4 \pm 2,227 \times 10^4$
-10	-0,2	2736 ± 297	$9,292 \times 10^4 \pm 1,414 \times 10^4$
0	-0,2	3831 ± 346	$5,151 \times 10^4 \pm 0,392 \times 10^4$
10	-0,2	3029 ± 24	$4,264 \times 10^4 \pm 0,116 \times 10^4$
20	-0,2	2664 ± 76	$4,116 \times 10^4 \pm 0,715 \times 10^4$

Tbl.6.2: Ergebnisse der Linearisierung für die nominierten Arbeitspunkte
in Z-Richtung

Als Ergebnis lässt sich aus Tbl.6.2 das 3D-Kennfeld in Abb.6.23 und Abb.6.24 formulieren.

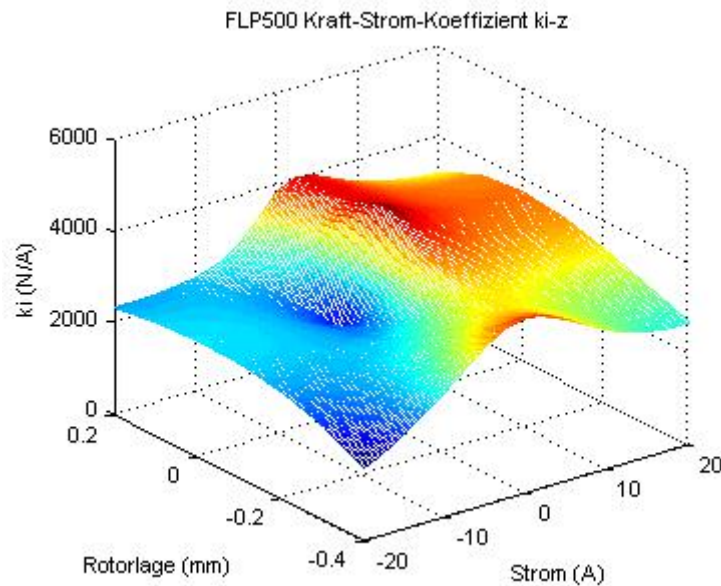


Abb.6.23: Der identifizierte Kraft-Strom-Koeffizient für nominierte Arbeitspunkte

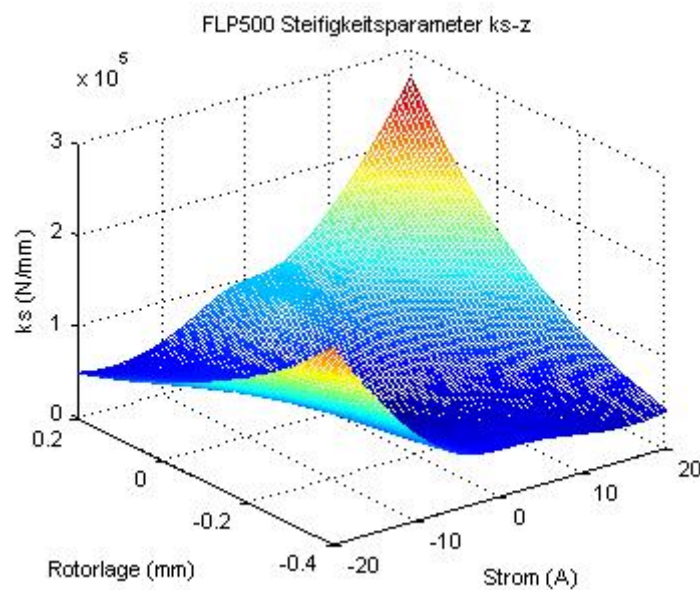


Abb.6.24: Der identifizierte Steifigkeitsparameter für nominierte Arbeitspunkte

In diesem Abschnitt sind die Online-Identifikation des globalen Modells der Rotordynamik sowie die Linearisierung der Arbeitspunkte präsentiert. Als Grundlagen der adaptiven Kalman-Filterung in Abschnitt 6.4.2 und adaptiven Regelung in Abschnitt 6.4.3 dienen die Ergebnisse aus Tbl.6.2 bzw. das 3D-Kennfeld in Abb.6.23 und Abb.6.24.

6.4.1.2 Identifikation in Leistungselektronik

Zur Bestimmung der Dynamik der stromgeregelten Aktoren wird die Führungsübertragungsfunktion des Stromregelkreises gemessen. Die Messung erfolgte, indem ein Leistungsverstärker mit einem Referenzsignal u_{Regel} im Betrieb angesteuert wurde.

Dementsprechend wird die an der Leistungsverstärker angeschlossene Lagerspule vom Spulenstrom durchflossen, der über eine Messung bestimmbar ist. Die Zeitreihen für die Werte u_{Regel} und i_{Spule} wurden mit der im Abschnitt 3.2.4 beschriebenen Methode aufgenommen und durch entsprechendes mathematisches Verfahren analysiert.

Die in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Leistungselektronik wird zur Identifikation konfiguriert, sodass eine konstante Beziehung zwischen den Ein- und Ausgangswerte existiert. Dieses Verfahren der Identifikation ist in Abb.6.25 abgebildet.

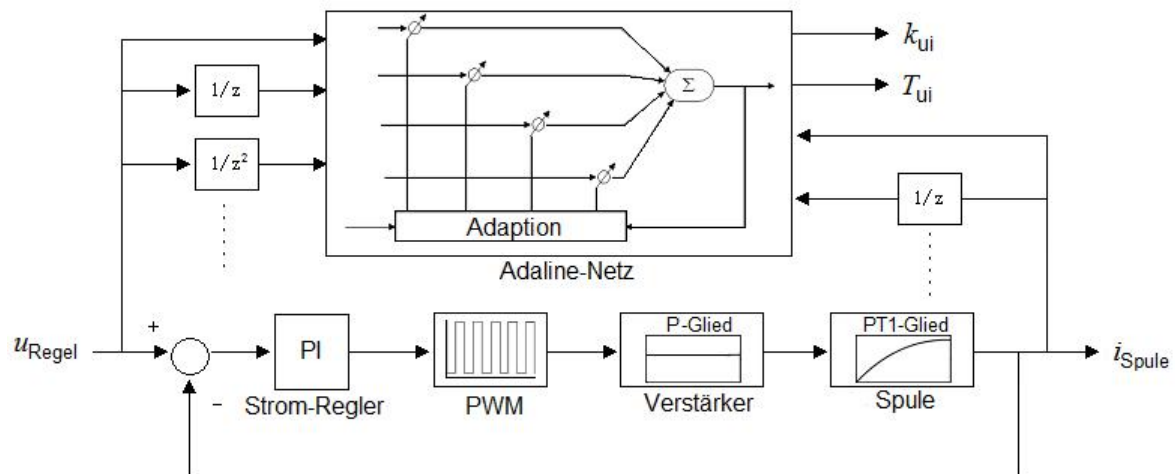


Abb.6.25: Identifikation der Leistungselektronik mittels Adaline-Netzes

Das gesamte Streckenglied verhält sich wie ein lineares PT1-System und lässt sich ins Adaline-Netz integrieren. Die zeit-variierenden Parameter T_{ui} und k_{ui} werden mithilfe eines Adalin-Netzes online identifiziert. Die Funktion des Systems bzw. die numerische Berechnung in differentieller Form wurden bereits in Abschnitt 2.2.3 und 3.2.4 dargestellt.

Die Struktur des Netzes, die Approximation und das Lerngesetz sind in Abschnitt 3.2.4 skizziert. Alle relevanten Messdaten und die Ergebnisse sind von Abb.6.26 bis Abb.6.30 zusammengefasst. Für die Identifikation werden die folgenden Einstellwerte verwendet.

Einstellwerte	Erläuterung
$m_{\text{Ant}} = T$	Antwortlänge
$T = 100 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	Abtastzeit
$\eta = 1 \cdot 10^{-4}$	Lernschrittweite

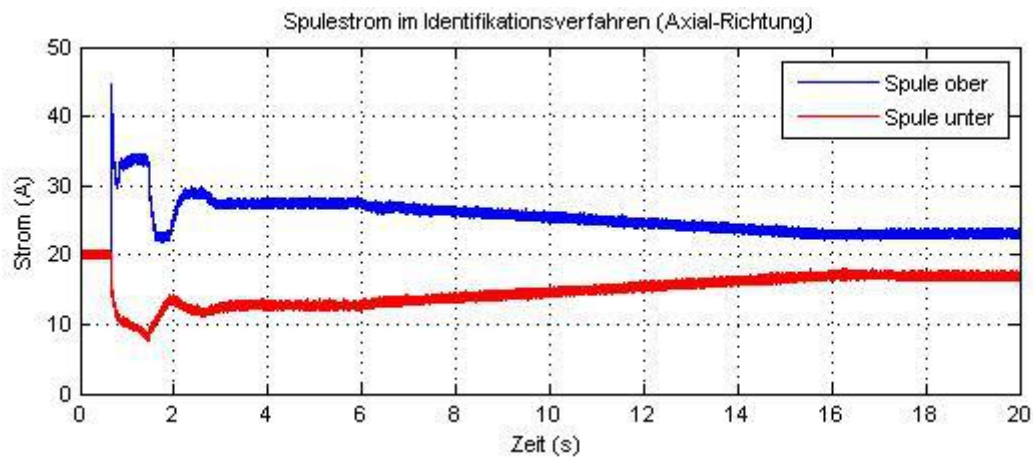


Abb.6.26: Die Messsignale der Spulenströme aus der Auffahrtsversuche

Die Identifikation wurde beispielsweise in der Auffahrtsversuche durchgeführt. In Abb.6.27 und Abb.6.29 sind der Verlauf der Sollwertvorgabe und der Verlauf der Verfolgung des Adaline-Netzes dargestellt. In Abb.6.28 und Abb.6.30 sind die Konvergenz-Verhalten, sog. der Verlauf der Approximation der Parameter T_{ui} und k_{ui} , dargestellt.

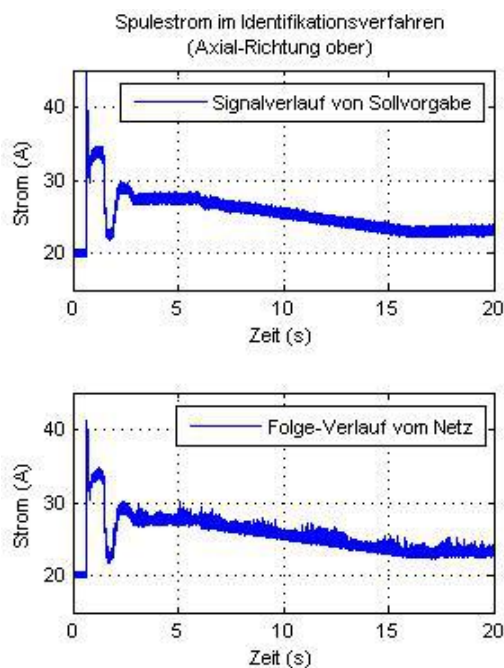


Abb.6.27: Verlauf der Sollwertvorgabe und Signalfolgerung (obere Magnetspule)

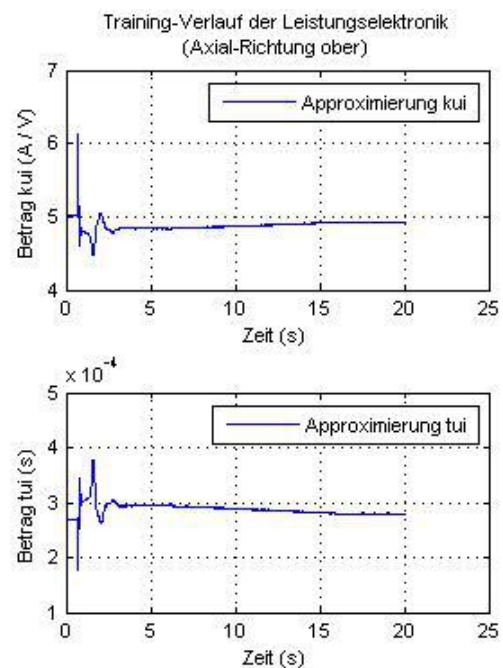


Abb.6.28: Verlauf der Approximieren (obere Magnetspule)

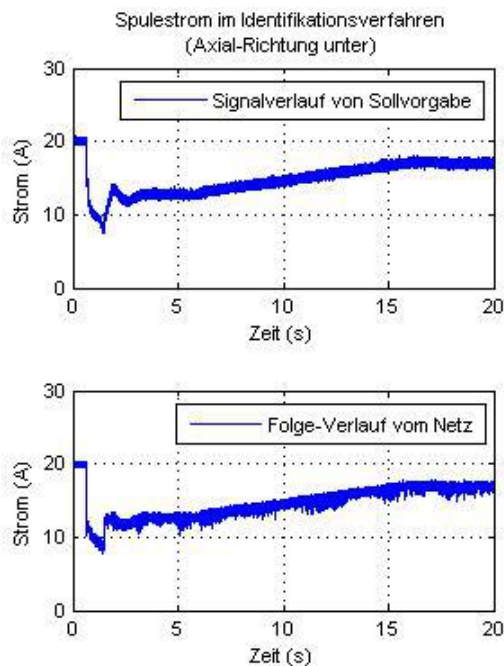


Abb.6.29: Verlauf der Sollwertvorgabe und Signalfolgerung (untere Magnetspule)

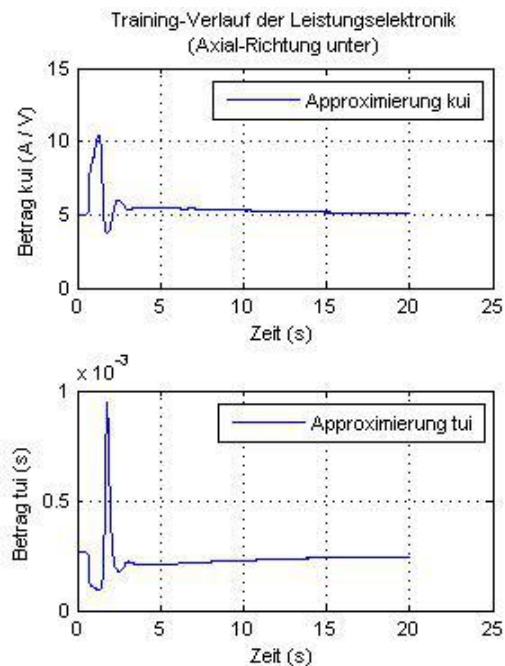


Abb.6.30: Verlauf der Approximieren (untere Magnetspule)

In oberen Abbildungen ist zu erkennen, dass die Abweichung des Streckengliedes im Prozessverlauf zur starken Parametervariation führt. Bei dieser Änderung konvergieren die zu approximierenden Parameter im Adaline-Netz sehr schnell und exakt. Unterhalb der vorstehenden Identifikation wird das dynamische Verhalten von der gesamten Leistungselektronik und Magnetspule linear interpretierbar.

6.4.2 Parametrierung des adaptiven Kalman-Filters

Implementierung des Konzeptes der Filteradaption

Im Folgenden wird ein adaptives Kalman-Filter implementiert. Diese Entwicklung beruht auf ein zeit-variiertes MIMO-System aus Abschnitt 4.4.3 und kann durch Blockdiagramm angegeben werden. Laut der Darstellung in Abschnitt 4.5.2 kann die Zustandsbeschreibung der axialen Lageregelung in der Form dargestellt werden:

$$\bar{X}_Z(k+1) = \bar{A}_{Z-\text{adap}} \cdot \bar{X}_Z(k) + \bar{B}_{Z-\text{adap}} \cdot \bar{U}_Z(k) \quad (6.9)$$

Die Systemmatrix $\bar{A}_{Z-\text{adap}}$ und Eingangsmatrix $\bar{B}_{Z-\text{adap}}$ werden mit der Partition der variierenden Elemente

$$\bar{A} \Big|_{k_{s-z}(k)} \quad \text{und} \quad \bar{B} \Big|_{\substack{k_{ui-z}(k) \\ k_{i-z}(k)}}$$

präsentiert.

Mittels der in Abschnitt 4.5.2 beschriebenen Weisen können die zeit-variierten Parameter im Kalman-Algorithmus aus dem Expertensystem sowie dem Identifikationsverfahren bestimmt werden. Dabei stellt die Abb.6.31 den Ablauf des Konzeptes dar.

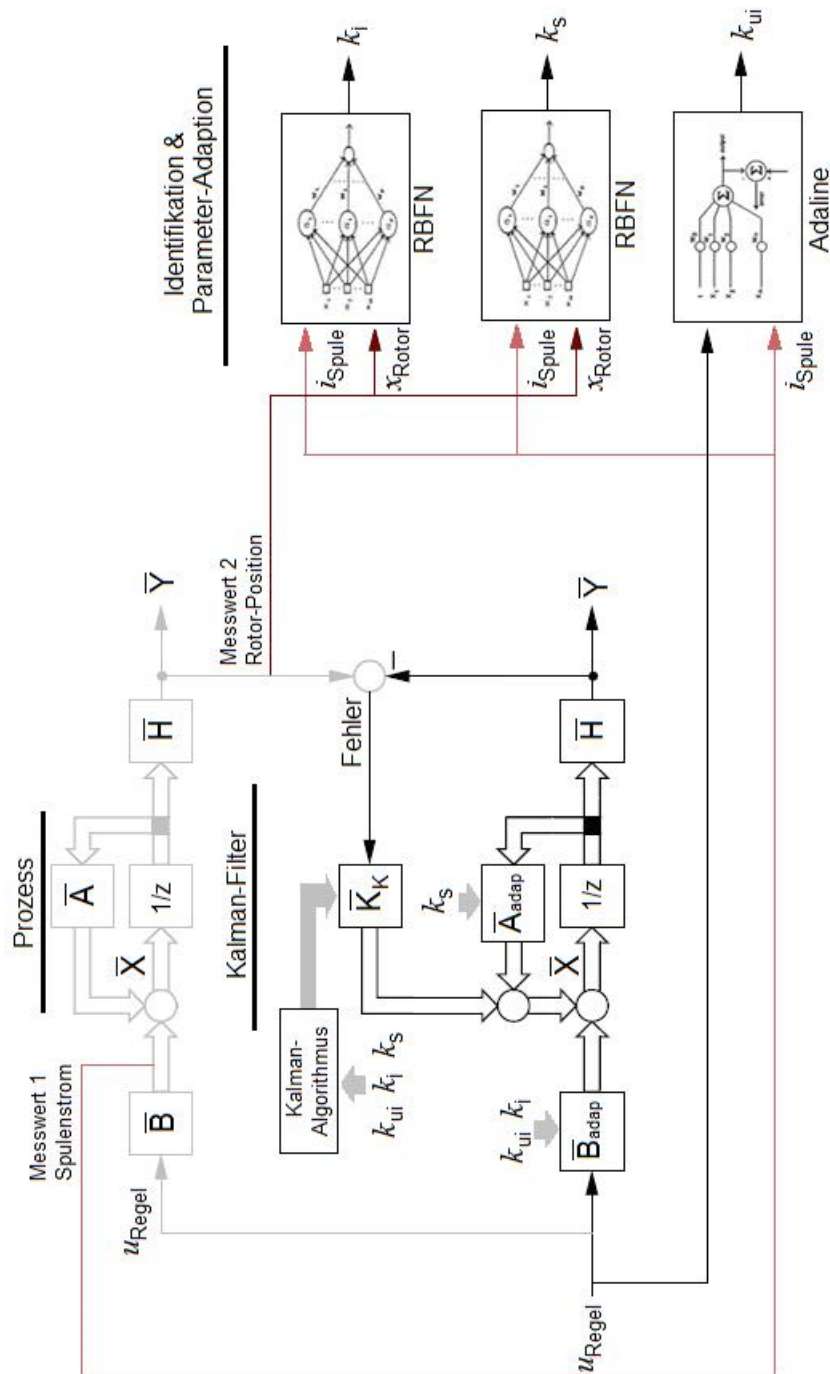


Abb.6.31: Blockschaltbild eines adaptiven Kalman-Filters

Expertensystem für das adaptive Kalman-Filter

Das in Abb.6.31 dargestellte RBFN wird als das Expertensystem in diesem Abschnitt erstellt, um die Parameter k_{i-Z} und k_{s-Z} zu adaptieren. Die Erstellung des Expertensystems sowie die Approximation der Glättungsfaktoren erfolgen auf die Basis des Netz-Training. Aus dem in Abschnitt 3.1.5 dargestellten Verfahren der Linearisierung ergeben sich die Trainingsdaten, sog. das Lernmaterial.

Besonders hervorzuheben ist die Erstellung der Stützstellen der Neuronen und der Netz-Gewichte. Zunächst soll der Fall mit 25 Basisfunktionen betrachtet werden. Die zu den lokalen Modellen gehörenden Glättungsfaktoren sind in Anh.6.9 ausführlich dargestellt.

Beobachtbarkeit-Analyse

Zusätzlich ist zu beachten, dass es sich bei dem nicht linearen System um mehrere linearisierte Arbeitspunkte handelt und daher exakter weise von Eigenwerten gesprochen werden kann. Bei einer Beobachtbarkeit-Analyse wird der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix \overline{Q}_B bestimmt, siehe Gl. (4.17) in Abschnitt 4.4.1.3. Mit der Analyse der definierten Arbeitspunkte kann die Beobachtbarkeit des Systems bestimmt werden. Detail der Beobachtbarkeit der Arbeitspunkte wurde in Anh.6.10 gefunden.

6.4.3 Parametrierung des Reglers

Ausgehend von der Zustandsschätzung wird die Zustandsregelung entworfen. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass der Rotor mit einer möglichst kleinen Geschwindigkeit gegen seinen mechanischen Anschläge fährt oder dass solch ein Anschlagen prinzipiell verhindert wird. In diesem Abschnitt wird ein Konzept der nicht linearen Zustandsregelung erstellt und mit dem derzeit am häufigsten eingesetzten Regelkonzept, sog. dem klassischen Regler, verglichen.

6.4.3.1 Einsatz der klassischen Regler

PID-Regler

Das bisher in der Magnetlager verwendete Konzept zur Lageregelung beruht im Prinzip auf einen einschleifigen Regelkreis mit PID-Regler und Butterworth-Filter, siehe Abb.6.32.

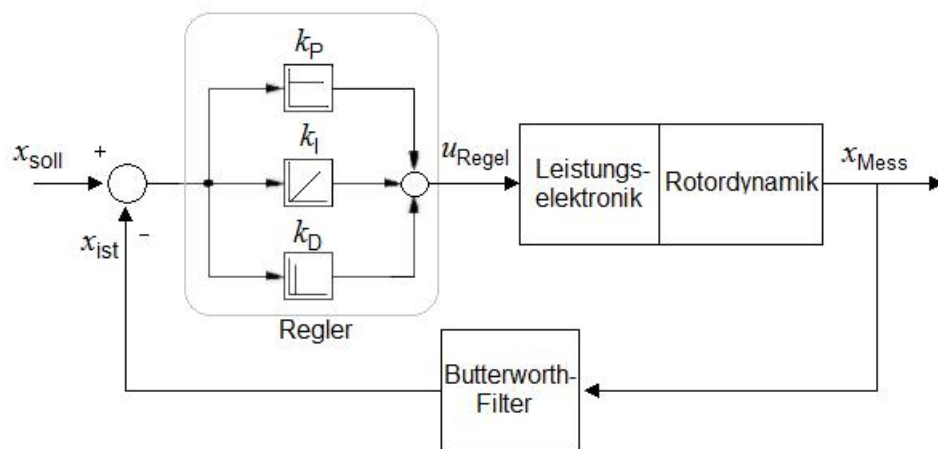


Abb.6.32: Der einschleifige Regelkreis mit dezentralisiertem PID-Regler

Der für die Regelung eingesetzte PID-Regler besitzt folgende Parameter:

Axialrichtung Z			
Versuchsphase	k_P	k_I	k_D
Anfahren	1,50	1,65	0,0085
Halten	1,55	1,50	0,0155
Abfahren	1,25	1,50	0,0085
Radialrichtung Xo, Yo			
Versuchsphase	k_P	k_I	k_D
alle	2,00	1,50	0,0055

Radialrichtung Xu, Yu			
Versuchsphase	k_P	k_I	k_D
alle	0,80	1,50	0,0014

Tbl.6.3: Parameter des PID-Reglers im Experiment

Anti-Windup-Funktion

Laut Angabe in Quelle [Gausch, 2009]:

„Ein Regler mit Integralteil wird eingesetzt. Der Regelfehler wird weiter integriert (dies ist der „Windup“-Effekt) und in der Folge ist ein bei entgegengesetztem Vorzeichen stark ausgeprägter Regelfehler erforderlich, um den Zustand eines Integrierens auf einen Pegel zu holen, der die Stellgröße wieder aus der Begrenzung bringt. Die Anti-Windup-Maßnahmen dienen dazu, dem für die Regelkreisdynamik ungünstigen Hochlauf des Integrierens entgegenzuwirken.“

Laut Quelle [Bottou, 1998] besitzt jedes reale Stellglied eines Regelkreises eine Beschränkung der Stellgröße u_{Regel} , da seine maximale Stelleistung endlich ist. Abb.6.33 illustriert einen entsprechenden Regelkreis mit Regelstrecke $G(s)$, Regler $K(s)$ und Begrenzungsglied, wobei die beiden Letzten das Stellglied enthalten. Die Begrenzung der Stellgröße beschreibt man durch eine Sättigungskennlinie in Abb.6.33

$$u_{\text{Regel-ist}} = \text{sat}(u_{\text{Regel-soll}}) = \begin{cases} u_{\text{max}}, & u_{\text{soll}} > u_{\text{max}}, \\ u_{\text{soll}}, & u_{\text{min}} \leq u_{\text{soll}} \leq u_{\text{max}}, \\ u_{\text{min}}, & u_{\text{soll}} < u_{\text{min}}, \end{cases} \quad (6.10)$$

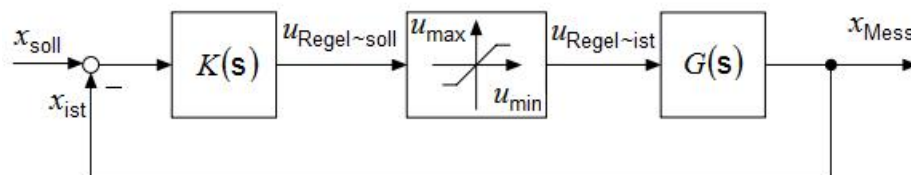


Abb.6.33: Regelkreis einer Begrenzung der Stellgröße
[Bottou, 1998]

Abb.6.34 zeigt einen PID-Regler mit Anti-Windup. Die Quelle [Bottou, 1998] erläutert:

„Die Totzone realisiert eine negative Rückkopplung des Reglerausgangs auf den Eingang des I-Anteils. Liegt der Ausgangswert u_{Regel} des Reglers innerhalb der Stellgrößenbeschränkung, so ist die Rückkopplung nicht aktiv. D. h., der Regler arbeitet als normaler PID-Regler. Überschreitet u_{Regel} eine der Begrenzung u_{min} oder u_{max} , so wirkt die Totzone als starke Gegenkopplung auf I-Anteil. Dabei führt die Gegenkopplung den I-Anteils sofort auf einen so niedrigen Wert zurück, dass u_{Regel} die Stellgrößenbeschränkung nicht verletzt. Da die Steigung endlich ist, können die Grenzen u_{min} und u_{max} durch die Stellgröße u_{Regel} geringfügig überschritten werden. In der Praxis spielt das aber keine Rolle.“

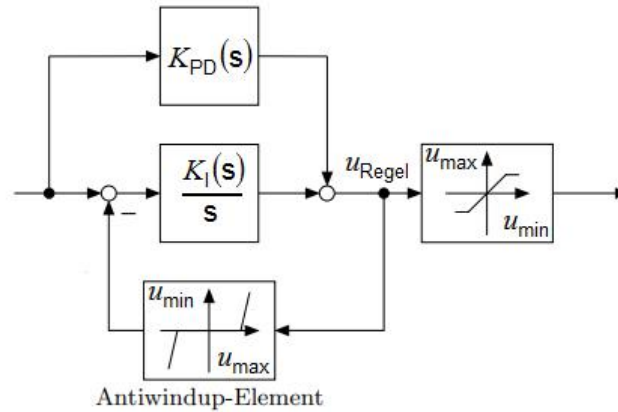


Abb.6.34: PID-Regler mit Antiwindup
[Bottou, 1998]

Butterworth-Filter

Für die Echtzeitregelung besitzt die Abtastzeit:

$$T_{\text{Sample}} = 100 \times 10^{-6} \text{ s} \Rightarrow f_{\text{Sample}} = 10 \text{ kHz für die axiale Richtung,}$$

$$T_{\text{Sample}} = 200 \times 10^{-6} \text{ s} \Rightarrow f_{\text{Sample}} = 5 \text{ kHz für die radiale Richtung.}$$

Laut Angabe aus Quelle [Butterworth, 1930]:

„sind die Butterworth-Filter kontinuierliche Frequenz-Filter, die so ausgelegt sind, dass der Frequenzgang unterhalb der Grenzfrequenz möglichst lange horizontal verläuft. Erst kurz vor dieser Grenzfrequenz soll die Übertragungsfunktion abnehmen und in die Durchlassdämpfung von $n_{\text{Ordnung}} \cdot 20 \text{ dB}$ pro Frequenzdekade übergehen. Die Dämpfung bei der Grenzfrequenz beträgt ca. 3 dB, das heißt ein Signal mit der Grenzfrequenz wird auf das 0,7071-fache des ursprünglichen Signals abgeschwächt.“

Das Butterworth-Filter besitzt die Grenzfrequenz 120 Hz, 2. Ordnung für die axiale Richtung und 240 Hz, 1. Ordnung für die radiale Richtung. Die Gleichung eines Butterworth-Tiefpassfilters für die axiale Richtung lautet:

$$G_{\text{Butterworth}}(s) = \frac{5,685 \cdot 10^5}{s^2 + 1066 \cdot s + 5,685 \cdot 10^5} \quad (6.11)$$

$$G_{\text{Butterworth}}(z) = \frac{0,0013 + 0,0027 \cdot z^{-1} + 0,0013 \cdot z^{-2}}{1 - 1,8935 \cdot z^{-1} + 0,8989 \cdot z^{-2}} \quad (6.12)$$

Für die radiale Richtung lautet sie:

$$G_{\text{Butterworth}}(s) = \frac{1508}{s + 1508} \quad (6.13)$$

$$G_{\text{Butterworth}}(z) = \frac{0,1319 + 0,1319 \cdot z^{-1}}{1 - 0,7362 \cdot z^{-1}} \quad (6.14)$$

Die statische Auslegung des geschlossenen Regelkreises mit dem Butterworth-Filter und PID-Regler lässt sich in Anh.6.15 finden.

6.4.3.2 Einsatz des Zustandsreglers

Implementierung der adaptiven Zustandsrückkopplung

Grundlage für die Zustandsregelung ist ein Zustandsbeobachter. Dieser Beobachter entspricht dem Kalman-Filter. Als Zustandsregler kommt ein adaptiver linearer Zustandsregler mit Expertensystem ggf. zusätzliche Führungsintegration zum Einsatz. Um ein optimales Regelverhalten zu erzielen, wird die verwendete Struktur in Abb.6.35 dargestellt.

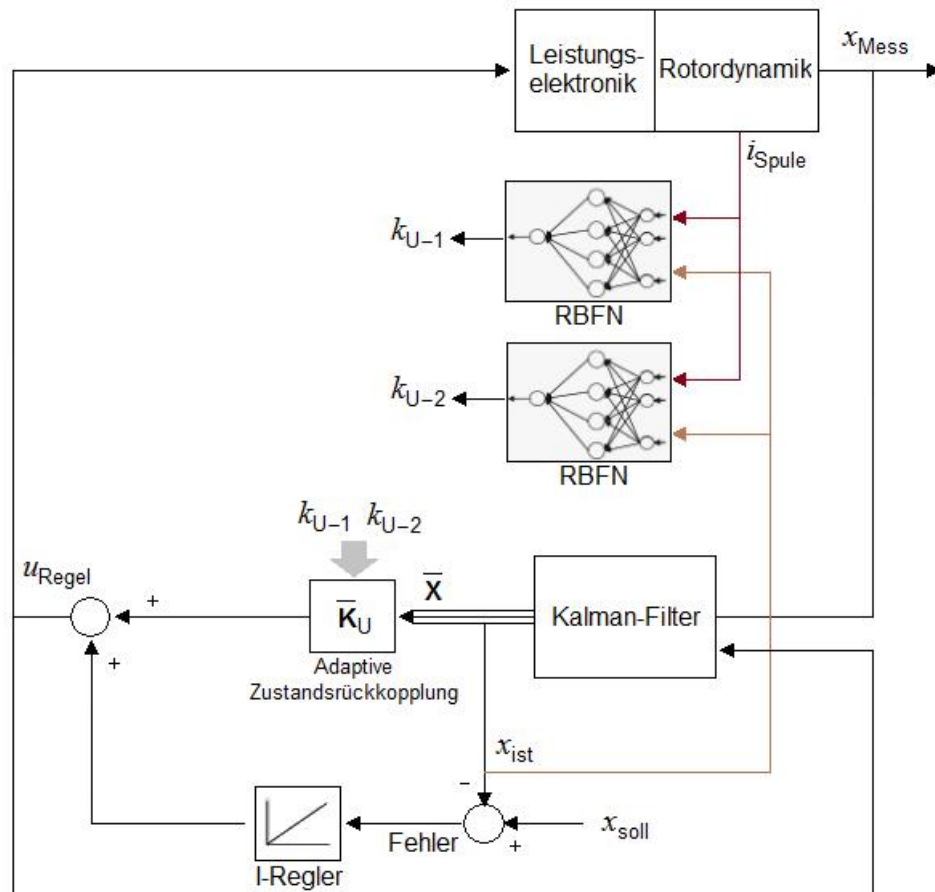


Abb.6.35: Regelkreis-Struktur eines adaptiven Zustandsreglers mit adaptierten Elementen k_{U-1} und k_{U-2} im Rückkopplungsmatrix \bar{K}_U für die axiale Richtung

Parametrierung der Regler-Adaption

Die Magnetlagerung eines Rotors verhält sich aus dynamischer Sicht näherungsweise wie ein Feder-Masse-Dämpfungssystem. Somit lässt sich bei starker Nichtlinearität das System jedoch mit genügender Genauigkeit analysieren.

Aus den industriellen Anforderungen geht hervor, dass die Starrkörper-Schwingungen stark genug zu dämpfen sind, ohne dabei die elastischen Eigenschwingungen anzuregen. Zur Bestimmung des Verhältnisses der Steifigkeit und des Dämpfungsfaktors gibt es keine allgemeine Regel. Die Stabilität kann nach Ljapunov-Theorie in Anh.6.12, Eigenwerte, Feder-Masse-Dämpfung-Theorie und Pole-Einstellung in Anh.6.13 bestimmt werden.

Durch den Einsatz einer adaptiven Regelung ist eine einstellbare Steifigkeit erzielbar, allerdings sind die Dämpfung sowie die Eigenfrequenz steuerbar. Bei Verwendung der Zustandsregelung mit den Gewichtsmatrizen aus dem Riccati-Entwurf konnte zwar die Stabilität erreicht werden, aber die zufriedenstellende Ruhegüte bzw. die Dämpfung-Steifigkeit-Beziehung in Anh.6.13 sind mitzuberücksichtigen. Für die Expertenkenntnisse werden die Werte nach Tbl.6.4 verwendet. Die festgestellten Reglerparameter für die definierten Arbeitspunkte wurden aufgelistet:

Nummer	Arbeitspunkt	Matrix der Zustandsrückkopplung
1	$i_{u-Z} = -20 \text{ A}, x_Z = 0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,78 \times 10^3 \quad 46 \quad 1,21 \times 10^{-2}]$
2	$i_{u-Z} = -10 \text{ A}, x_Z = 0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,27 \times 10^3 \quad 46 \quad 1,26 \times 10^{-2}]$
3	$i_{u-Z} = 0 \text{ A}, x_Z = 0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [8,5 \times 10^3 \quad 39 \quad 1,58 \times 10^{-2}]$
4	$i_{u-Z} = 10 \text{ A}, x_Z = 0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [11,98 \times 10^3 \quad 52 \quad 1,86 \times 10^{-2}]$
5	$i_{u-Z} = 20 \text{ A}, x_Z = 0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [20,95 \times 10^3 \quad 79 \quad 2,43 \times 10^{-2}]$
6	$i_{u-Z} = -20 \text{ A}, x_Z = 0,1 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [10,98 \times 10^3 \quad 50 \quad 1,35 \times 10^{-2}]$
7	$i_{u-Z} = -10 \text{ A}, x_Z = 0,1 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,25 \times 10^3 \quad 47 \quad 1,24 \times 10^{-2}]$
8	$i_{u-Z} = 0 \text{ A}, x_Z = 0,1 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,32 \times 10^3 \quad 46 \quad 1,59 \times 10^{-2}]$
9	$i_{u-Z} = 10 \text{ A}, x_Z = 0,1 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,96 \times 10^3 \quad 44 \quad 1,70 \times 10^{-2}]$
10	$i_{u-Z} = 20 \text{ A}, x_Z = 0,1 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [13,98 \times 10^3 \quad 60 \quad 2,13 \times 10^{-2}]$
11	$i_{u-Z} = -20 \text{ A}, x_Z = 0 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [11,79 \times 10^3 \quad 56 \quad 1,49 \times 10^{-2}]$
12	$i_{u-Z} = -10 \text{ A}, x_Z = 0 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,81 \times 10^3 \quad 48 \quad 1,27 \times 10^{-2}]$
13	$i_{u-Z} = 0 \text{ A}, x_Z = 0 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [7,76 \times 10^3 \quad 38 \quad 1,28 \times 10^{-2}]$
14	$i_{u-Z} = 10 \text{ A}, x_Z = 0 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [8,62 \times 10^3 \quad 38 \quad 1,52 \times 10^{-2}]$
15	$i_{u-Z} = 20 \text{ A}, x_Z = 0 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [11,57 \times 10^3 \quad 51 \quad 1,88 \times 10^{-2}]$
16	$i_{u-Z} = -20 \text{ A}, x_Z = -0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [16,78 \times 10^3 \quad 76 \quad 1,81 \times 10^{-2}]$
17	$i_{u-Z} = -10 \text{ A}, x_Z = -0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [11,07 \times 10^3 \quad 53 \quad 1,39 \times 10^{-2}]$
18	$i_{u-Z} = 0 \text{ A}, x_Z = -0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [6,37 \times 10^3 \quad 28 \quad 1,03 \times 10^{-2}]$
19	$i_{u-Z} = 10 \text{ A}, x_Z = -0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [6,98 \times 10^3 \quad 32 \quad 1,19 \times 10^{-2}]$
20	$i_{u-Z} = 20 \text{ A}, x_Z = -0,2 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [9,77 \times 10^3 \quad 41 \quad 1,45 \times 10^{-2}]$
21	$i_{u-Z} = -20 \text{ A}, x_Z = -0,4 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-Z} = [36,16 \times 10^3 \quad 143 \quad 2,21 \times 10^{-2}]$

Nummer	Arbeitspunkt	Matrix der Zustandsrückkopplung
22	$i_{u-z} = -10 \text{ A}, x_z = -0,4 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-z} = \begin{bmatrix} 10,98 \times 10^3 & 54 & 1,54 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$
23	$i_{u-z} = 0 \text{ A}, x_z = -0,4 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-z} = \begin{bmatrix} 6,51 \times 10^3 & 28 & 1,22 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$
24	$i_{u-z} = 10 \text{ A}, x_z = -0,4 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-z} = \begin{bmatrix} 6,76 \times 10^3 & 33 & 1,13 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$
25	$i_{u-z} = 20 \text{ A}, x_z = -0,4 \text{ mm}$	$\bar{K}_{u-z} = \begin{bmatrix} 8,33 \times 10^3 & 37 & 1,12 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$

Tbl.6.4: Reglerparameter für die Arbeitspunkte in axialer Richtung Z

Arbeitspunkt	Matrix der Zustandsrückkopplung
Nominaler Arbeitspunkt	$\bar{K}_{u-xz} = \bar{K}_{u-yz}$ $= \begin{bmatrix} 4,00 \cdot 10^4 & 1,23 \cdot 10^2 & 2,15 \cdot 10^4 & 6,64 \cdot 10 \\ 1,28 \cdot 10^4 & 4,48 \cdot 10 & -8,97 \cdot 10^3 & -3,14 \cdot 10 \end{bmatrix}$

Tbl.6.5: Reglerparameter für den Arbeitspunkt in radialer Richtung XZ / YZ

Für die Einstellung der RBFN-Expertensysteme werden die Parameter in Anh.6.11 verwendet.

Die vorangehend qualitativen Aussagen über den Regler für die verschiedenen Arbeitspunkte werden durch die in Anh.6.12 und Anh.6.13 abgebildeten Eigenwerte, Pole, Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises bestätigt. Für den nicht gyroskopischen Fall, ergeben sich für die homogene Form vier Eigenwerte λ_k , $k = 1 \dots 4$ für die radiale Richtung in Anh.6.13, und zwar zwei doppelte, die zudem konjugiert imaginär sind. Zur Stabilisierung sind die Eigenwerte des Systems so zu verschieben, dass diese ausnahmslos negative Realteile besitzen, wobei deren Lage des Bewegungsverhaltens des Rotors bestimmt. Wegen der Symmetrie des Schwingungssystems liegen also nur zwei unterschiedliche Eigenfrequenzen ω_{Na} vor.

Parametrierung des RBFN-Expertensystems

Besonders hervorzuheben sind zwei RBFN-Expertensysteme für die Adaption der Parameter k_{u-1} und k_{u-2} in axialer Richtung. Die Einstellungen der Stützstellen der Neuronen und der Netz-Gewichte werden durch die definierten Arbeitspunkte und die dazugehörigen Reglerparameter aus Tbl.6.4 durchgeführt. Die Glättungsfaktoren sind in Anh.6.11 dargestellt. Für die Erstellung des Expertensystems werden die folgenden Einstellwerte verwendet.

Einstellwerte	Erläuterung
$m = 10$	Antwortlänge
$T = 100 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	Abtastzeit
$\eta = 1 \cdot 10^{-2}$ für k_{u-1}	Lernschrittweite
$\eta = 1 \cdot 10^2$ für k_{u-2}	Lernschrittweite
$\sigma_{NN} = 0.68$ für k_{u-1}	Initialer Glättungsfaktor
$\sigma_{NN} = 0.70$ für k_{u-2}	Initialer Glättungsfaktor
$m_r = 25$	Anzahl der Basisfunktionen

In Abb.6.36 und Abb.6.37 sind die erstellten RBFN-Expertensysteme durch das Kennfeld dargestellt.

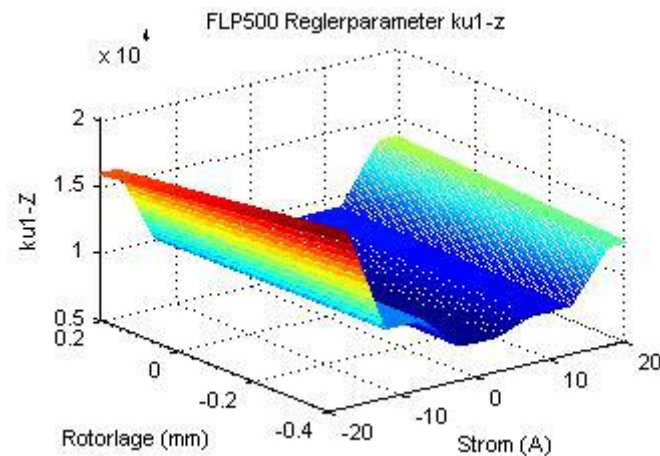


Abb.6.36: Darstellung des RBFN-Expertensystems für k_{U-1}

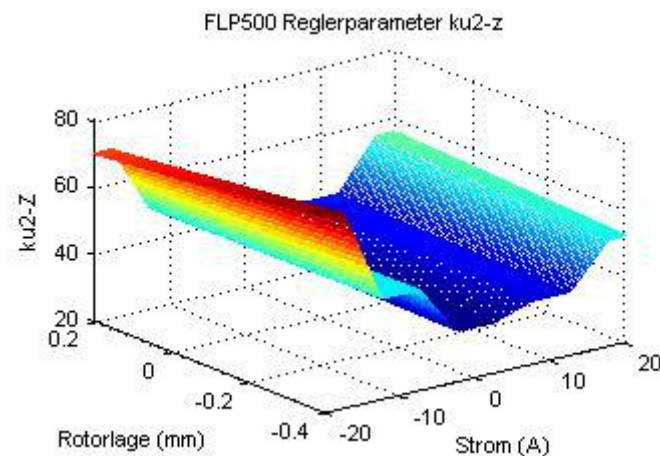


Abb.6.37: Darstellung des RBFN-Expertensystems für k_{U-2}

In diesem Abschnitt sind die RBFN-Expertensysteme für die Regler-Adaption präsentiert. Die in Tbl.6.4. aufgelisteten Ergebnisse dienen als die Radius-Basisfunktionen in Expertensystem. Die Breite der Gauß-Funktion in Radius-Basisfunktionen werden mit Lernmaterial adaptiert (siehe Glättungsfaktoren in Anh.6.11). Als Ergebnisse werden die Expertensysteme durch das Kennfeld in Abb.6.36 und Abb.6.37 zusammengefasst.

6.4.4 Fazit

Identifikationsverfahren

Die vorstehenden Abschnitte zeigen die Praktikabilität des neuartigen Identifikationskonzeptes im Fachbereich der aktiven Magnetlager auf. In der vorliegenden Arbeit wird ein Konzept entwickelt, das durch Verwendung des Adaline-Netzes eine Online-Identifikation der Übertragungsfunktion der Leistungselektronik (siehe Abschnitt 6.4.1.2), der Kraftwirkung und der Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten (siehe Abschnitt 6.4.1.1) ermöglicht und somit eine schnelle Bewertung des Anlagenzustandes als Online-Diagnose gestattet.

Die in Abschnitt 6.4.1.1 entwickelte Online-Identifikation der Kraftwirkung und Koeffizienten in Rotordynamik (siehe Abb.6.21 und Abb.6.22) mit der in Abb.6.20 dargestellten Methode kann mit ausreichender Schnelligkeit, Robustheit gegen Prozessrauschen und Störung durchgeführt werden.

Anhand der Identifikationsergebnisse aus Abb.6.21 und Abb.6.22 geschieht die Generierung des Kennfelds der Magnetkraft in Abb.6.23 und Abb.6.24 aus den in Tbl.6.2 aufgelisteten Arbeitspunkten. Für die Linearisierung der Magnetkraft erfolgt die Regression statt der klassischen Methode (sog. Gradienten-Methode) zum Einsatz, deren Verwendbarkeit bzw. Genauigkeit werden bei mehreren lokalen Arbeitspunkten nachgewiesen. Diese dient als Grundlage bei der Entwicklung der linearen Regelung bzw. Festlegung von Stabilität-Grenze.

Zum Einsatz in Leistungselektronik mit Stromverlauf in Abb.6.26 kommen dabei die neuartigen Methoden (siehe Abb.6.25) mit geringer Rechenleistung und verbesserter Plausibilität (siehe Abb.6.27 bis Abb.6.30) im Vergleich zur konventionellen Identifikationsmethode in Quelle [Gärtner, 2007].

Regler und Filter-Adaption

Nach Online-Identifikation der Übertragungsfunktion der Leistungselektronik in Abschnitt 6.4.1.2, der Kraftwirkung, der Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten bzw. Arbeitspunkt-abhängiger Linearisierung der Kraftwirkung in Abschnitt 6.4.1.1 kann der RBFN-Expertenalgorithmus den Regler und das Kalman-Filter auf jeden Arbeitspunkt adaptieren bzw. dazu anpassen.

Zum erstens wird ein klassischer PID-Regler in Abb.6.32 in Abschnitt 6.4.3.1 entwickelt und als das zum Grund liegende Regelkonzept dient. Die Diskussion wichtiger Designaspekte wie Regelbarkeit, Steuerbarkeit, Stabilisierbarkeit, dynamische Eigenschaft bzw. Robustheit wird in Abschnitt 6.4.2 und 6.4.3.2 komplettiert. Der Entwurf der adaptiven Regelung basiert auf einer kombinierten Adaption in Abschnitt 5.4 und lässt sich in seiner Gliederung:

- Adaption der lokalen Modelle, sog. Nichtlinearität, in Abb.5.6
- Adaption des globalen Modells, sog. Modellunsicherheit, in Abb.5.7
- Adaption des RBFN-Expertensystems in Abb.5.8

auf mehrere Auslegungsaufgaben übertragen.

Nach Festlegung der Reglerparameter aus Riccati-Funktion für mehrere Arbeitspunkte in Tbl.6.4 wird ein LQR-Zustandsregler mit RBFN als Adaption erstellt. Ein Überblick der Expertenkenntnisse wird durch das Kennfeld in Abb.6.36 und Abb.6.37 gegeben.

Unter Nutzung der adaptiven MIMO-Zustandsregelung in Abschnitt 6.4.3.2 bzw. adaptiven Kalman-Filterung in Abschnitt 6.4.2 durch axiale und radiale Experimente an Versuchsständen werden die Vorteile des neuartigen Konzeptes nachgewiesen.

6.5 Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung

6.5.1 Vorarbeiten und Übersicht

Aufgabe war der experimentelle Nachweis der Funktionsfähigkeit des Konzeptes. Aus den Erkenntnissen des Identifikationsverfahrens wurden weiterführende Regler- und Filtersparameter abgeleitet. Der Versuchsdurchlauf umfasste folgende Schritte:

- klassisches Konzept, sog. PID-Regler mit Frequenz-Filter, siehe 6.4.3.1
- adaptiver Zustandsregler mit adaptivem Kalman-Filter, siehe Abschnitt 6.4.2 und 6.4.3.2

Zur Inbetriebnahme wurden gegen drei Versuchsgruppen durchgeführt:

- Anfahrt und Abfahrtexperimente in Abschnitt 6.5.2
- Experimente zum Störverhalten in Abschnitt 6.5.3
- Experimente zum Umdrehungsverhalten in Abschnitt 6.5.4 und Anh.6.16

Physikalische Messung des Mess- und Prozessrauschens

Um das in Abschnitt 4.1 dargestellte Systemrauschen experimentell zu ermitteln bzw. die in Abschnitt 4.4.3 dargestellten Störprozess-relevanten Elemente im Kalman-Filter zu initialisieren, wird zuerst die Anlage unter statischen Bedingungen betrieben. Der Position- und Stromsollwert werden auf Konstant gesetzt. Zusätzlich wird angenommen, dass die Sensoren keinen Offset-Drift aufweisen und deren Sensitivität genau bestimmt und konstant ist. Dazu werden aus den Daten der Lagemessung von Abb.6.38 bis Abb.6.40 und den Daten der Strommessung in Abb.6.41 die Messwerte der einzelnen Sensoren generiert. Daraus wird die Varianz des Störprozesses in Tbl.6.6 ermittelt.

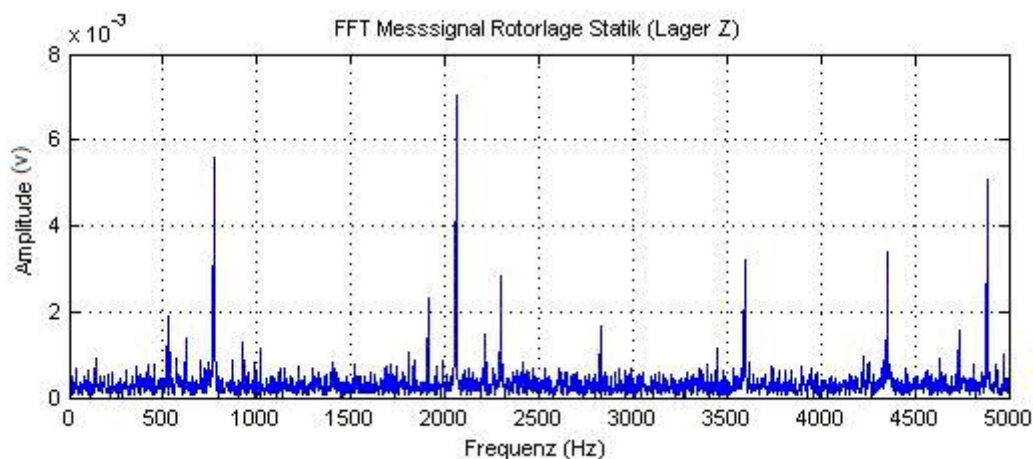


Abb.6.38: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung (Stillstand, Axialrichtung Z)

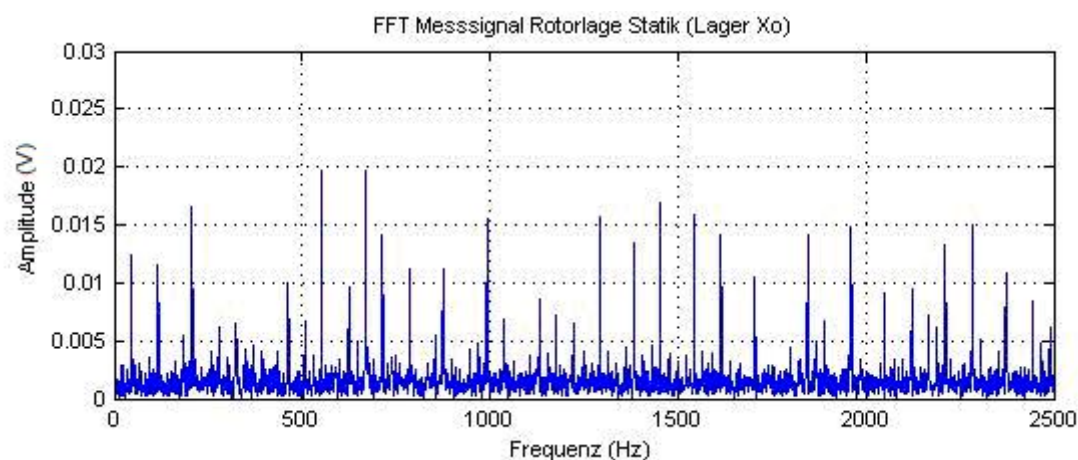


Abb.6.39: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung (Stillstand, Radialrichtung Xo)

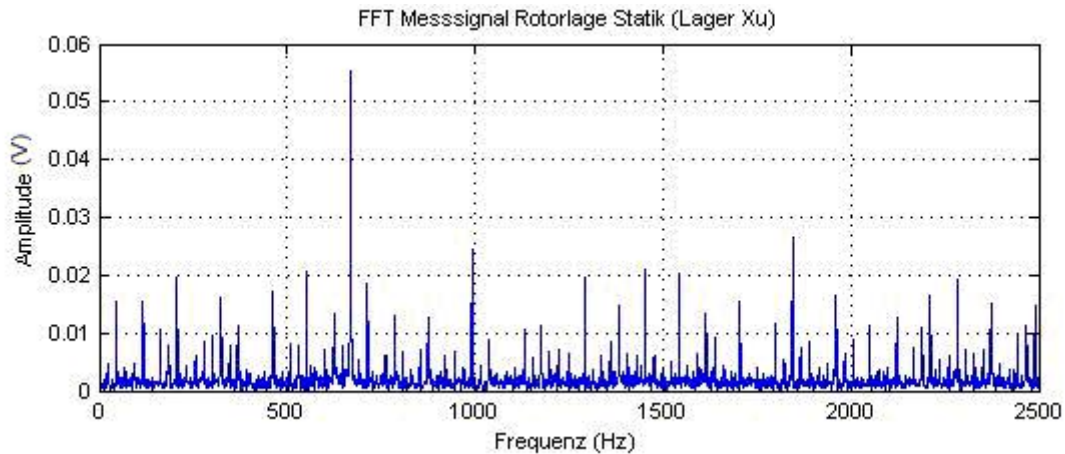


Abb.6.40: FFT der Messwerte des Lagesensors unter statische Bedingung
(Stillstand, Radialrichtung Xu)

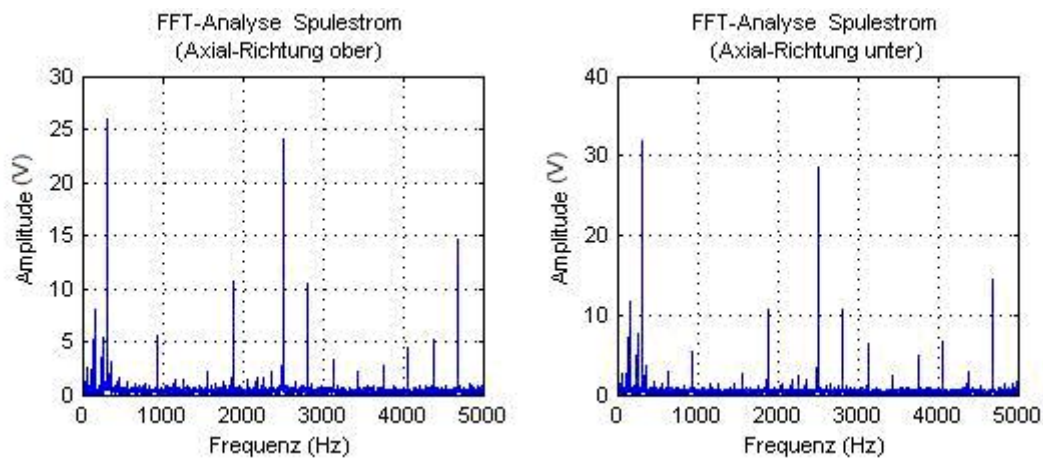


Abb.6.41: FFT der Messwerte des Stromsensors unter statische Bedingung
(Grunderregung, Axialrichtung Z)

Die optimalen Werte für die Mess- und Prozessrauschen-Kovarianzen im Kalman-Filter sind in diesem Fall gegeben. Tbl.6.6 zeigt die Abhängigkeit des Zustands des Rauschens von den statischen Arbeitspunkten.

Messobjekt	Varianz	Standards- Abweichung	Mittelwert	Bemerkung
Lagemessung Z	$2 \cdot 10^{-4} \text{ V}^2$	0,0148 V	-8,8134 V	Messrauschen
Lagemessung Xo / Yo	$50 \cdot 10^{-4} \text{ V}^2$	0,0704 V	0,4631 V	
Lagemessung Xu / Yu	$89 \cdot 10^{-4} \text{ V}^2$	0,0942 V	0,2772 V	
Strommessung Z	0,0310 A ² (positive Seite)	0,1762 A (positive Seite)	20,0364 A (positive Seite)	Prozessrauschen bei Grunderregung
	0,0426 A ² (negative Seite)	0,2063 A (negative Seite)	20,0467 A (negative Seite)	

Tbl.6.6: Zusammenfassung des Mess- und Prozessrauschens im Stillstand

6.5.2 Anfahrtexperiment und Führungsverhalten

Führungsexperiment mit zusätzlicher mechanischen Stabilisierung

Der Anfahrt- und Abfahrtvorgang in Z-Richtung (Vertikalrichtung) ist eine besondere regelungstechnische Aufgabe. Die Welle muss aus der unteren Randlage in die Soll-Lage gehoben werden. Entsprechend dieser realisierten Regelkonzepte wurde im Versuch rampenförmigen Verlauf vorgegeben. Im Anfahrt- und Abfahrtverlauf wird die Folgefunktion ausgewertet. Dazu wird auf den Eingang des Leistungsverstärkers eine fest vorgegebene Funktion (rampenförmig) als Sollposition aufgeprägt. Durch das Zu- und Abschalten der Leistungsverstärker und Regler des Magnetlagerregelkreises wird die Welle in die Sollposition rampenförmig gehoben und zum Schweben oder Stillstand gebracht, siehe Abb.6.42 und Abb.6.43.

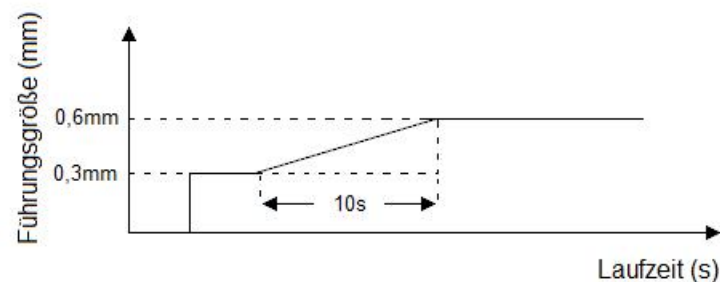


Abb.6.42: Grafische Darstellung der rampenförmigen Anfahrt

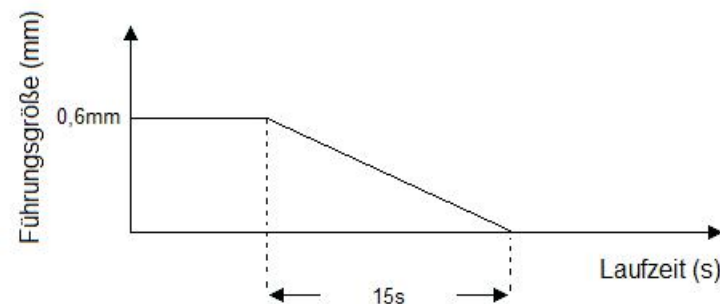


Abb.6.43: Grafische Darstellung der rampenförmigen Abfahrt

Zur Erreichung der eingangsformulierten Zielstellung wurden die Experimente bei Wellendrehzahl $n = 0$ U/min mit folgenden Schritten durchgeführt:

1. Aufnahme der Signalverläufe des Wellenlagesensors, des Reglerausgangs und der Magnetlagerströme beim Zuschalten der Magnetlager.
2. Kenngrößenuntersuchung, sog. Untersuchung des Anfahrt- und Abfahrtvorgangs in axialer Richtung

Das Führungsverhalten des magnetisch gelagerten Rotors kann durch die rampenförmige Antwort in den axialen Freiheitsgraden beschrieben werden. Typisch dafür ist die Stabilität, die schnelle Ausregeln des Sprunges, als auch eine kleine Überschwingweite, siehe Abb.6.44 und Abb.6.45.

Der Rotor schwebt ruhig und leise mit einem leichten, jedoch hörbaren Rauschen. Die Messungen belegen, dass das Rauschen der Lagesensoren, sich mit weniger als 0,002 mm auf die Messwerte niederschlägt. In Betrachtung der absoluten Genauigkeit von 0,004 mm der Sensoren sind dies hervorragende Werte. Die Abb.6.44 und

Abb.6.45 zeigen den Verlauf eines Anfahrt- und Abfahrtvorganges mit Fallmasse (Reibkonus, siehe Element RK III in Abb.6.2). Die Signalverläufe des axialen Wellenlagesensors und der Magnetlagerströme sind in weiteren Abbildungen Abb.6.46, Abb.6.47 und Abb.6.48 dargestellt.

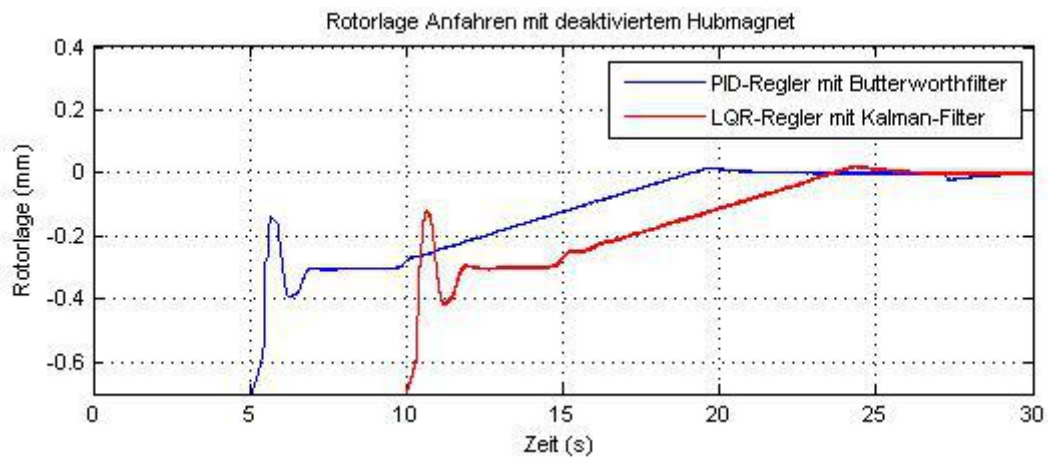


Abb.6.44: Das gefilterte Messsignal der Rotorlage in Anfahrtextperiment mit zusätzlicher Stabilisierung aus Reibkonus („PID-Regler mit Frequenzfilter“ und „LQR-Regler mit Kalman-Filter“)

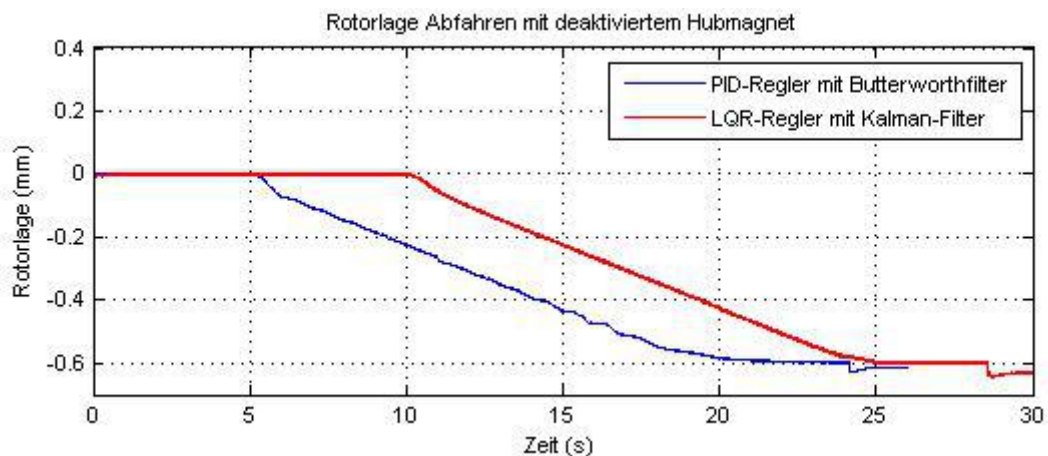


Abb.6.45: Das gefilterte Signal der Rotorlage in Abfahrtexperiment mit zusätzlicher Stabilisierung aus Reibkonus („PID-Regler mit Frequenzfilter“ und „LQR-Regler mit Kalman-Filter“)

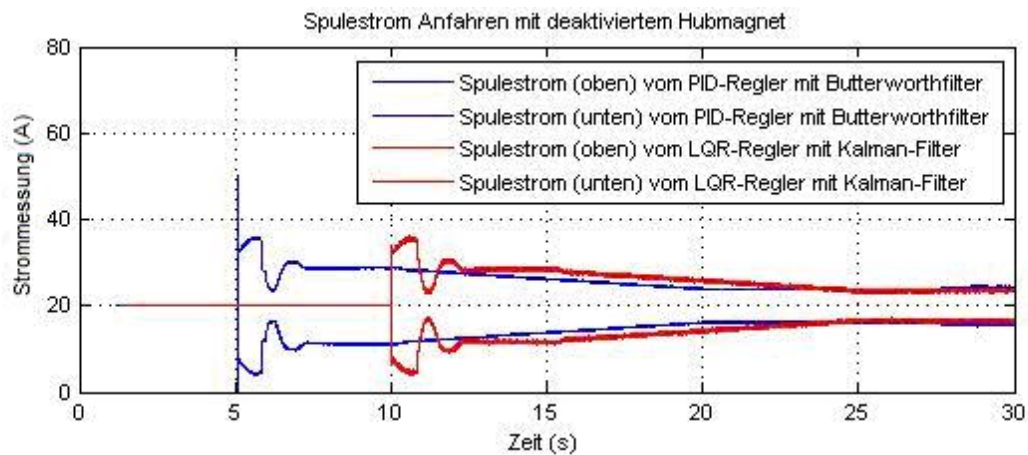


Abb.6.46: Das Messsignal der Spulenströme in Anfahrtextperiment („PID-Regler mit Frequenzfilter“ und „LQR-Regler mit Kalman-Filter“)

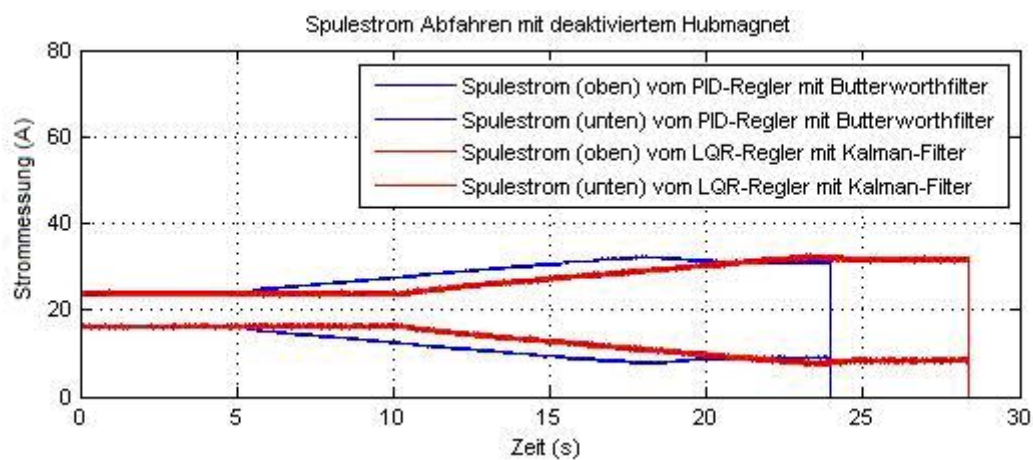


Abb.6.47: Das gefilterte Messsignal der Spulenströme in Abfahrtexperiment („PID-Regler mit Frequenzfilter“ und „LQR-Regler mit Kalman-Filter“)

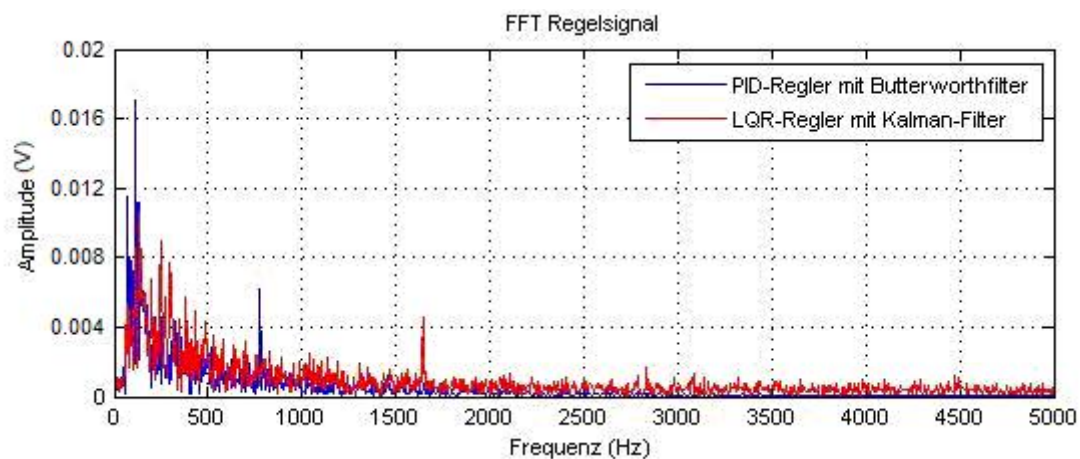


Abb.6.48: FFT-Analyse der gefilterten Messsignale der Steuergrößen im Experiment mit zusätzlicher Stabilisierung aus Reibkonus („PID-Regler mit Frequenzfilter“ und „LQR-Regler mit Kalman-Filter“)

Erkennbar ist der Signalverlauf des Regelkonzeptes „PID-Regler mit Frequenzfilter“ mit Ein- / Umschalten um die 5. Sekunde sowie des Regelkonzeptes „LQR-Regler mit Kalman-Filter“ mit Ein- / Umschalten um die 10. Sekunde. Die Welle wird gehoben, bis

nach ca. 15 s die Soll-Lage erreicht ist. Nach Umschaltung der Sollwertvorgabe steigt die Welle ab, bis nach ca. 15 s der Stillstand erreicht ist. Zu bemerken ist der maximale Spulenstrom im Regelkonzept „PID-Regler mit Frequenzfilter“ nach Zuschaltung der Magnetlagerung und die reduzierte maximale Amplitude der Regelsignale vom Regelkonzept „LQR-Regler und Kalman-Filter“.

Führungsexperiment ohne zusätzlicher mechanischen Stabilisierung

Die Abb.6.49 zeigt die Antwort bei einem Sollwert-Sprung der axialen Achse mit / ohne Fallmasse (Reibkonus) vom Regelkonzept „LQR-Regler und Kalman-Filter“. Hierin ist das Übersprechen und die Ausregelzeit mit Fallmasse von ca. 1,9 s. (Anfahren mit deaktiviertem Hubmagnet, mit zusätzlicher Stabilisierung) und ohne Fallmasse ca. 1,4 s (Anfahren mit aktiviertem Hubmagnet, ohne zusätzlicher Stabilisierung) zu erkennen. In dem 2. Verfahren sind die Ergebnisse mit einer größeren Überschwingweite von 0,28 mm etwas schlechter als Verfahren (Anfahren mit deaktiviertem Hubmagnet) mit Überschwingweite 0,18 mm.

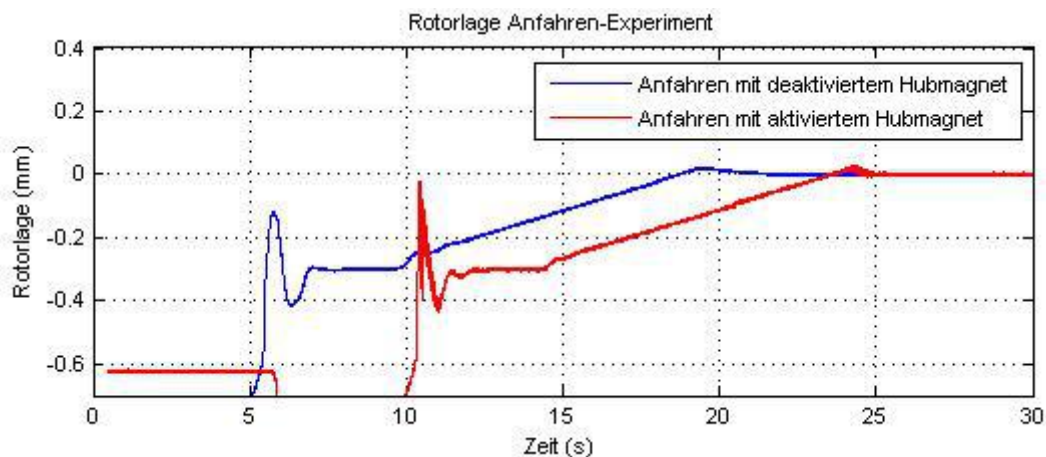


Abb.6.49: Das gefilterte Signal der Rotorlage in Anfahrtextperiment mit deaktiviertem Hubmagnet (mit zusätzlicher Stabilisierung) und mit aktiviertem Hubmagnet (ohne zusätzlicher Stabilisierung) für Regelkonzept „LQR-Regler mit Kalman-Filter“

Unter rein praktischen Gesichtspunkten stellt ein Hubmagnetanteil bzw. ein radiales Fanglager (siehe Element RK III in Abb.6.2) ebenfalls ein schwingungsfähiges Gebilde dar, wobei unter realen Aspekten die Steifigkeit und Dämpfung wesentlich extra verstärkt werden, womit die geschilderten Lagesignale (Abfahren mit deaktivierten Hubmagnet) mit reduzierter Schwingung zu sehen ist in Abb.6.50.

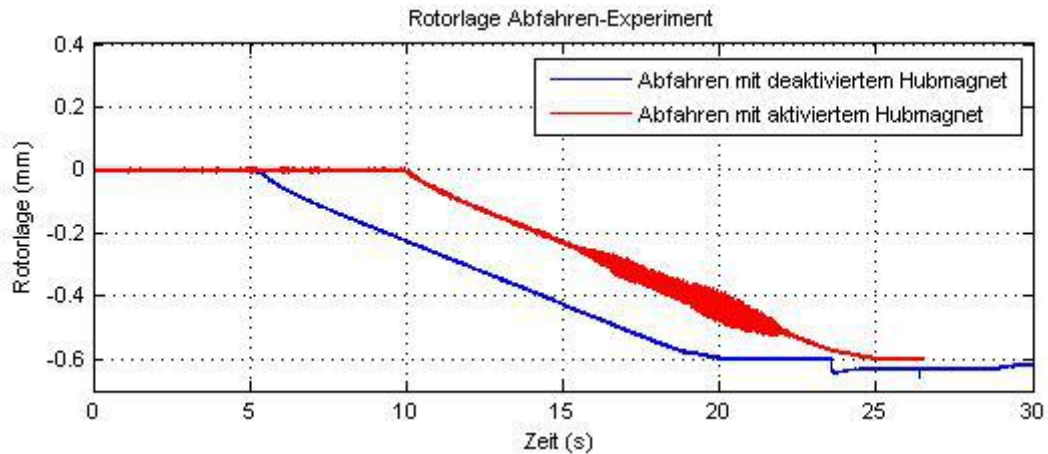


Abb.6.50: Das gefilterte Messsignal der Rotorlage in Abfahrtexperiment mit deaktiviertem Hubmagnet (mit zusätzlicher Stabilisierung) und aktiviertem Hubmagnet (ohne zusätzlicher Stabilisierung) für Regelkonzept „LQR-Regler mit Kalman-Filter“

Idealerweise hätte die Lageregelung oder allgemein ein Schwingungssystem mit mechanisch kontaktfreier Anfahrt / Abfahrt benutzt werden müssen, welche aufgrund der Gegebenheiten des klassischen Regelkonzeptes, sog. PID-Regler mit Tiefpass-Filter, allerdings nicht möglich war.

Eine FFT-Analyse der Lage-Signale vom An- und Abfahrtexperiment in Abb.6.51 zeigt ein durchweg niederfrequente Schwingen, insbesondere die Reduzierung der Schwingung durch extra mechanische Wirkung.

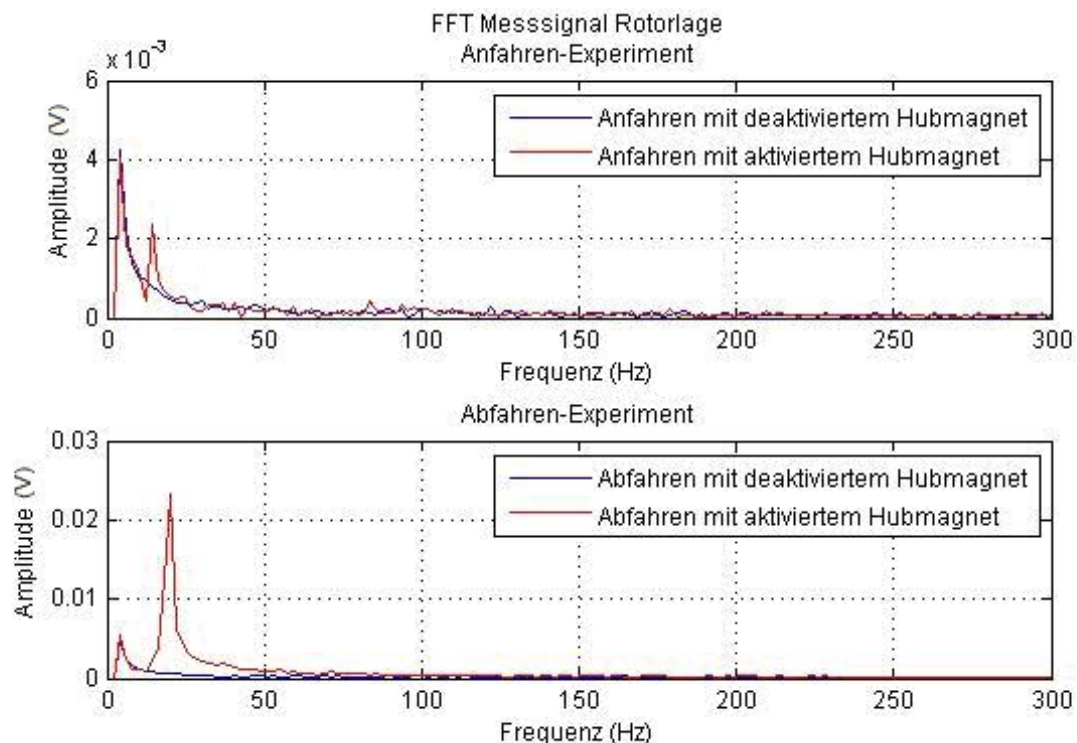


Abb.6.51: FFT-Analyse der Messsignale der Rotorlage vom An- und Abfahrtexperiment mit deaktiviertem Hubmagnet (mit zusätzlicher Stabilisierung) und mit aktiviertem Hubmagnet (ohne zusätzlicher Stabilisierung)

Frequenzanalyse des Regelverhaltens

Bei Verwendung konventioneller Tiefpass-Filtern zur Lagemessung wird die erreichbare Dynamik durch die Reduzierung der Verstärkungsamplituden normalerweise so stark beeinträchtigt. Aus diesem Grund ist das Regelkonzept für eine hohe Dynamik nur begrenzt geeignet.

Die Abb.6.52 zeigt beispielhaft den Frequenzgang des offenen Prozessgliedes (inkl. Leistungselektronik, Rotordynamik, Sensorik, ohne / mit der Frequenz-Filterung) für die Magnetlagerung in axialer Richtung Z. Für beide Fälle wurde bei einem konstanten Sollwert eine Lageregelung durchgeführt. Bei Verwendung eines Frequenz-Filters ergibt sich ein nahezu nichtlineares Verhalten. Erst bis ca. 10 Hz zeigt sich eine merkliche Verstärkungsreduzierung und Phasenverzögerung, während dies dagegen vom 10 Hz bis 100 Hz nahezu konstant bleiben. Die Tiefpass-Filterung verursacht einen deutlichen Amplitudenverstärkungsabfall ab 100 Hz. Bereits bei ca. 1000 Hz erreicht die Amplitudenverstärkung mittels der Filterung den niedrigsten Wert, ca. -100 dB, aber ab 1000 Hz steigt die Verstärkung. Im Gegensatz dazu ist die Verwendung ohne Filter schlecht geeignet, da die Amplituden deutlich verstärkt werden und die Stabilität durch Einfluss des Rauschens beeinträchtigt wird.

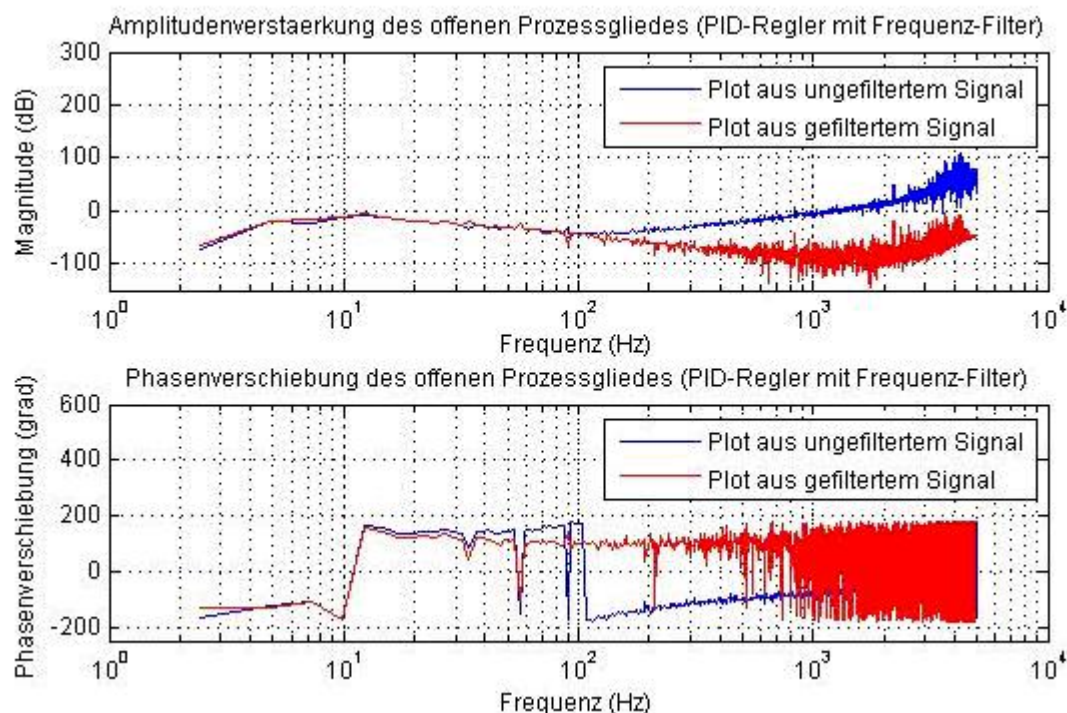


Abb.6.52: Frequenzgang und Phasenverschiebung eines offenen Prozessgliedes mit / ohne Frequenz-Filterung (inkl. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung sowie Filterung), erfasst durch die Messdaten der Steuersignale, der ungefilterten und gefilterten Messsignale

Besonders deutlich ist der Frequenzgang der Ein- und Ausgangssignale über dem Kalman-Filter, siehe Abb.6.53. Das Kalman-Filter lässt keinen Unterschied in Amplitudenverstärkung bzw. Phasenverschiebung für die verschiedenen Frequenzen erkennen, während beim ungefilterten Ein- und Ausgangssignal ab $10^{2.1}$ Hz ein deutlicher Aufstieg der Amplitudenverstärkung bzw. Änderung der Phasenverschiebung sichtbar sind, welche bei zunehmender Frequenz aufsteigt.

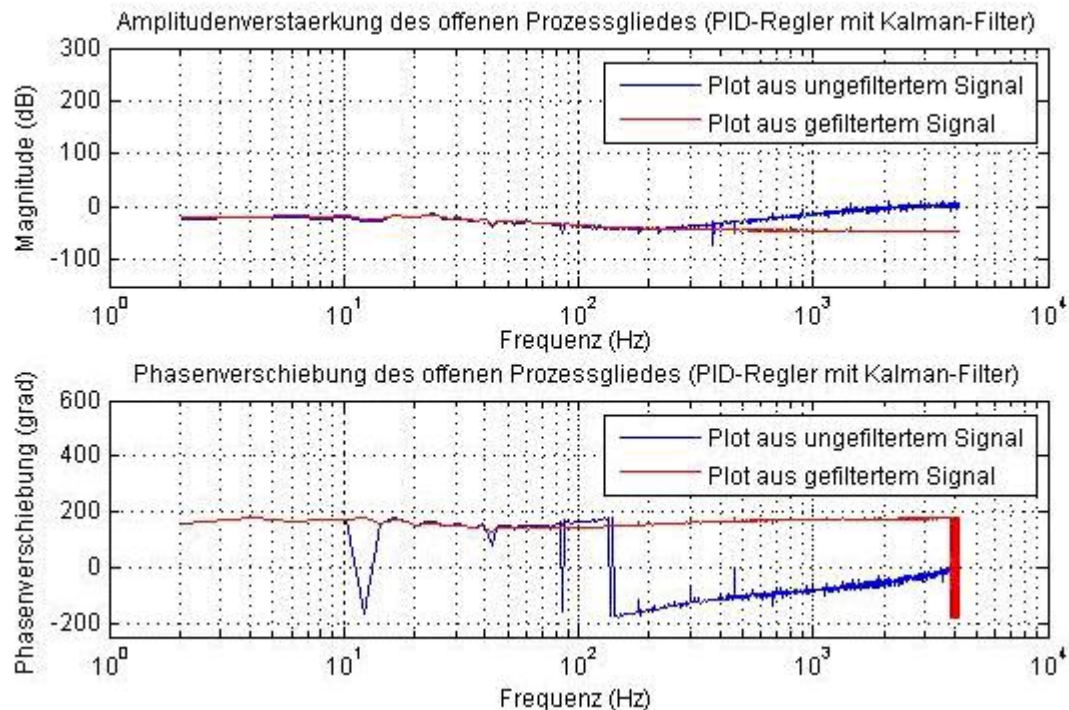


Abb.6.53: Frequenzgang und Phasenverschiebung eines offenen Prozessgliedes mit / ohne Kalman-Filterung (inkl. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung, sowie Filterung) , erfasst durch die Messdaten der Steuersignale, der ungefilterten und gefilterten Messsignale

6.5.3 Experiment zum Störverhalten

Ziel der durchgeführten Versuche war, die Regelkonzepte unter Störverhalten zu überprüfen. Dabei wurde mittels am Versuchsstand realisierbarer Störkräfte im axialen Lager die Funktionsfähigkeit nachgewiesen. Zur Recherche vom Regelverhalten in axialer Lagerung wurden Versuchsreihen mit den verschiedenen Arbeitspunkten aufgenommen.

Zur Erreichung der Zielstellung wurden die Experimente bei verschiedener Rotor-Lage ($x_{\text{Rotor}} = 0,1 \text{ mm}$ als „p1“, $x_{\text{Rotor}} = 0 \text{ mm}$ als „0“, $x_{\text{Rotor}} = -0,1 \text{ mm}$ als „m1“ $x_{\text{Rotor}} = -0,2 \text{ mm}$ als „m2“) mit Simulieren der Kraftstörung aus Hubmagneten durchgeführt. Das Ziel dabei lautet:

1. Aufnahme der Signalverläufe des Wellenlagesensors, des Reglerausgangs und Kalman-Algorithmus
2. Auswertung und Untersuchung des Störverhaltens in axialer Richtung

Neben dem Führungsverhalten ist auch das Antwortverhalten auf äußere Störkräfte von Interesse. Hierbei wurde mithilfe einer gesteuerten Fallmasse des radialen Fanglagers ein Impuls auf den Rotor eingebracht.

Der Rotor schwebt im stabilen Zustand. Der Hubmagnet wird zugeschaltet, dann sinkt ein Reibkonus vom radialen Fanglager auf den Rotor. Dadurch wirken eine Belastung und eine Federkraft auf den Rotor, siehe Abb.6.2. In wenigen Sekunden wird Hubmagnet angeschaltet, das Reibkonus wird hochgezogen und die Wirkung des Reibkonus auf den Rotor verschwindet. Der komplette Störvorgang ist in etwa. 17 s abgeschlossen.

Die folgenden Abbildungen von Abb.6.55 bis Abb.6.58 zeigen detaillierte Verläufe der Wellenlagen bei umgeschalteter Hubmagneten und zeichnen die Messwerte im Normalbetrieb und bei auftretenden Störungen auf. Abb.6.54 zeigt das Regelverhalten von vier Arbeitspunkten bei gleich definierter Störung aus der Fallmasse (sog. Reibkonus). Neben dem Verhalten der Belastung und Entlastung ist hier insbesondere ein Verlauf der Lageregelung der einzelnen Arbeitspunkte dargestellt, welches die Kennparameter des Systems visualisiert. Die Auslöschung der Schwingung und Reduzierung der Amplituden mit Nutzung des neuen Konzeptes sind deutlich sichtbar.

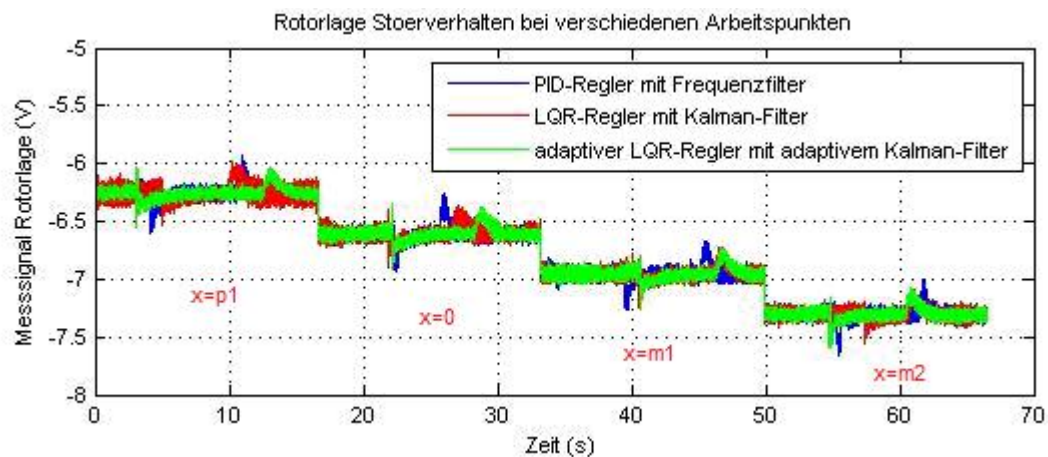


Abb.6.54: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten

Aus dem zugehörigen vergrößerten Diagramm von Abb.6.55 bis Abb.6.58 wird deutlich, dass das Konzept „adaptive Zustandsregelung mit adaptivem Kalman-Filter“ im Vergleich zum Konzept „Zustandsregler mit Kalman-Filter“ und Konzept „PID-Regler mit Frequenz-Filter“ über eine reduzierte Lage-Auslenkung sicher arbeitet und auch niedrige Amplituden der Schwingung zu erkennen vermag. Wie zu erwarten, kommt es durch Deaktivierung der Hubmagneten (Mittelanteil der Lage-Signale), zu einer reduzierten niederfrequenten Schwingung. Man erkennt auch die Nachschwingung aufgrund der Schwingung der starren Körper.

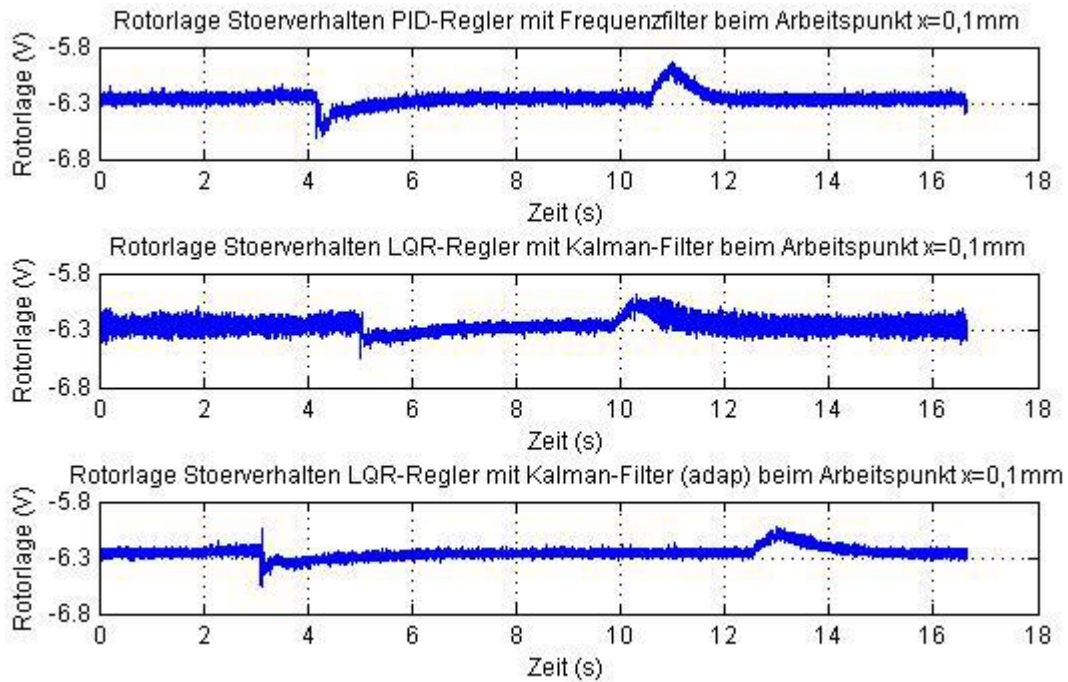


Abb.6.55: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=p1$)

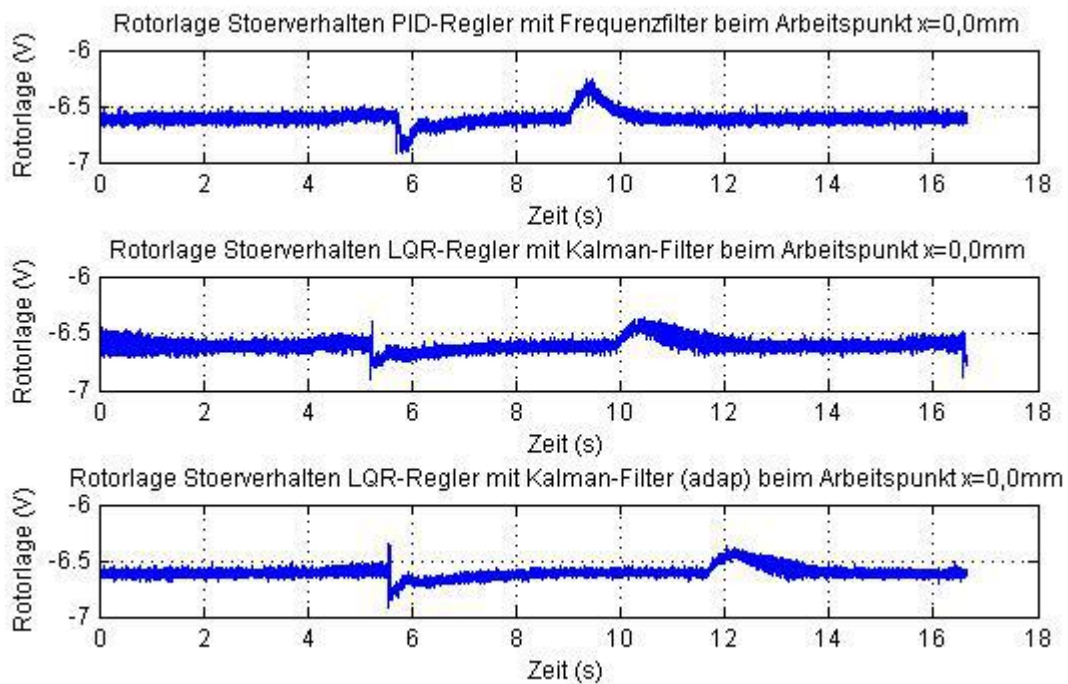


Abb.6.56: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=0$)

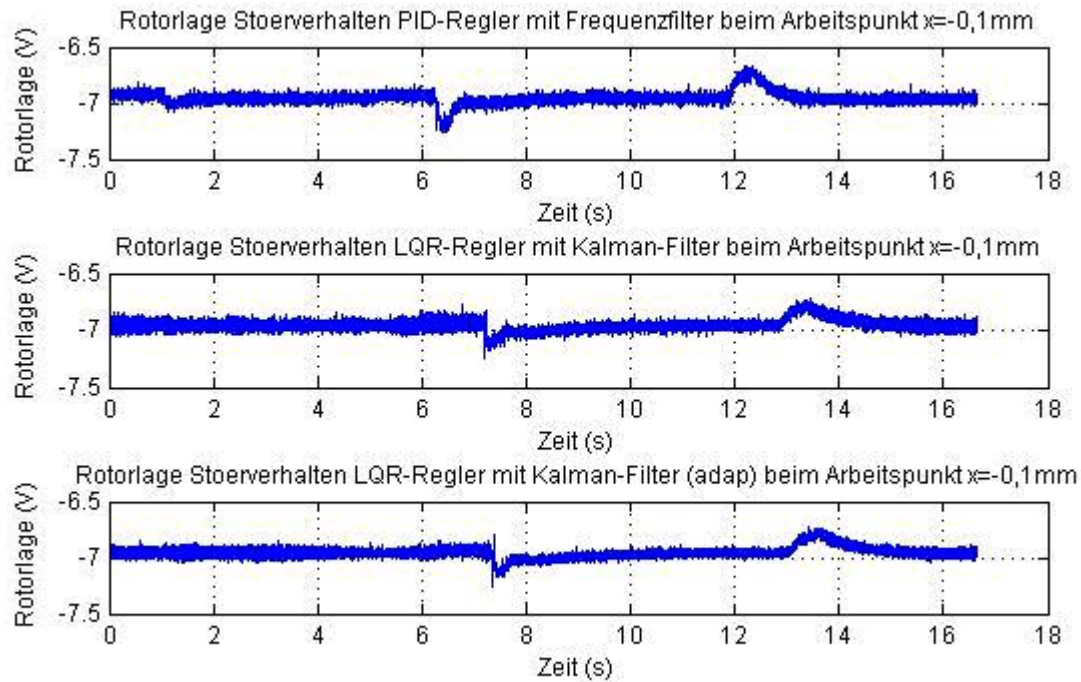


Abb.6.57: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m1$)

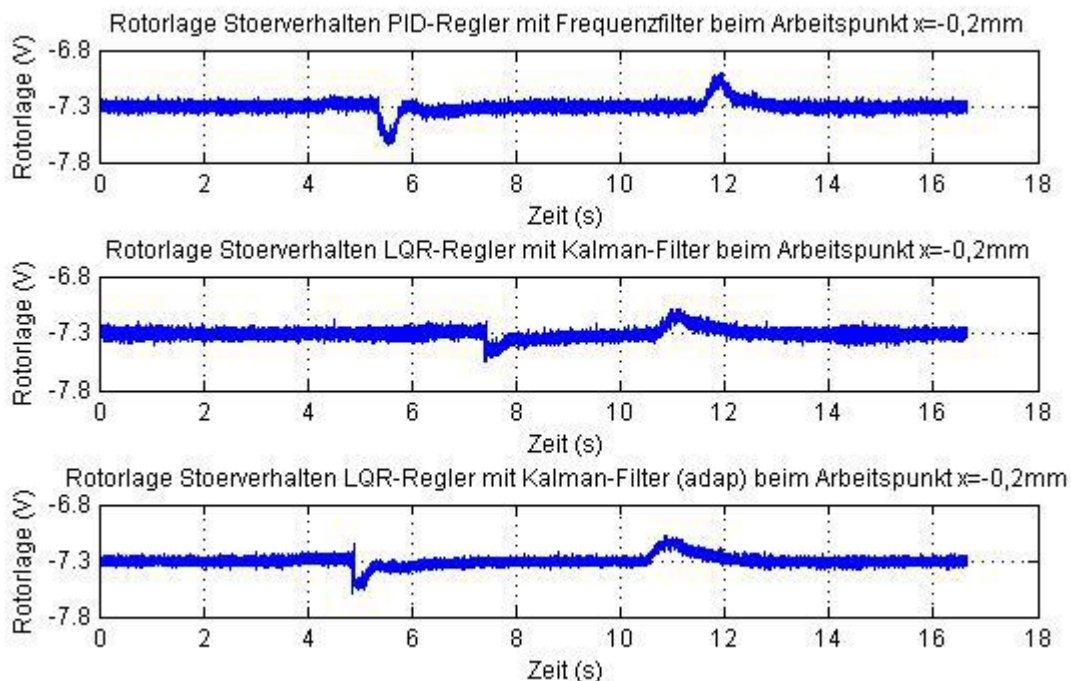


Abb.6.58: Messsignale der Rotorposition in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m2$)

Die Schwingung der starren Körper sind mittels der Frequenzanalyse der Messung nachweisbar und wirken sich hinsichtlich der Stabilität bzw. Genauigkeit auf die Positionierung aus. Schwebt die Welle bei angeschalteten Magnetlagern, ist im Amplitudenspektrum ein Peak erkennbar, verursacht durch Eigenschwingungen der

Magnetlagerung und Umgebungsschwingungen, siehe Abb.6.59 bis Abb.6.62.

Diese Frequenz, verursacht durch Umgebungsschwingungen, ca. 800 Hz, 1450 Hz, 840 Hz und 2600 Hz, ist beim Konzept „PID-Regler mit Frequenz-Filter“ mit etwas bemerkbarer Amplitude festzustellen. Diese Frequenz ist beim Konzept „Zustandsregelung und Kalman-Filterung“ mit sehr geringer Amplitude festzustellen, hier treten fast kaum Umgebungsschwingungen auf. Hieraus kann man schlussfolgern, dass das System „Zustandsregelung und Kalman-Filterung“ die Eigenschwingung der Maschine sowie die Umgebungsschwingung sehr effektiv reduzieren kann.

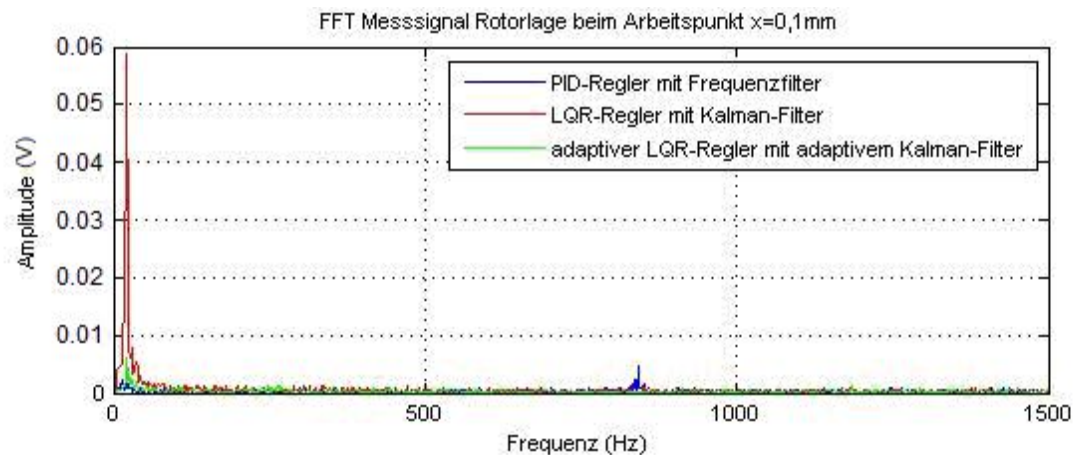


Abb.6.59: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=p1$

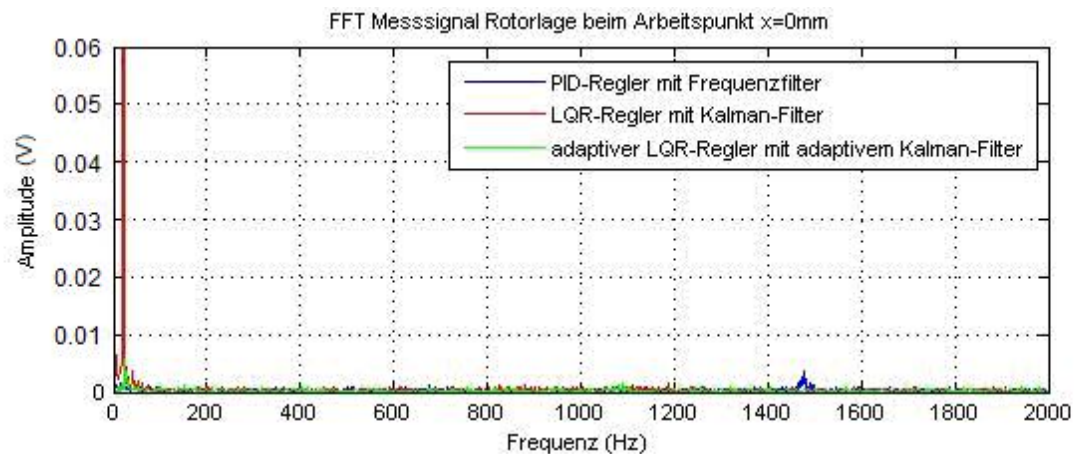


Abb.6.60: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=0$

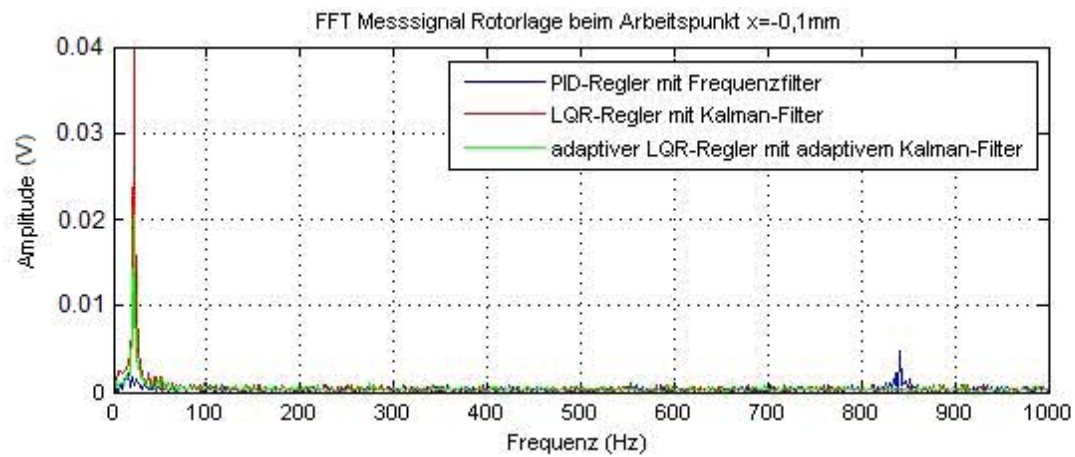


Abb.6.61: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=m1$

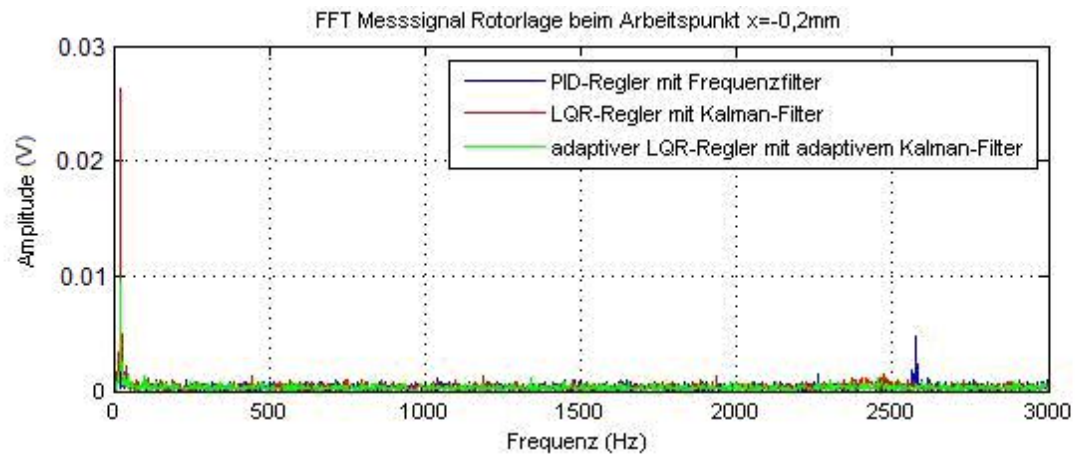


Abb.6.62: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=m2$

Die Reglerparameter bzw. die Kennparameter von Feder-Masse-Dämpfungssysteme stellen die Eigenfrequenzen des geregelten Systems dar. Mit dem Regelkonzept „adaptiver LQR-Regler mit adaptivem Kalman-Filter“ nehmen die Dämpfung und Steifigkeit im Vergleich zum Regelkonzept „LQR-Regler mit Kalman-Filter“ wesentlich zu. Weiterhin zeigen die Spektren des Konzeptes „LQR-Regler mit Kalman-Filter“ und „adaptiver LQR-Regler mit adaptivem Kalman-Filter“ die gute Übereinstimmung der Eigenfrequenzen der gemessenen Lage-Signale (ca. 30 Hz) zur Soll-Eigenfrequenz in Regler-Erstellung (ca. $200 \text{ rad/s} \approx 31,84 \text{ Hz}$). Allerdings nimmt dabei die Amplitude bei Eigenfrequenz deutlich ab, siehe Abb.6.63 bis Abb.6.66 und Tbl.6.7.

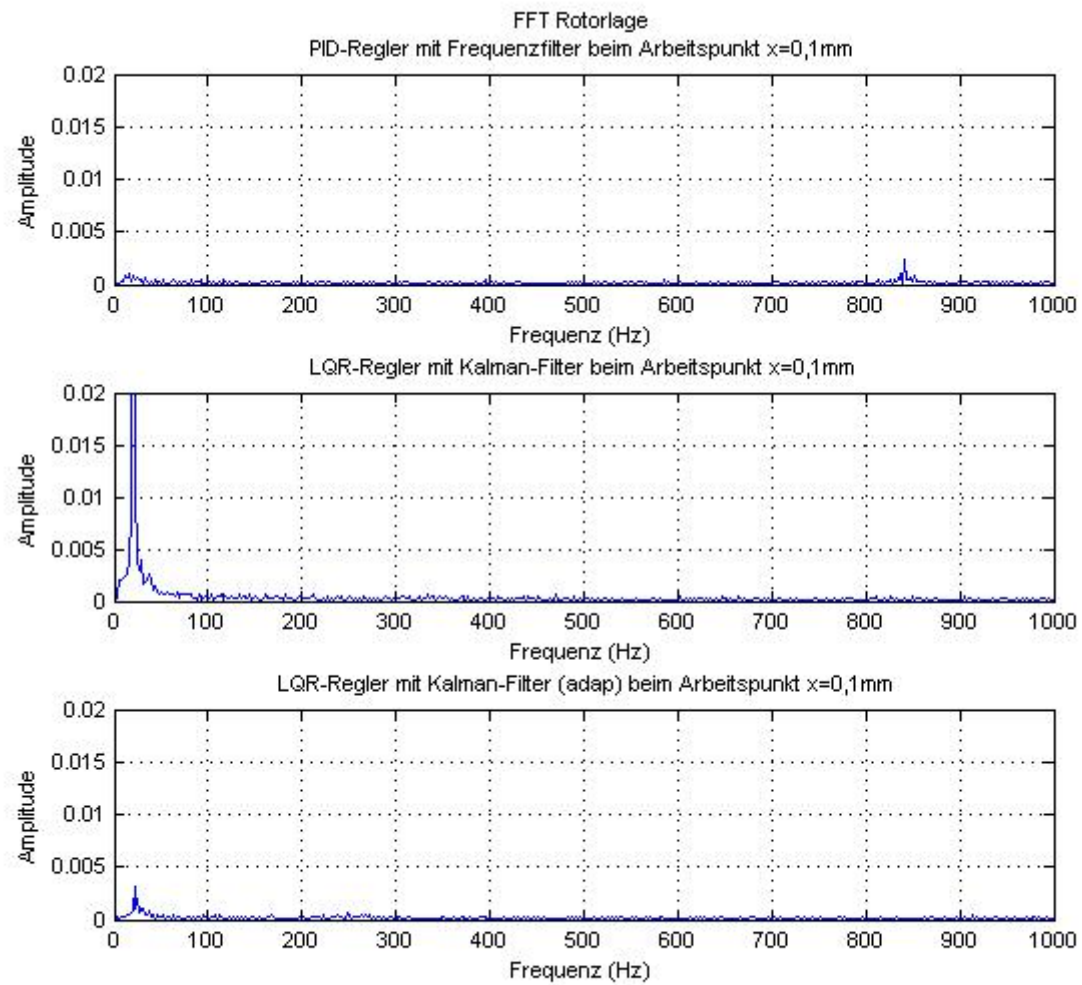


Abb.6.63: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=p1$

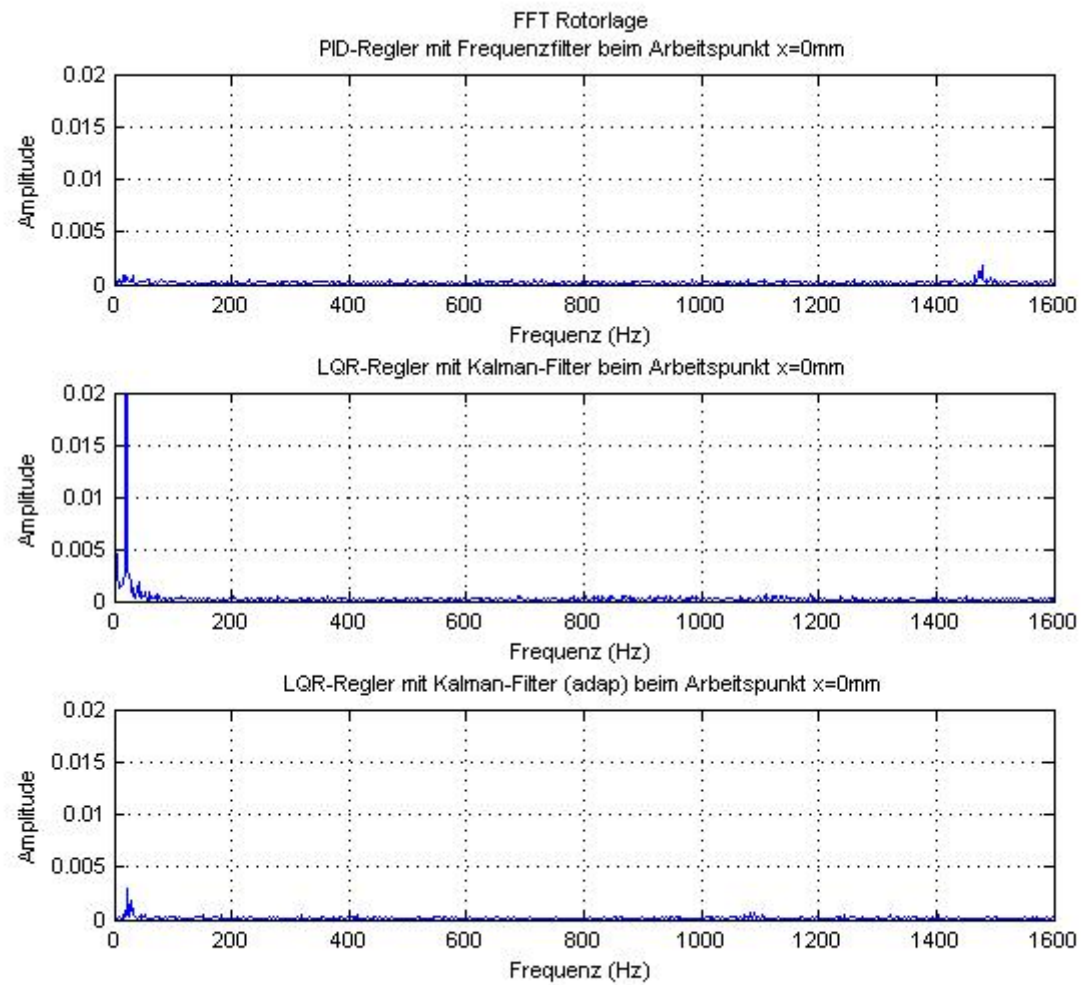


Abb.6.64: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=0$

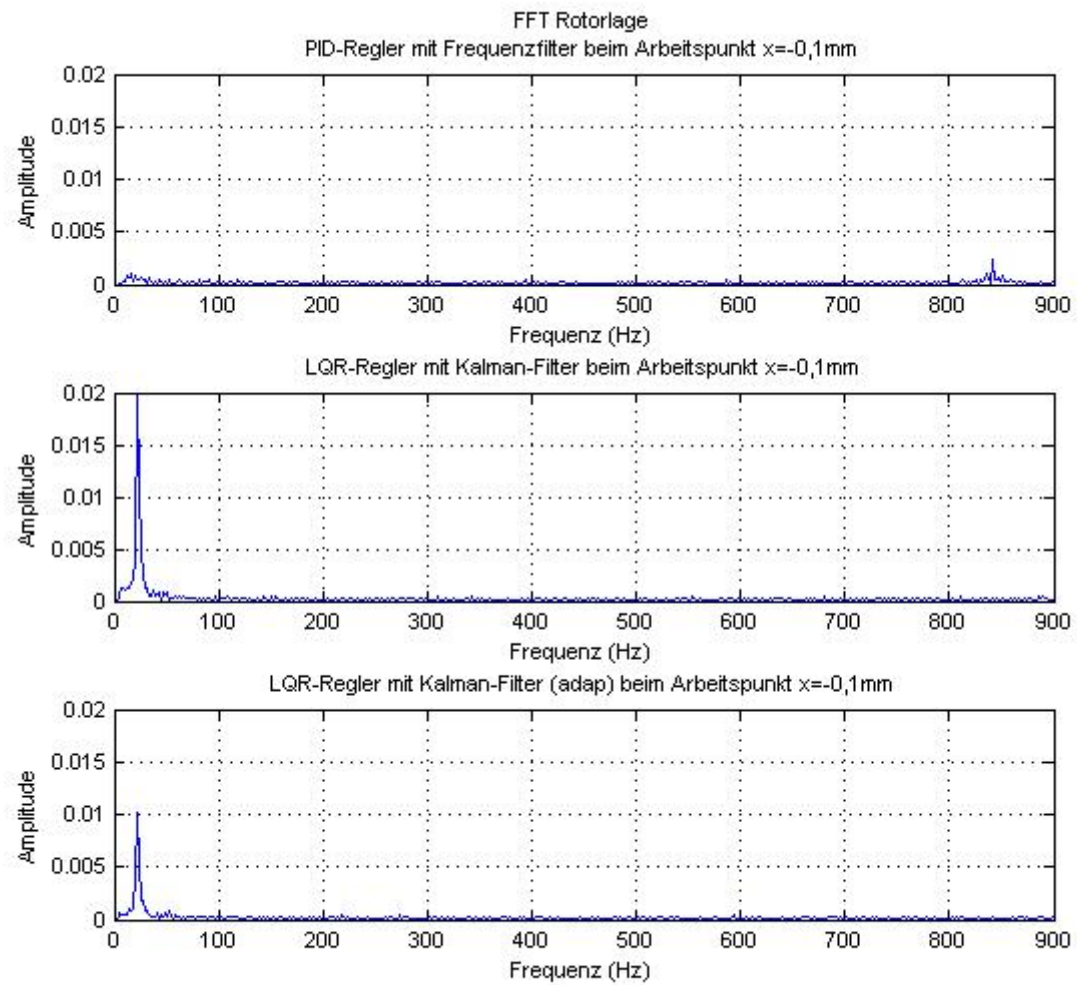


Abb.6.65: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt $x=m1$

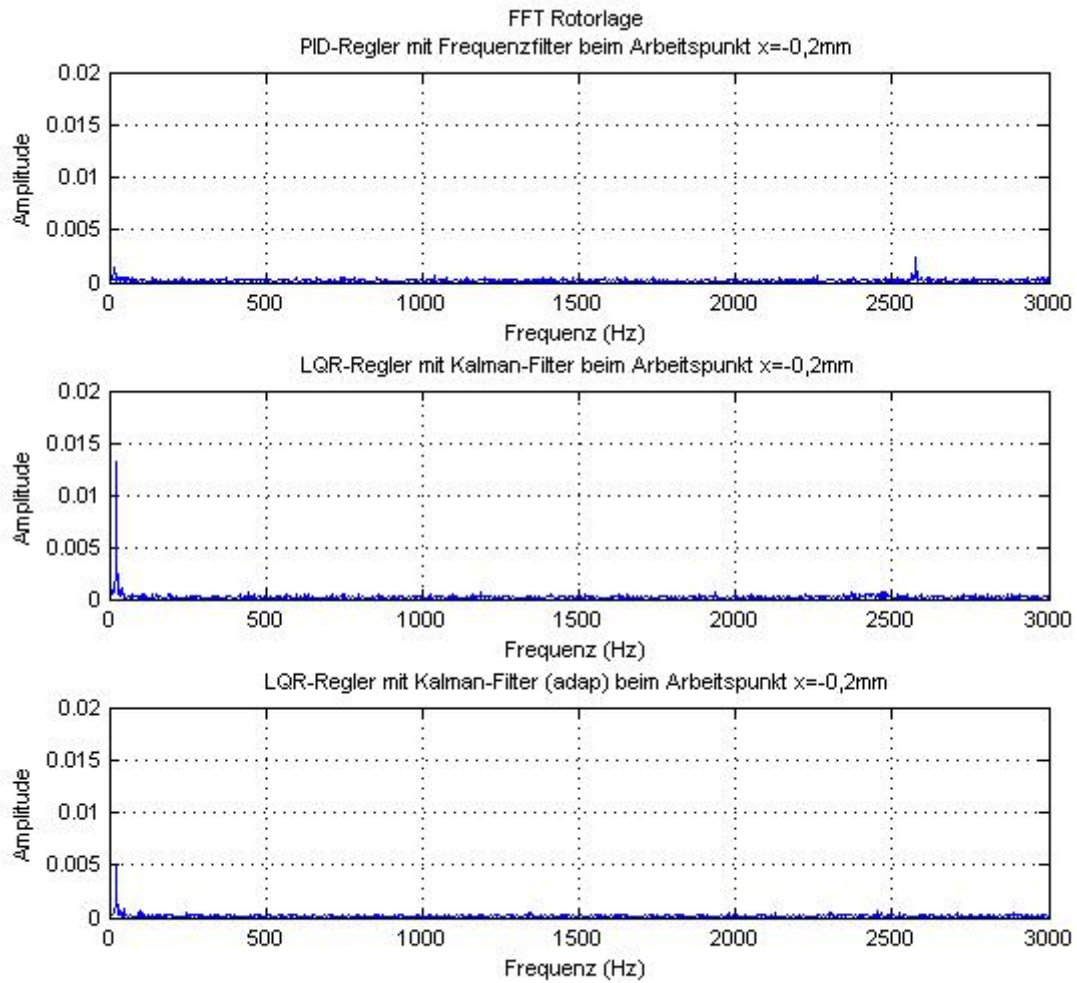


Abb.6.66: Frequenzanalyse der Rotorposition
im Arbeitspunkt x=m2

Arbeitspunkt	Eingenschwingung	Schwingungsamplitude	
		Regelkonzept „fixierte Regelung“	Regelkonzept „adaptive Regelung“
„x=p1“	ca. 31,84 Hz	0,059 V	0,007 V
„x=0“		0,068 V	0,006 V
„x=m1“		0,045 V	0,021 V
„x=m2“		0,026 V	0,001 V

Tbl.6.7: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in Richtung Z

Abb.6.67 zeigt das Steuersignal des Störverhaltens von vier Arbeitspunkten.

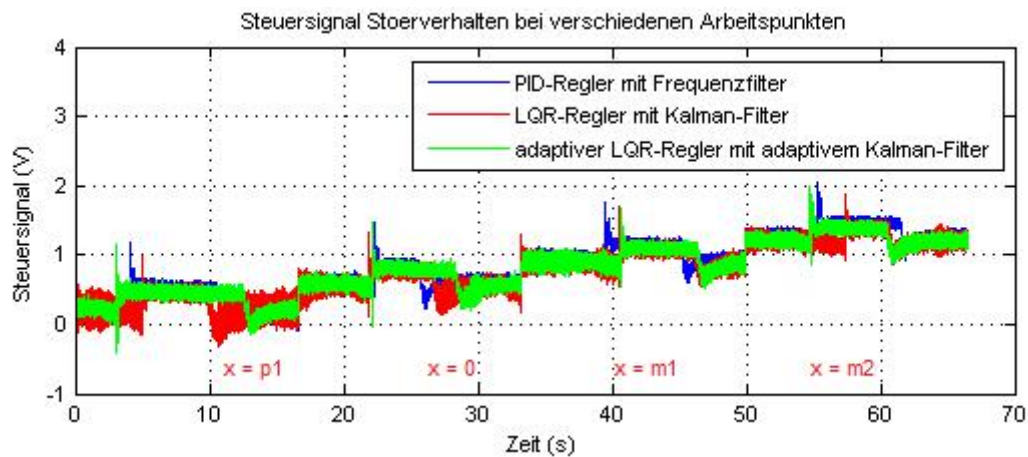


Abb.6.67: Darstellung der Steuersignale in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=p1$, 0, $m1$, $m2$, in axialer Richtung)

Aus dem zugehörigen vergrößerten Diagramm von Abb.6.68 bis Abb.6.71 wird deutlich, dass die adaptive Zustandsregelung mit adaptivem Kalman-Filter über eine reduzierte Streuung des Steuersignals in Vergleich zum Konzept mit fixierter Zustandsregelung und Kalman-Filter sicher arbeitet. Von Abb.6.55 bis Abb.6.58 stellt es sicher, dass beim Konzept mit klassischem PID-Regler und Frequenz-Filter die Steifigkeit der Lage-Regelung sehr gering und die Robustheit gegen Störung mangelhaft sind.

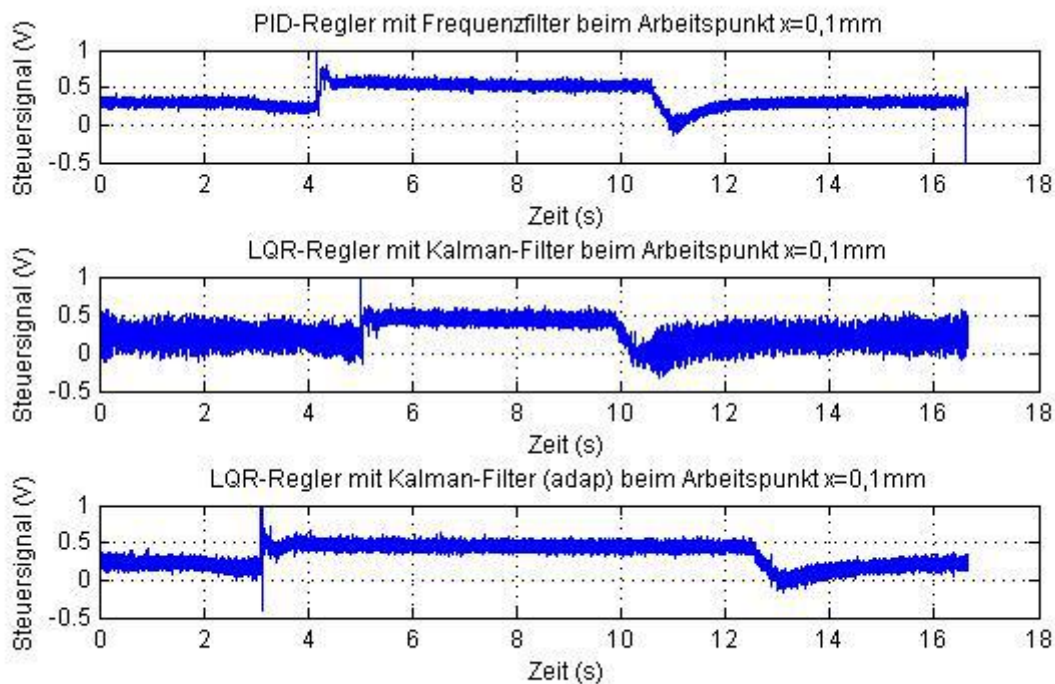


Abb.6.68: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=p1$)

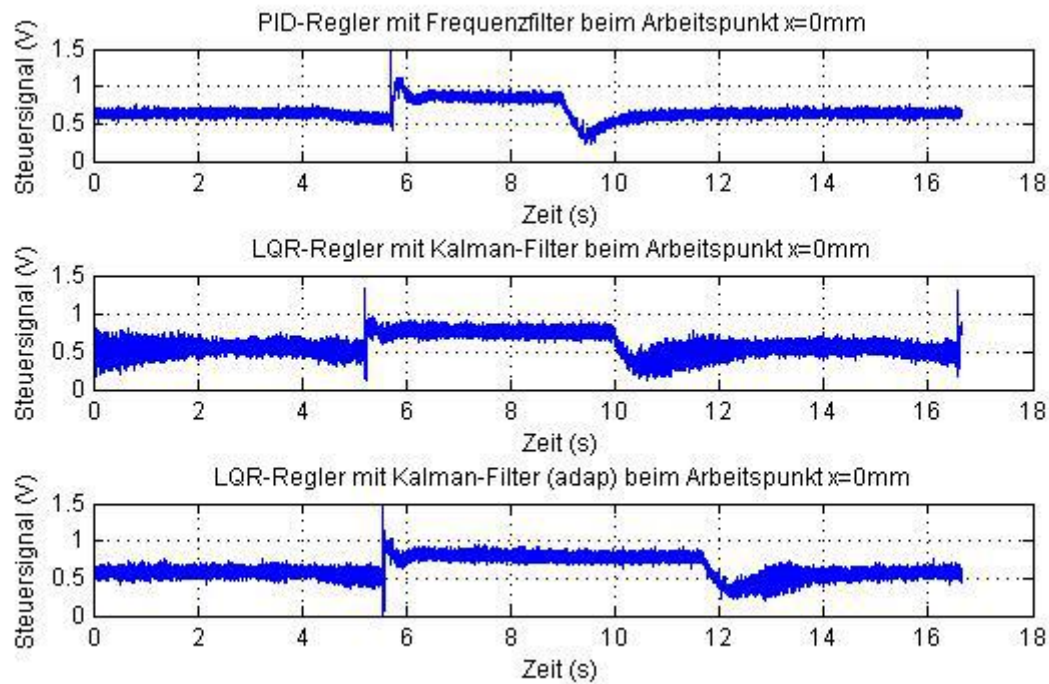


Abb.6.69: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=0$)

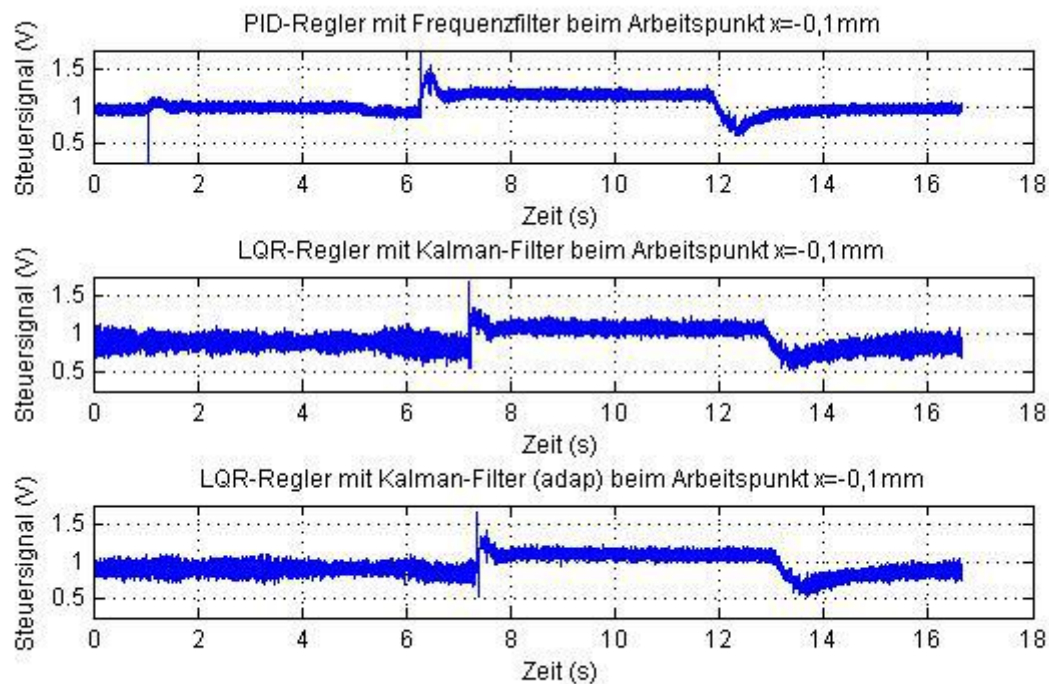


Abb.6.70: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=m1$)

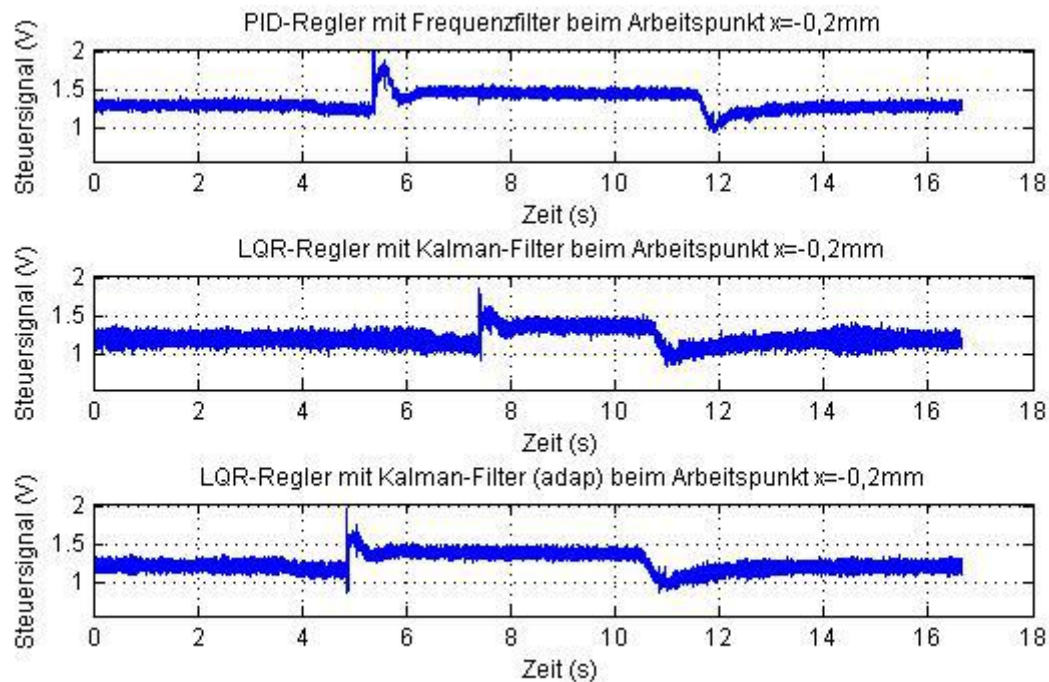


Abb.6.71: Vergleich der Steuersignale in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m2$)

Die positive Wirkung des neuen Konzeptes stellten die Bildungen von Abb.6.72 bis Abb.6.75 anhand der FFT-Analyse der Steuersignale dar. Als Maß für die erreichte Ruhegüte wird das Steuersignal im niedrigen Frequenzbereich bis 50 Hz definiert. Ohne Zustandsregelung sind deutliche Schwingungen der Steuersignale ca. 850 Hz wahrnehmbar. Mit Nutzung eines Zustandsreglers mit Kalman-Filter sind Geräusche hörbar, und weder an der Aktor-Achse noch am Sitz können Vibrationen gefühlt werden. Als positiver Effekt eines adaptiven Zustandsreglers mit adaptivem Kalman-Filter können die Schwingungs- amplitude im niedrigen Frequenzbereich bis 50 Hz, bzw. Geräusche und Vibrationen deutlich reduziert werden.

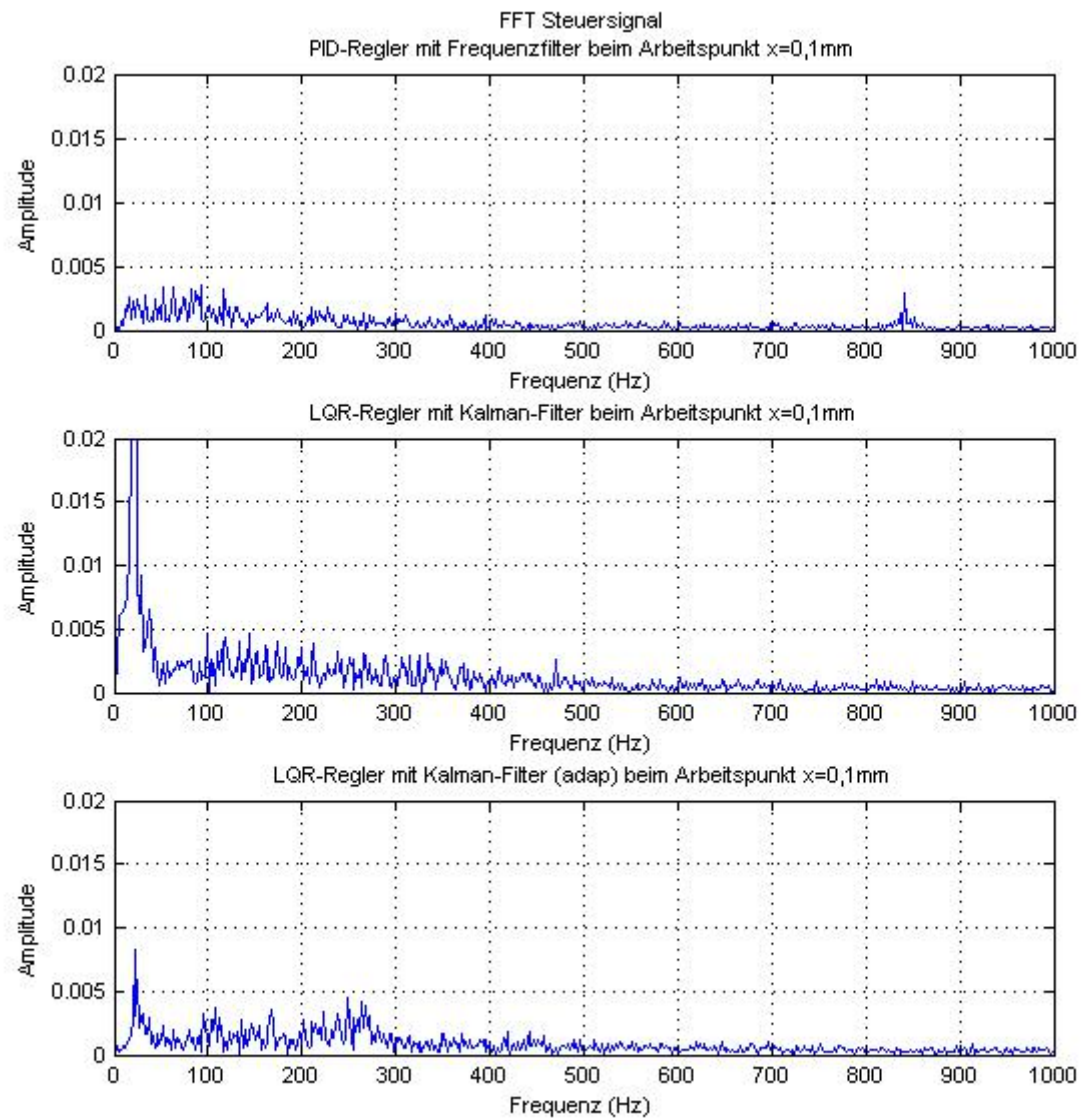


Abb.6.72: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=p1$)

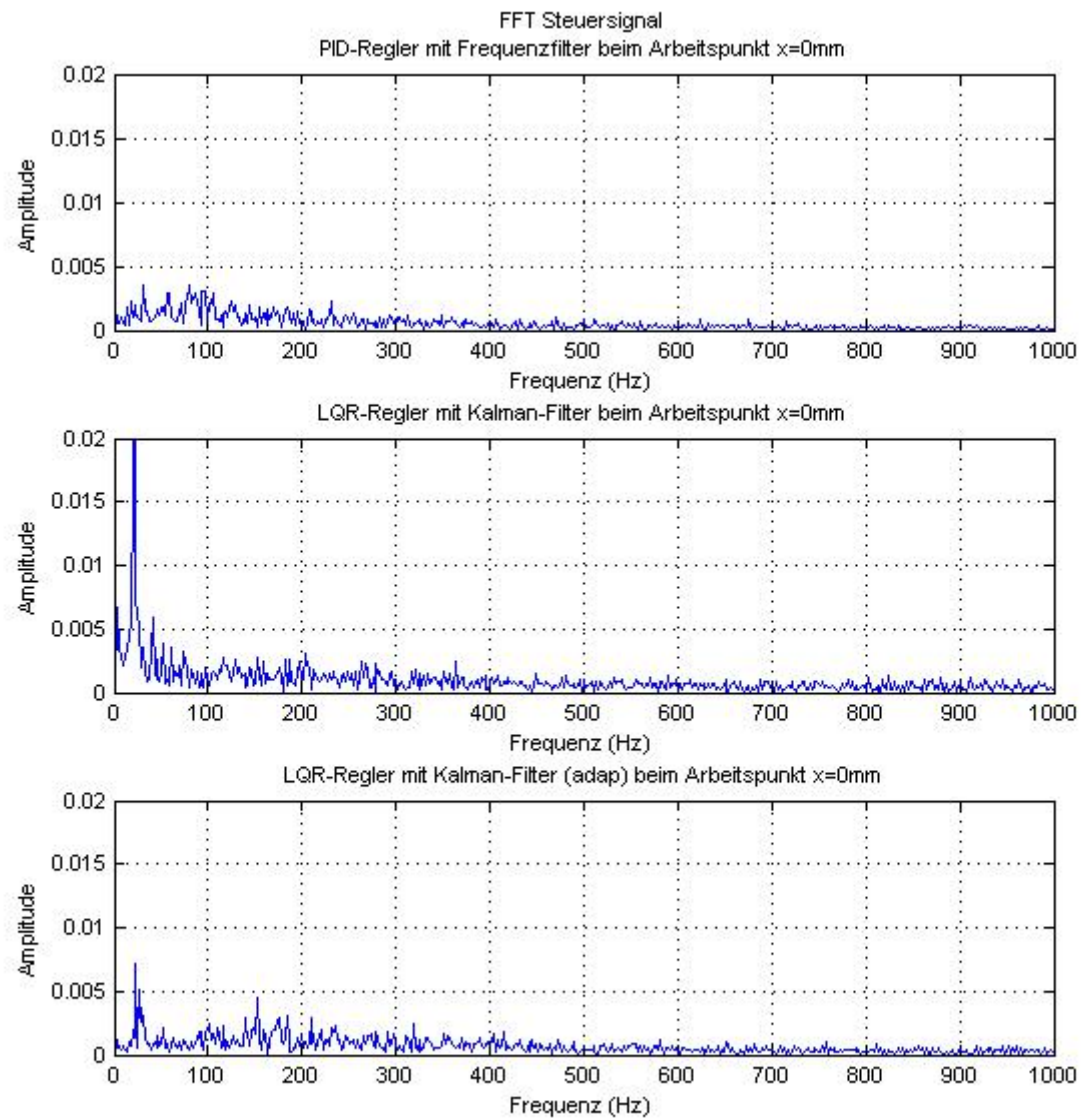


Abb.6.73: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=0$)

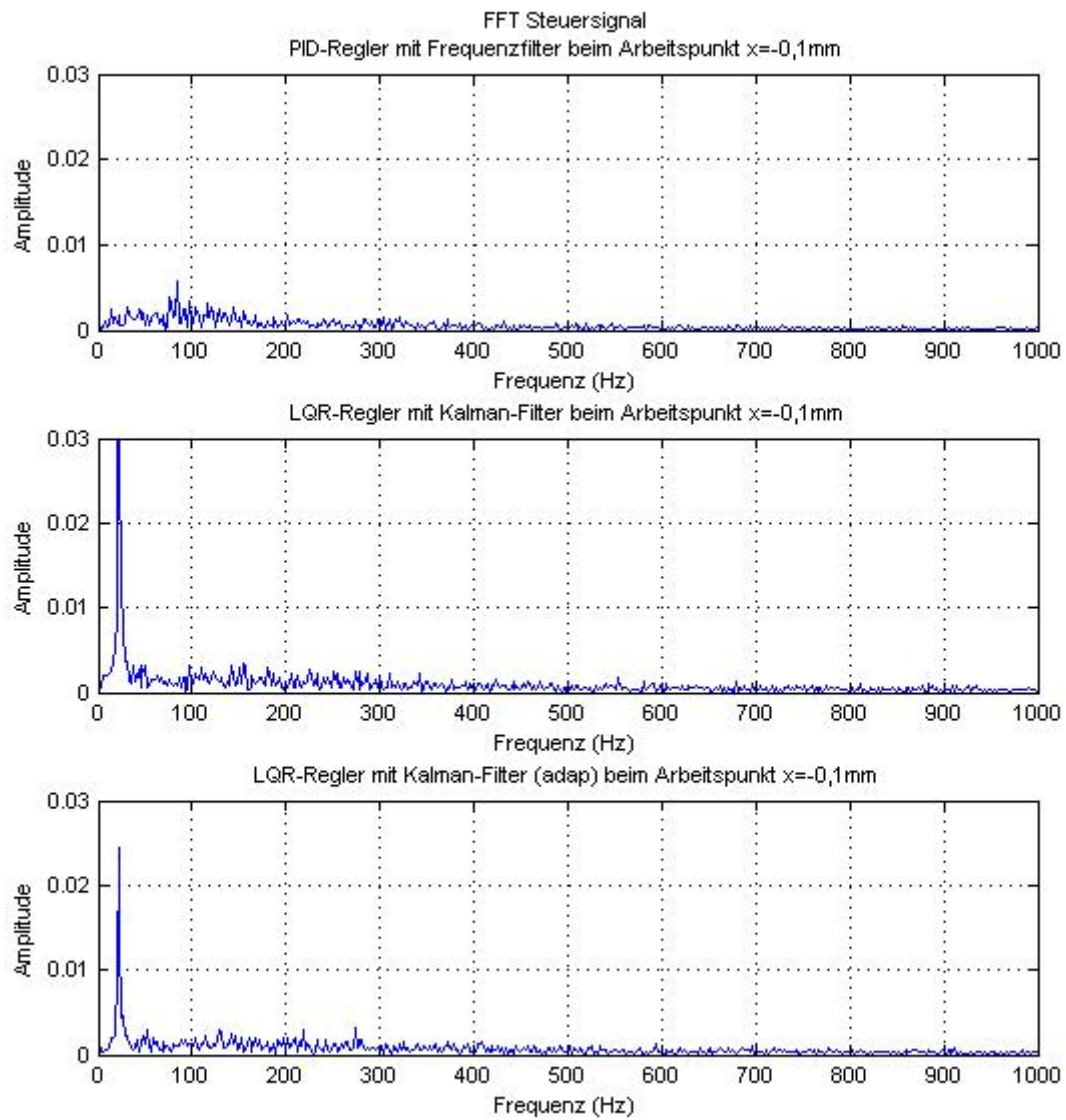


Abb.6.74: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m1$)

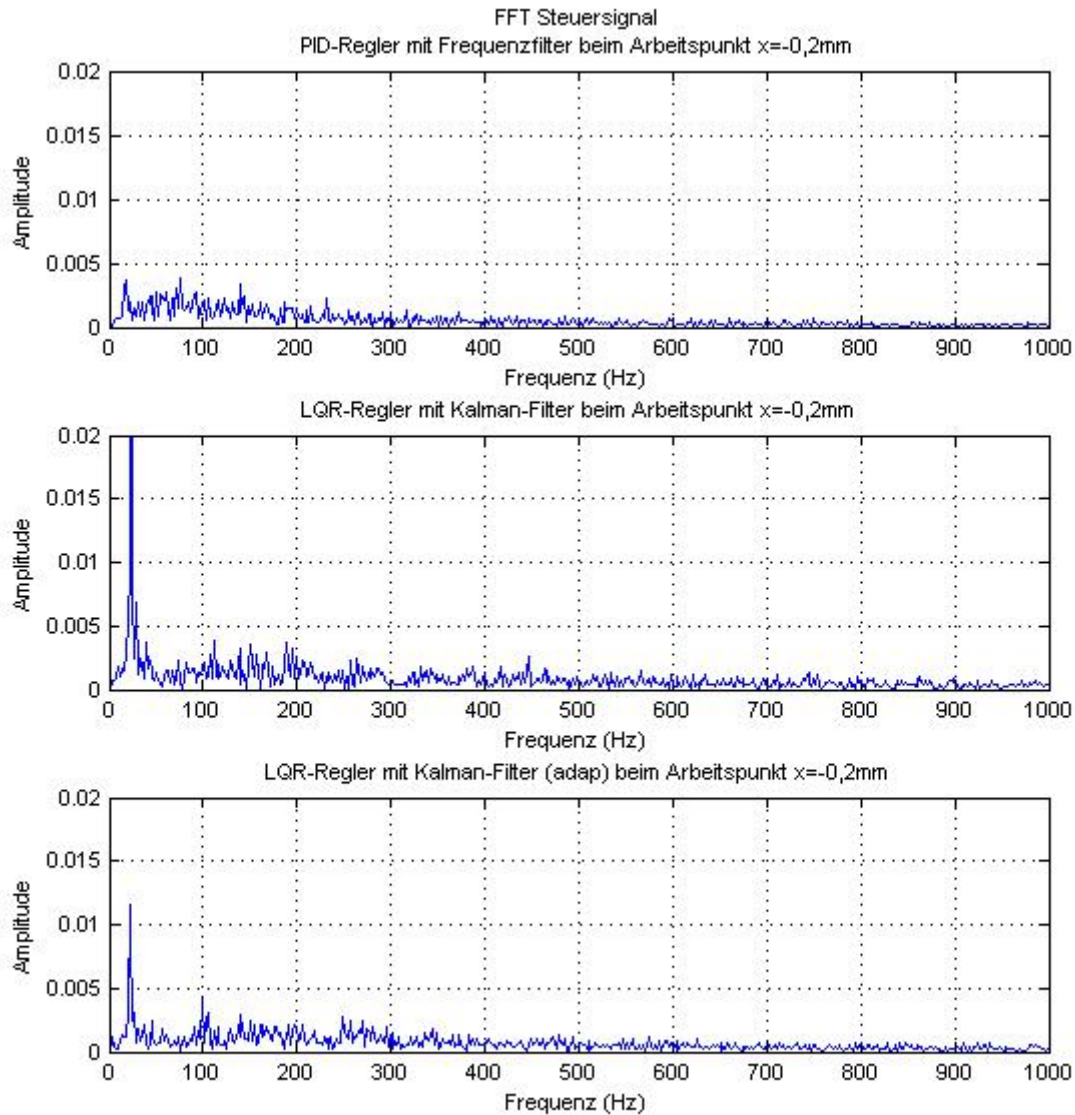


Abb.6.75: Frequenzanalyse des Steuersignals in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m2$)

Eine Besonderheit bei der Beobachtung der Zustandsgrößen ergibt sich daraus, dass neben der Messung mittels Messtechnik eine Schätzung nicht messbarer Zustände der Strecke möglich ist. Aus dem Zeitverlauf der Kraftsignale in Abbildungen von Abb.6.76 bis Abb.6.79 wird deutlich, dass die Schätzung der Störkraft dargestellt wird. In der Z-Richtung reagiert die Magnetlagerung auf die Belastung vom Fallmasse und Gewichtskraft der Welle. Bei Umschaltung der Hubmagneten ist ein Kraftimpuls in Z-Richtung erkennbar. Ihr Betrag bei verschiedenen Arbeitspunkten ist ca. 3000 N.

Es stellt sich eine Kraftschätzung in stabilem Schwebezustand ein, dessen Schwankungsweite ca. 3000 N (vom Zustandsregler mit Kalman-Filter) und ca. 2000 N (vom adaptiven Zustandsregler mit adaptivem Kalman-Filter) beträgt und die geschätzte Kraft ca. -9000 N (bei Arbeitspunkt $x_{\text{Rotor-Z}} = 0 \text{ mm}$) beträgt. Eine Reduzierung der Schwankung des Schätzsignals von ca. 3000 N bis ca. 2000 N mit Nutzung des adaptiven Regel- und Filterkonzeptes ist sichtbar.

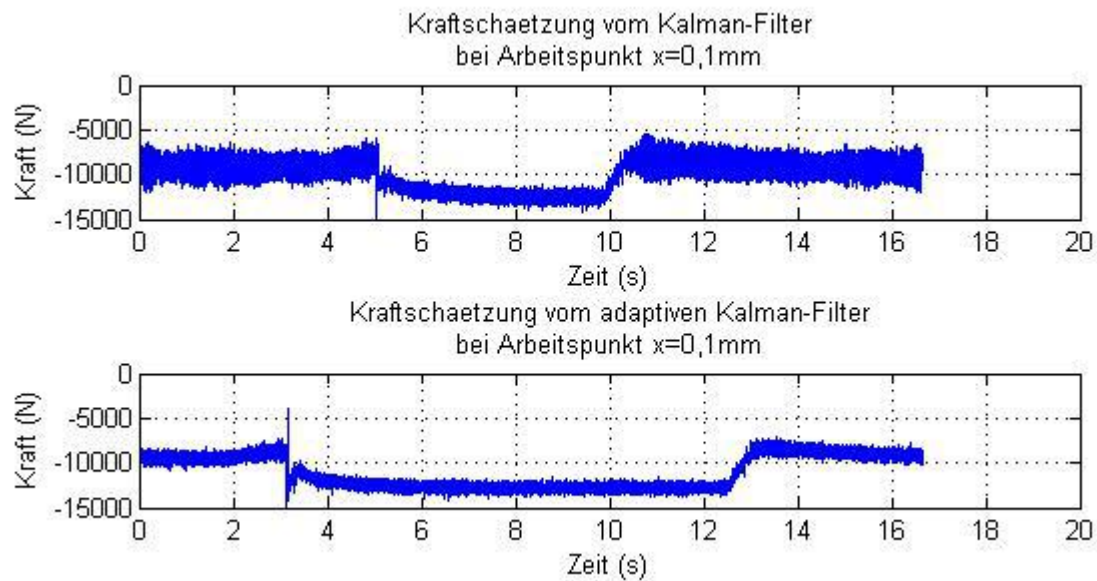


Abb.6.76: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=p1$)

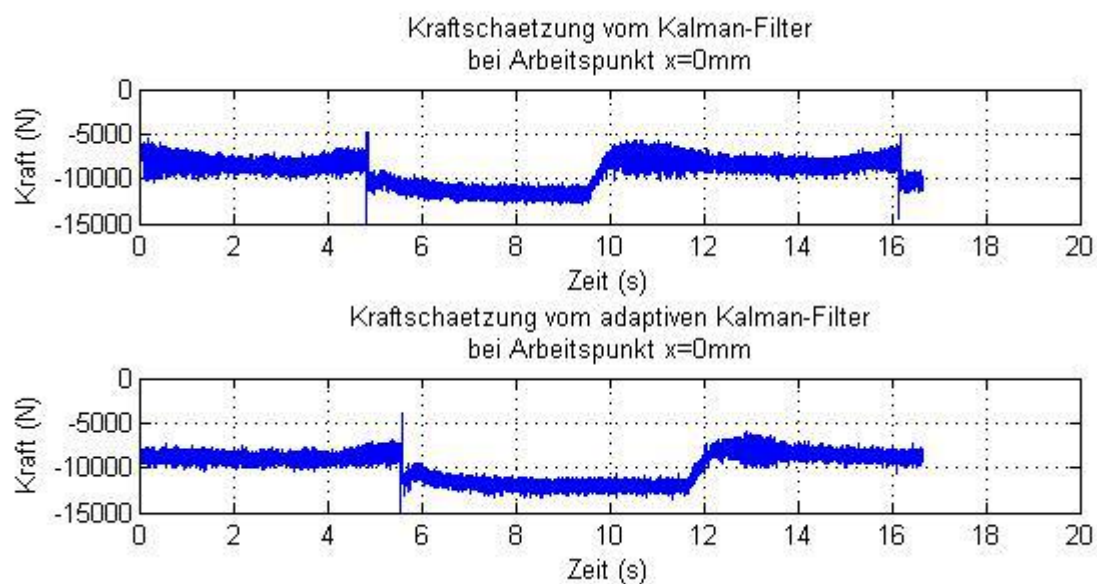


Abb.6.77: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x=0$)

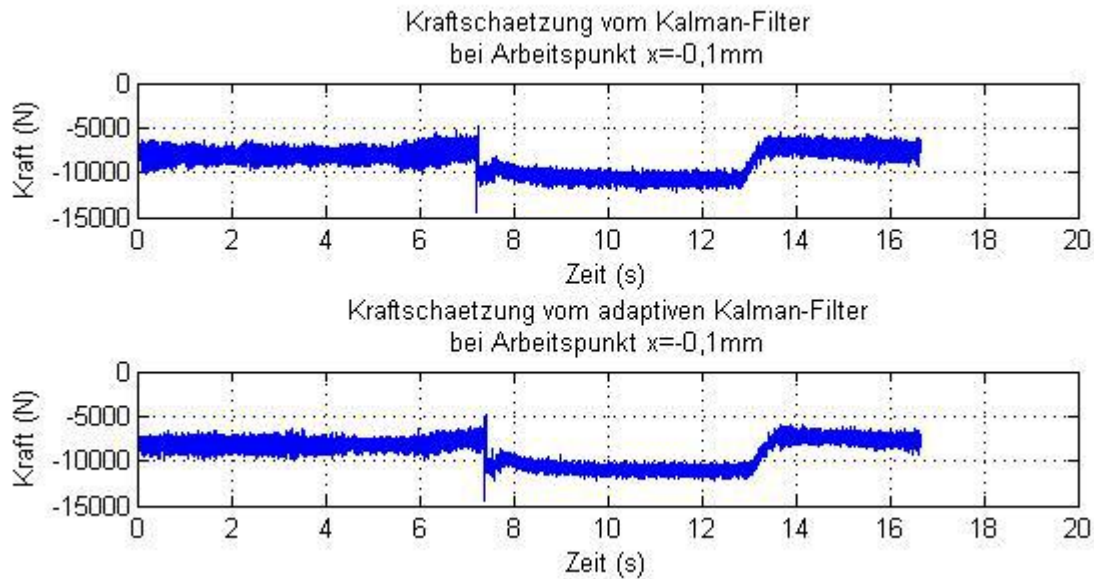


Abb.6.78: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m1$)

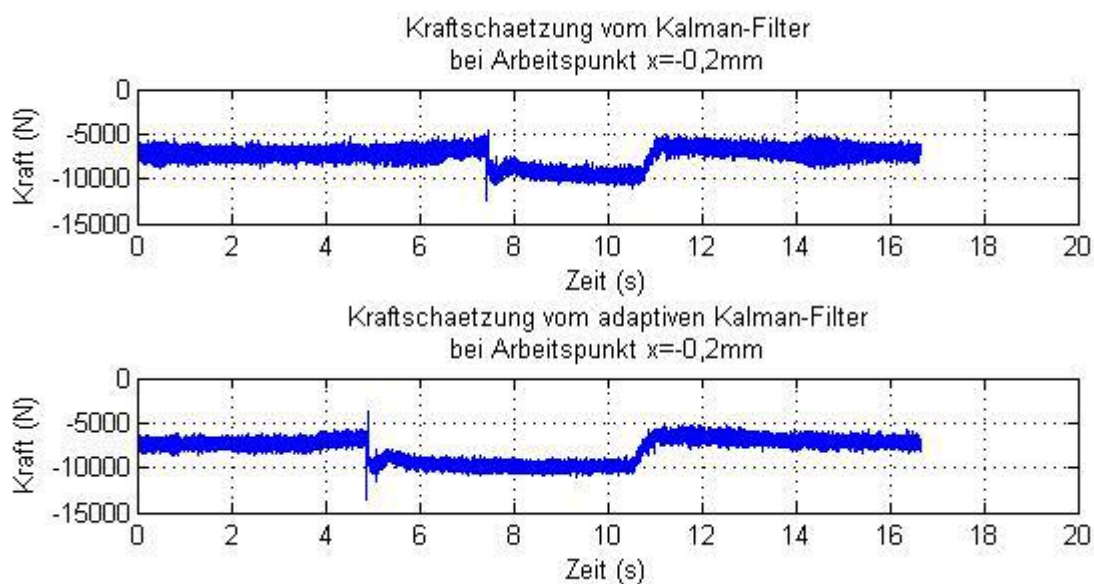


Abb.6.79: Kraftschätzung vom Kalman-Filter in Störverhalten
(Arbeitspunkt $x = m2$)

6.5.4 Das radiale Experiment

Ein magnetisch gelagerter rotierender Rotor kann sich innerhalb des Luftspalts bewegen. Die Kraft der Lagerung, die ihm bei der Auslenkung aus Soll-Lage entgegengesetzt wird, also die Lagersteifigkeit und Dämpfung, kann durch die Regelung frequenzabhängig oder modellabhängig eingestellt werden. Ziel ist es, eine hohe Laufruhe zu erreichen, sowie den Rotor um eine Hauptträgheitsachse drehen zu lassen.

Zur Erreichung der Zielstellung wurden die Experimente der Führungsantwort und die Umdrehung-Experimente durchgeführt. Zur Kenngrößenuntersuchung gehören:

- Aufnahme der Signalverläufe des Wellenlagesensors, Reglerausgangs, der Stellströme und des Kalman-Algorithmus
- statistische Auswertung der Signalverläufe und Bewertung der Laufruhe

Die in Abschnitt 5.3 und Abschnitt 4.4 beschriebenen Regel- und Filterfunktion werden im Prozessrechner implementiert. Durch zeiteffiziente Programmierung der neuartigen Konzepte konnte eine Abtastzeit von $200 \cdot 10^{-6}$ s erreicht werden, während das klassische Konzept mit $50 \cdot 10^{-6}$ s implementierbar war, wodurch eine Instabilität durch zu große Abtastzeiten sicher vermieden werden kann.

Die vorstehenden Regler sind aus experimentellen Erfahrungen und der Kalkulation mittels der Theorie der optimalen Regelung mit dem Versuchssystem entstanden. Dies bezieht sich sowohl auf Störungsverhalten wie auch auf harmonische Erregung, deren Wirkung auf die Rotorbewegung gemindert werden soll.

Darstellung der Filterung und Laufruhe

Die Zustände des Rauschens der Lagemessung sind mittels der Frequenzanalyse nachweisbar und wirken sich jedoch hinsichtlich der Stabilität bzw. Genauigkeit auf die Steuersignale aus. Schwebt die Welle bei angeschalteten Magnetlagern, ist im Amplitudenspektrum von Abb.6.80 bis Abb.6.83 ein Peak erkennbar, verursacht durch Maschineneigenschwingungen, Umgebungsschwingungen und Prozessrauschen. Diese Frequenz, etwa. 640 Hz, ist beim Konzept Kalman-Filter im Gegensatz zum Frequenz-Filter mit deutlich reduzierter Amplitude (bemerkt von 0,019 V bis 0,013 V im oberen Lager) festzustellen (siehe Tbl.6.8). Hier treten außerdem noch Schwingungsanteile im Bereich von 0 Hz bis 300 Hz auf, die zur Eigenschwingung der magnetischen Lagerung gehören.

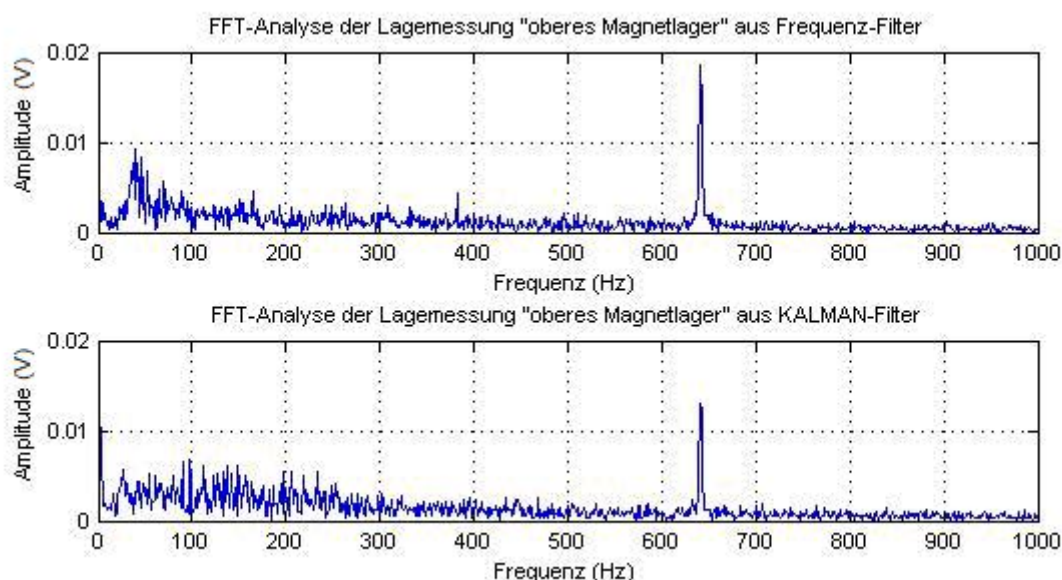


Abb.6.80: FFT-Analyse der Signale der Lagemessung aus Kalman-Filter und Frequenz-Filter (mit Cutoff-Frequenz 240 Hz) oberes radiales Magnetlagers

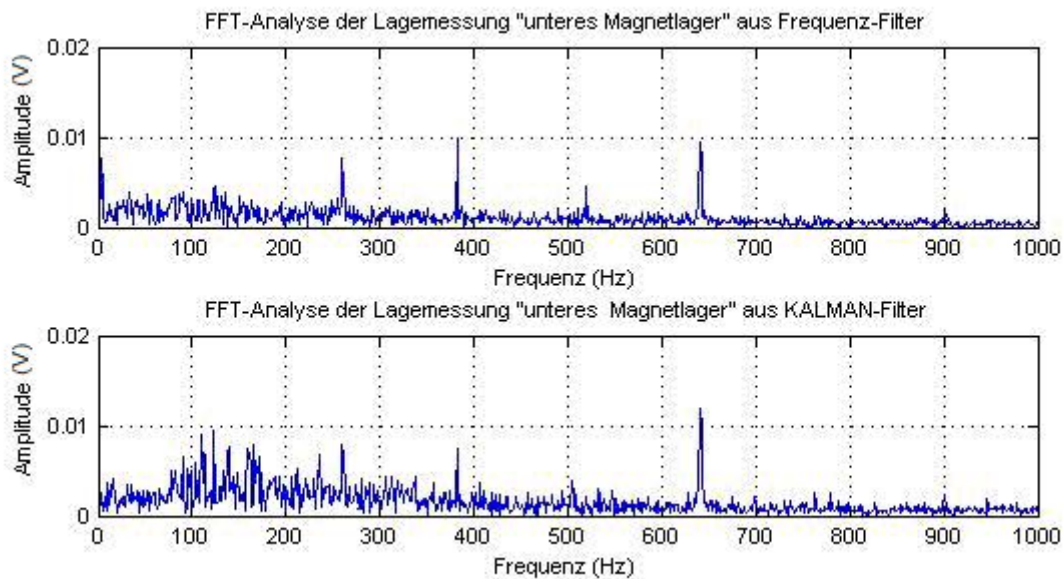


Abb.6.81: FFT-Analyse der Signale der Lagemessung aus Kalman-Filter und Frequenz-Filter (mit Cutoff-Frequenz 240 Hz) unteres radialen Magnetlagers

Schwingungsamplitude „Xo“		
Eigenschwingung	Regelkonzept „fixierte Regelung“	Regelkonzept „adaptive Regelung“
ca. 40 Hz	0,009 V	0,005 V
ca. 640 Hz	0,019 V	0,013 V
Schwingungsamplitude „Xu“		
Eigenschwingung	Regelkonzept „fixierte Regelung“	Regelkonzept „adaptive Regelung“
ca. 275 Hz	0,008 V	0,008 V
ca. 385 Hz	0,010 V	0,007 V
ca. 510 Hz	0,005 V	0,003 V
ca. 640 Hz	0,010 V	0,012 V

Tbl.6.8: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in radialer Richtung

Wie die Abb.6.82 und Abb.6.83 nachweisen, bewirkt das Kalman-Filter eine deutlich reduzierte Amplitude der Steuersignale (bemerktbar reduziert von 0,41 V bis 0,09 V im oberen Lager, von 0,08 V bis 0,03 V im unteren Lager) beim Peak etwa. 640 Hz, die während des Betriebes zur hohen Laufruhe führen kann (siehe Tbl.6.9).

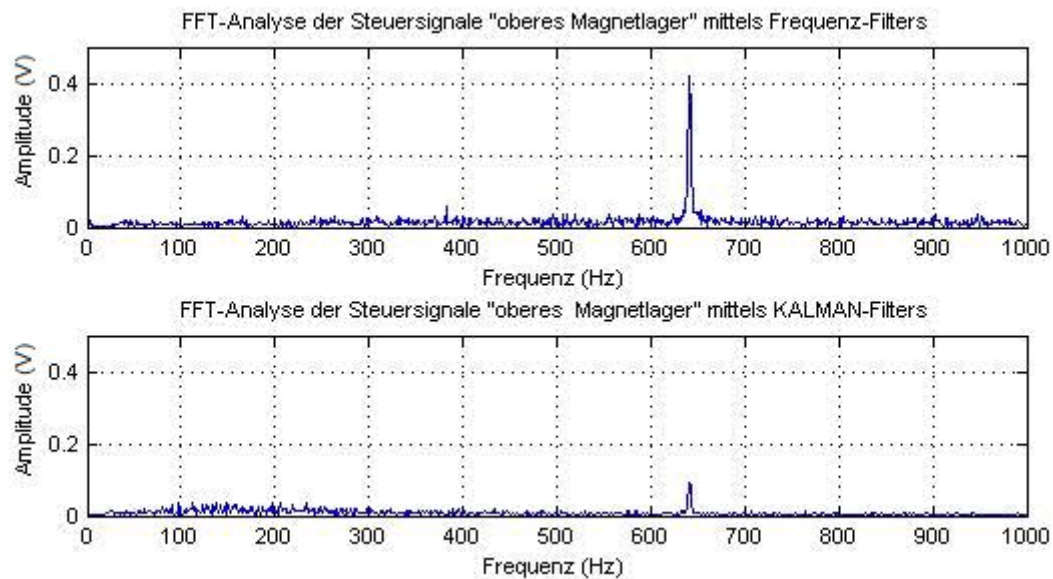


Abb.6.82: FFT-Analyse der Steuersignale mittels Kalman- und Frequenz-Filters
(mit Cutoff-Frequenz 240 Hz) oberes Magnetlagers

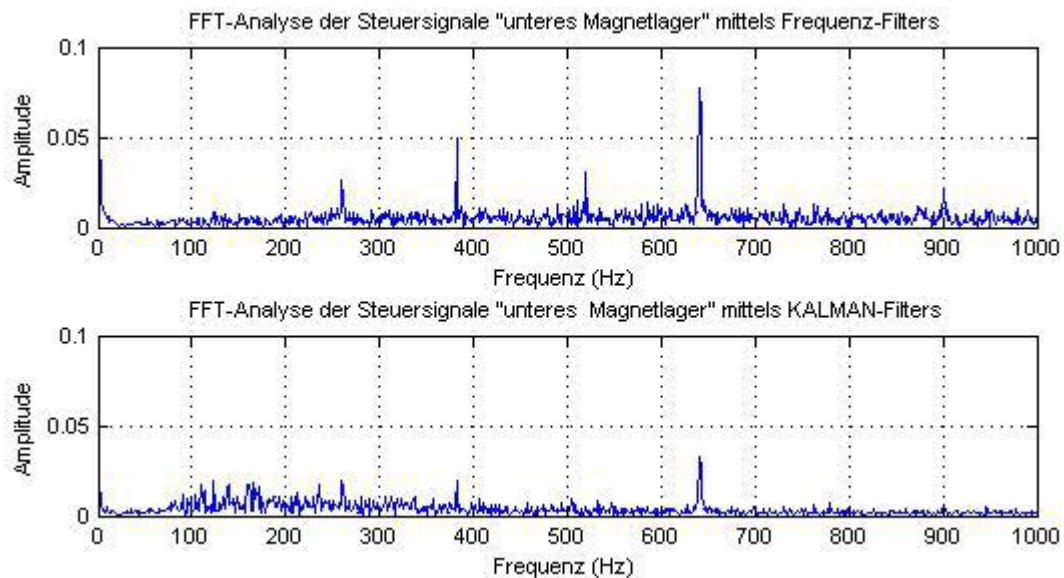


Abb.6.83: FFT-Analyse der Steuersignale mittels Kalman- und Frequenz-Filters
(mit Cutoff-Frequenz 240 Hz) unteres Magnetlagers

Amplitude der Steuersignale „Xo“		
Eigenschwingung	Regelkonzept „fixierte Regelung“	Regelkonzept „adaptive Regelung“
ca. 640 Hz	0,410 V	0,090 V
Amplitude der Steuersignale „Xu“		
Eigenschwingung	Regelkonzept „fixierte Regelung“	Regelkonzept „adaptive Regelung“
ca. 275 Hz	0,025 V	0,019 V
ca. 385 Hz	0,050 V	0,021 V
ca. 510 Hz	0,028 V	0,007 V
ca. 640 Hz	0,080 V	0,031 V

Tbl.6.9: Zusammenfassung der Schwingungsamplitude in radialer Richtung

Die Vergrößerung der oben genannten Spektren in Abb.6.84 und Abb.6.85 zeigen für die radiale Regelung das Niveau der Streuung der Spulenströme. Außerhalb des durch Prozessrauschen verursachten Peaks ist die Reduzierung der Amplitude deutlich erkennbar, signifikant ist bei Frequenzanteile im Bereich von 300 Hz bis 1000 Hz die Reduzierung von 0,03 V (Frequenz-Filter) bis 0,005 V (Kalman-Filter) im oberen Magnetlager, von 0,005 V (Frequenz-Filter) bis 0,002 V (Kalman-Filter) im unteren Magnetlager. Die hohe Amplitude bei Frequenzanteile im Bereich von 300 Hz bis 1000 Hz resultiert hier offenbar aus Messrauschen und verursachen die Verschlechterung der Laufruhe und der Systemstabilität.

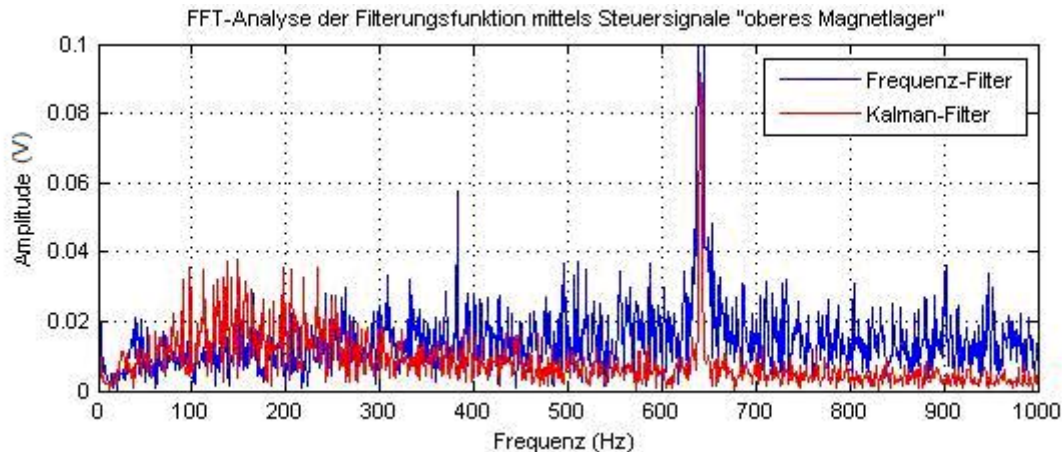


Abb.6.84: Steuersignale des oberen Magnetlagers mithilfe FFT-Analyse

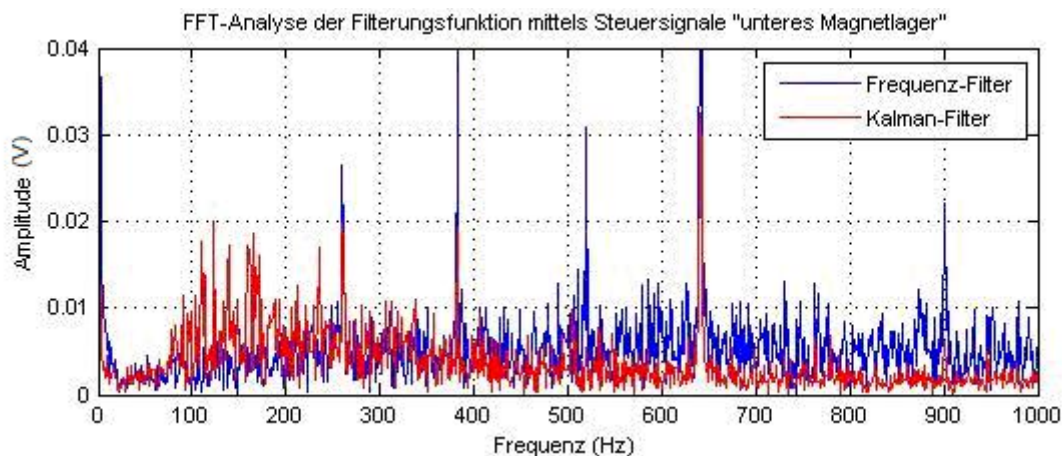


Abb.6.85: Steuersignale des unteren Magnetlagers mithilfe FFT-Analyse

Eine PD-Regelung stellt den zur Stabilisierung der Strecke geeigneten Regelansatz dar. Wegen der Hochpasseigenschaften der Differenzierung weist die praktische Realisierung eines numerischen Differenzierens eine große Störanfälligkeit gegen das Messrauschen in Rückkopplung auf. Insbesondere bei einer Magnetlagerung verschlechtert das Problem die Laufruhe und die Stabilität. Die Verwendung einer Zustandsvorhersage stellt eine wesentlich bessere Wahl dar, da die dabei geschätzte Geschwindigkeit im Gegensatz zur diskreten Differenzierung einer Phasen-neutralen Tiefpasseigenschaft entspricht. Aber für den vorliegenden Einsatz ist der Implementierungsaufwand eines Zustandsbeobachters deutlich größer.

Zur Verdeutlichung der Regeleigenschaften des für das Prozessglied entwickelten Filters mögen die folgenden Messungen beitragen. Die folgenden Abb.6.86 und Abb.6.87 zeigen den gemessenen, auf die Soll-Lage bezogenen Frequenzgang des Regel-Signals und Lagesignals. Für Niederfrequenz von ca. 10 Hz bis 100 Hz zeigt sich die Linearität. Dort ist der Einfluss der 240 Hz-Tiefpass-Filterung sichtbar, dahingehend für Frequenzen von ca. 100 Hz bis 1000 Hz die Amplitudenverstärkung sinkt und die Phasenverschiebung konstant bleibt. Die Filterung hat somit neben der Störunterdrückung auch einen positiven Einfluss auf die Dynamik der Lageregelung. Die Amplitude folgt aufgrund des starken Rauschens ab $10^{3,1}$ Hz mit stetiger Aufstieg. Für ansteigende Amplitude ist die Unterdrückung durch Tiefpassfilter von 110 dB (ungefiltertes Signal) bis 0 dB (gefiltertes Signal) merklich. Jedoch kann eine konstante Phasenverschiebung bis $10^{3,1}$ Hz gestellt werden. Der Anstieg der Amplitudenverstärkung ab $10^{3,1}$ Hz zeigt, dass mit Frequenz-Filter eine effektive Unterdrückung des Rauschens nicht erzielt werden kann.

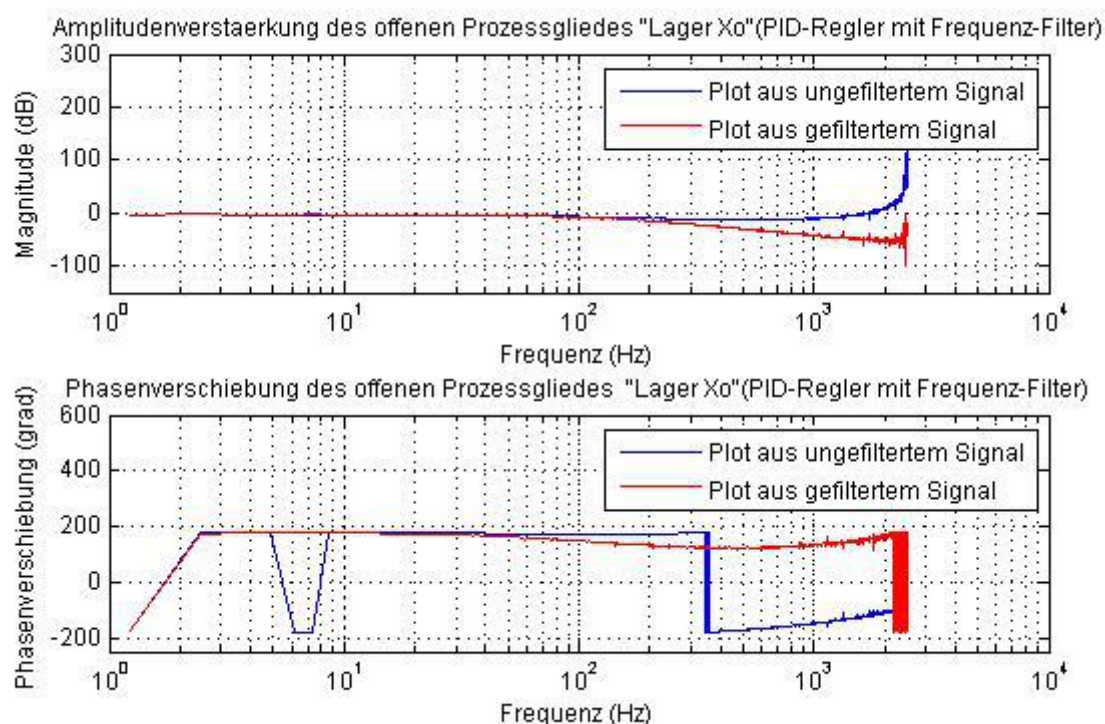


Abb.6.86: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xo“
(ink. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung mit / ohne Filter)

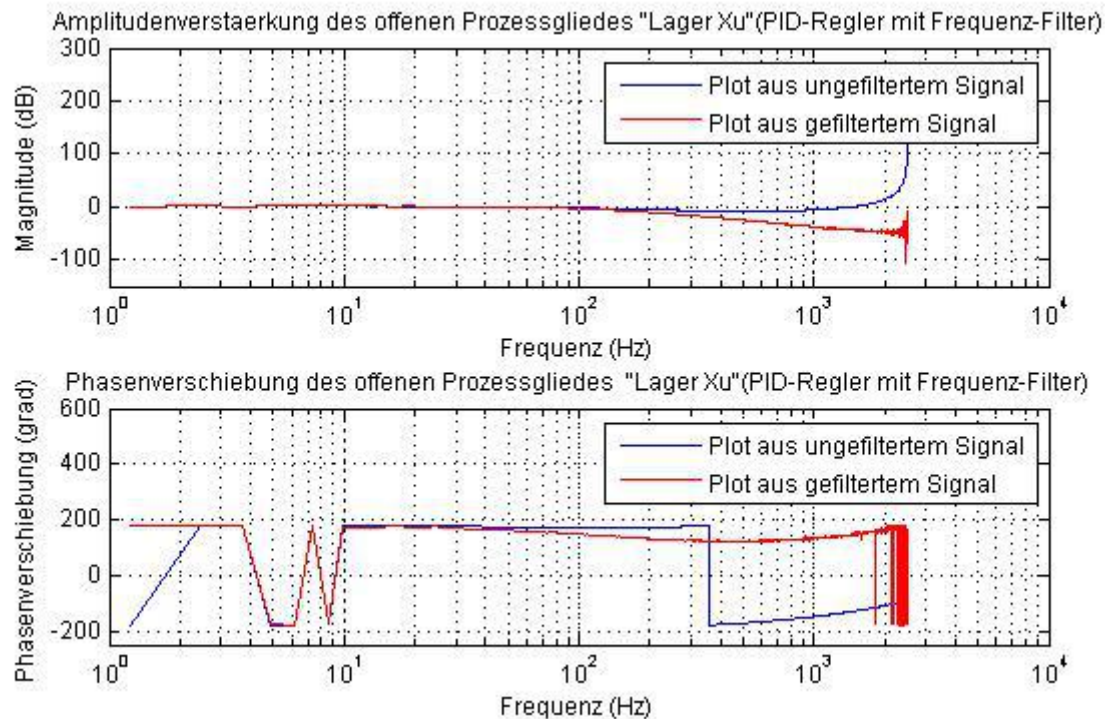


Abb.6.87: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xu“
(ink. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung mit / ohne Filter)

Die Abb.6.88 und Abb.6.89 zeigen den Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale des Gliedes mit Kalman-Filter. Im Gegensatz zum vorherigen Frequenz-Filter ist die Amplitudenverstärkung ab $10^{3,1}$ Hz effektiv unterdrückt, ein Vorteil des Kalman-Filters. Die Amplitudenverstärkung ist sowohl vor Abklingfrequenz ca. 100 Hz, wie auch ab Abklingfrequenz konstant, im Gegensatz zum ungefilterten Messsignal. Hier wurden die Messsignale ab 100 Hz effektiv geglättet, weshalb die ungefilterten Messsignale einen geringeren Anstieg der Amplituden in hohem Frequenzanteil im Gegensatz zum vorherigen Frequenz-Filter generieren. Offensichtlich optimiert das Filterverhalten die Laufruhe und die dynamische Eigenschaft des Regelkreises sehr gut.

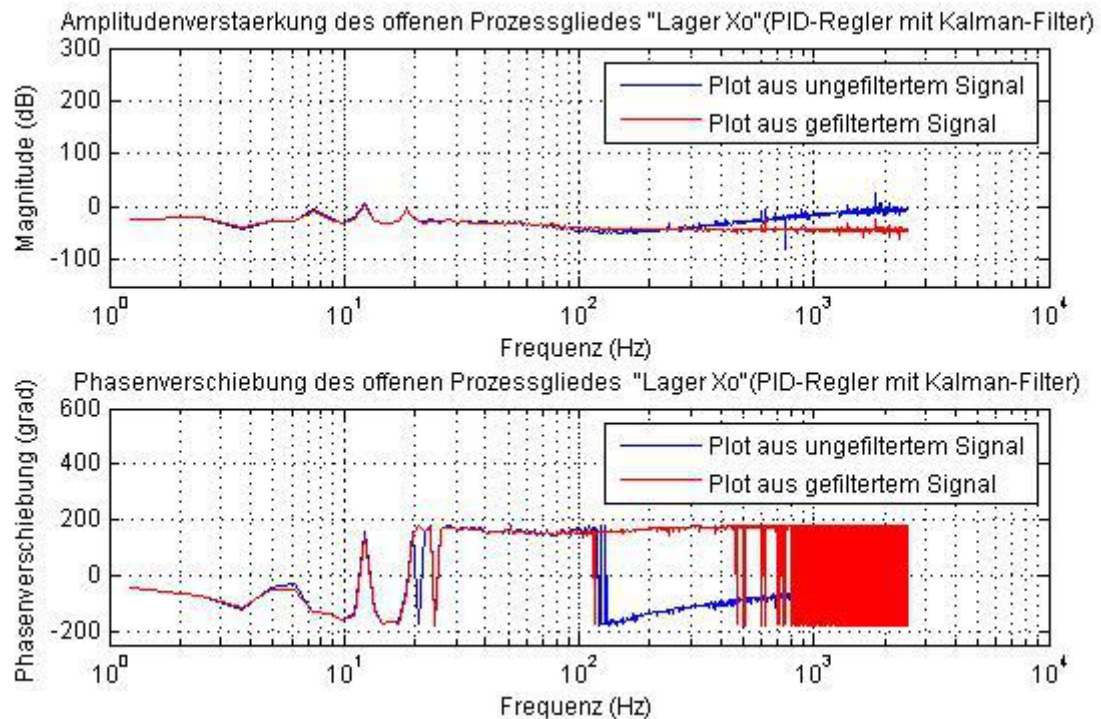


Abb.6.88: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xo“
(ink. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung mit / ohne Filter)

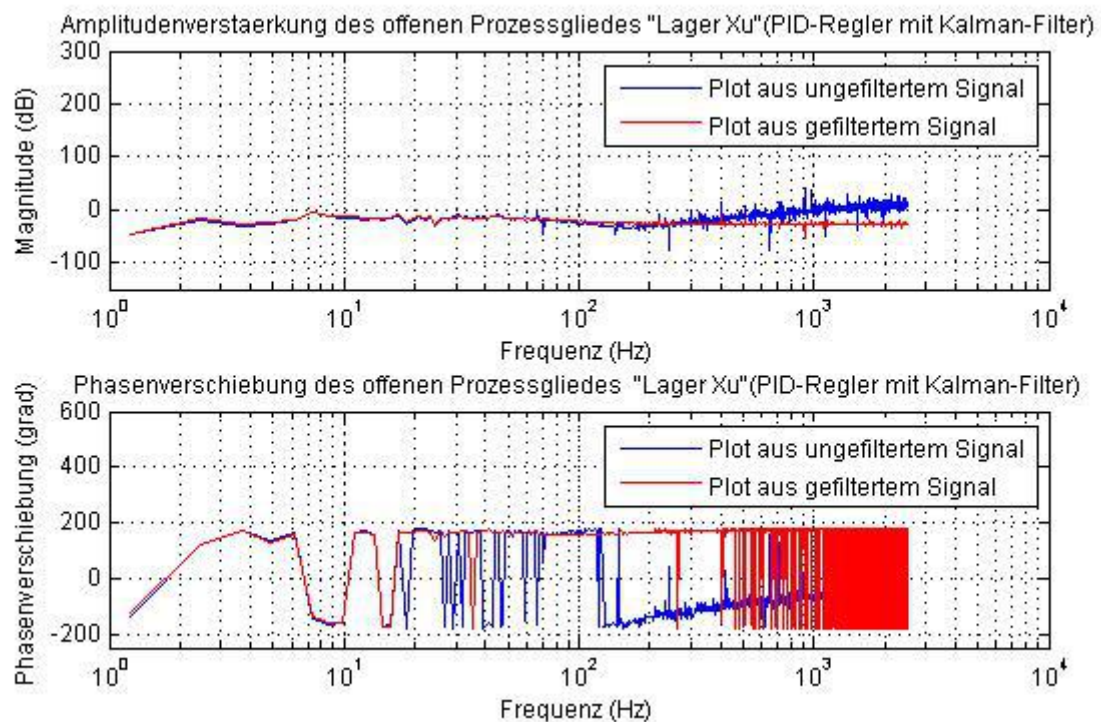


Abb.6.89: Frequenzgang der Ein- / Ausgangssignale der Lageregelung „Xu“
(ink. Leistungselektronik, Rotordynamik, Messeinrichtung mit / ohne Filter)

Führungsantwort

Für die Qualität der Regeldynamik ist das Führungsverhalten zur Änderung eines Sollwertes ein aussagekräftiges Kriterium. Das vollständige Führungsverhalten wird bei Betrachtung von der für die Stabilität erforderlichen geringsten Regeldynamik und

Steifigkeit mit Abklingfrequenz ca. 100 rad/s, mit Eigenfrequenz $\omega_{Na-1} \approx 111$ rad/s und $\omega_{Na-2} \approx 189$ rad/s durchgeführt, da die Regeldynamik beeinflusst die Grenzfrequenz der Regelung und damit auch die Eckfrequenz des Folgefrequenzgangs.

Bei der Betrachtung der Sprungantwort im ersten Bild von Abb.6.90 und Abb.6.91 ist das Verhalten mit Einsatz unterschiedliches Filterkonzeptes zu beachten. Das Maximum der Auslenkung beim Tiefpassfilter nach einer Sollwertänderung ist zunächst bemerkbar größer als beim Kalman-Filter. In Step-Antwort von 0 V bis 1 V klingt die Auslenkung schnell ab und erreicht wiederum nach ca. 0,2 s (PID-Regler und Tiefpassfilter) und 0,13 s (PID-Regler und Kalman-Filter) die ursprüngliche Position. In Step-Antwort von 1 V bis 2 V jedoch erreicht wiederum nach ca. 0,22 s (PID-Regler und Tiefpassfilter) und 0,12 s (PID-Regler und Kalman-Filter), die ursprüngliche Position. Eine statische Restauslenkung ca. 0,1 V, aufgrund niedriger Regeldynamik und Steifigkeit, existiert.

Bei der selber Betrachtung im zweiten Bild von Abb.6.90 und Abb.6.91 ist das Verhalten mit Einsatz unterschiedliches Regelkonzeptes zu beachten. Die Überschwingweite beim PID-Regler nach einer Sollwertänderung ist bemerkbar größer als beim Zustandsregler. In Step-Antwort von 0 V bis 1 V beträgt sich die Ausregelzeit auf ca. 0,13 s (PID-Regler und Kalman-Filter) und 0,06 s (Zustandsregler und Kalman-Filter). In Step-Antwort von 1 V bis 2 V jedoch beträgt sich die Ausregelzeit auf ca. 0,12 s (PID-Regler und Kalman-Filter) und 0,08 s (Zustandsregler und Kalman-Filter).

Die vergleichsweise größere Überschwingweite und die längere Ausregelzeit resultieren aus der Tatsache, dass der Regler durch die niedrigste Abklingfrequenz der Regel frequenzgänge, durch die geringste Regelsteifigkeit und Regeldynamik, erstellt wird. Für den praktischen Prozess ist dieses Verhalten von der Bedeutung der ungenügenden Steifigkeit, dass auf eine Belastungskraft eine entgegen gerichtete Magnetkraft benötigt wird und die starke Steifigkeit erforderlich ist.

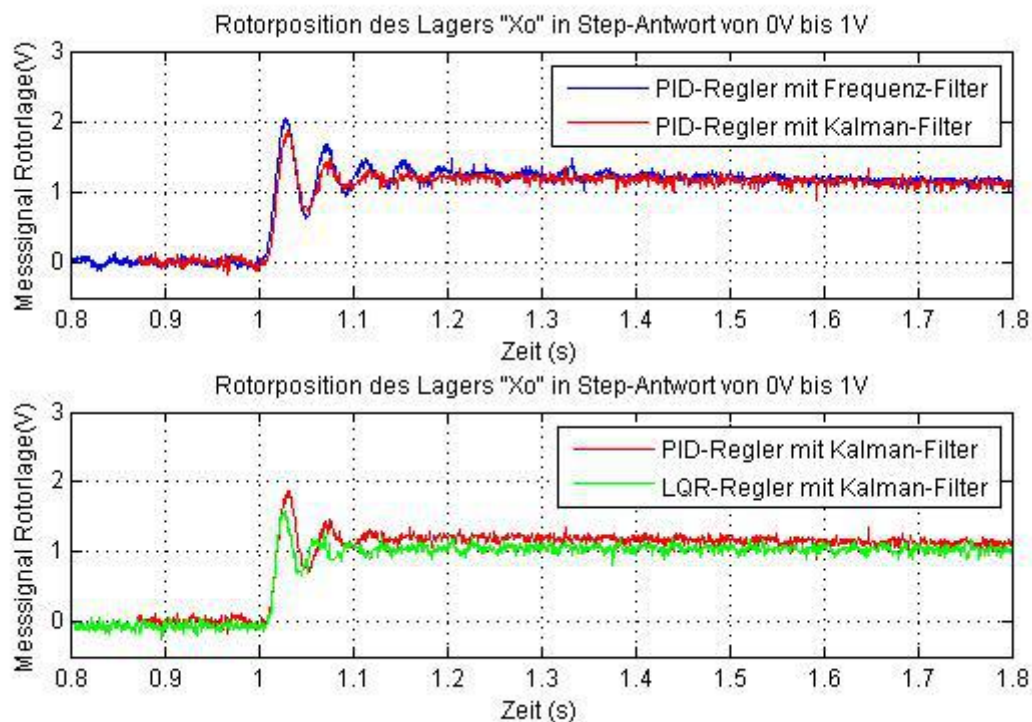


Abb.6.90: Step-Antwort von 0V bis 1V der Lageregelung

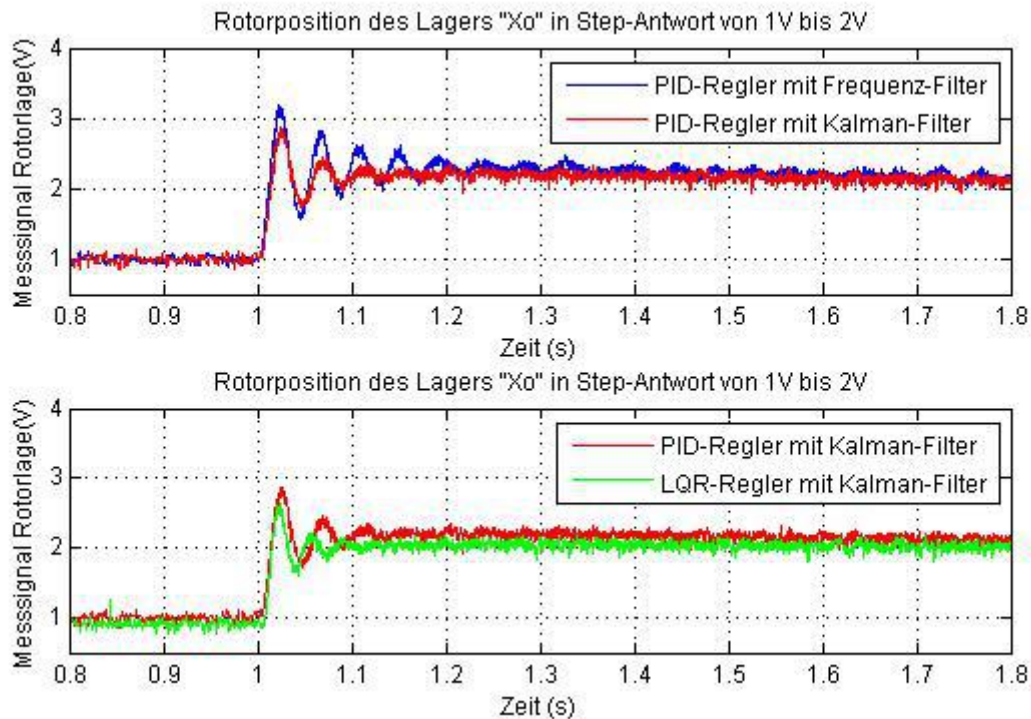


Abb.6.91: Step-Antwort von 1V bis 2V der Lageregelung

Umdrehung-Versuch

Die in dieser Arbeit untersuchte Einsetzbarkeit des Konzepts erfordert die Verifikation des zu erwartenden Regelverhaltens im Umdrehung-Versuche. Maßgeblich hierfür ist die Positioniergenauigkeit unter wechselnder Drehzahl, wozu neben der Unwucht-Kraft vor allem die durch Motor dominierten Antriebskraft beiträgt.

In Analogie zur Umdrehung wurde die Welle mittig durch einen Antriebskrafterreger mit einem Sinussignal angeregt. Die durchschnittliche Antriebskraft bei Umdrehung beträgt ca. 1,5 kN. In diesem Abschnitt wird zunächst das Regelverhalten im Hinblick auf die Antriebskraft untersucht. Das Hauptaugenmerk bei diesen Untersuchungen liegt dabei auf der Anfälligkeit der Lagerung im Störverhalten.

Für ausreichende Steifigkeit in Umdrehung wurde bei aktiven magnetischen Lagerungen die mögliche Verstärkung der Lagersteifigkeit und Dämpfung mit Regler-Verstärkungsfaktor 2 durchgeführt. Erkennbar ist die Verschiebung der Eigenfrequenz, also die Erhöhung von Eigenfrequenzen, z. B. von ca. 111 rad/s bis zu 135 rad/s der ersten Eigenfrequenz, von 189 rad/s bis 266 rad/s der zweiten Eigenfrequenz. Da die verursachte Unwucht-Erregung klein ist, stellen die vorstehenden Eigenfrequenzen noch keine kritischen Drehzahlen dar.

Das Abb.6.92 zeigt die Lagemessung bei Umdrehung 800 U/min mittels der Sensorik für die Magnetlager „Xo“ und „Xu“. Die Welle wurde in radialer Richtung mittig durch eine sinusförmige Antriebskraft angeregt. Dargestellt ist ein Vergleich der Messsignale jeweils mit Nutzung des Konzeptes „PID-Regler mit Tiefpassfilter“ und „Zustandsregler mit Kalman-Filter“. Die Auslenkung der Signale ist mit $|x_{\text{Rotor}}| = 0,5 \text{ V}$ im Lager „Xo“ und „Xu“. Es zeigt sich stark verrauschtes Messsignal.

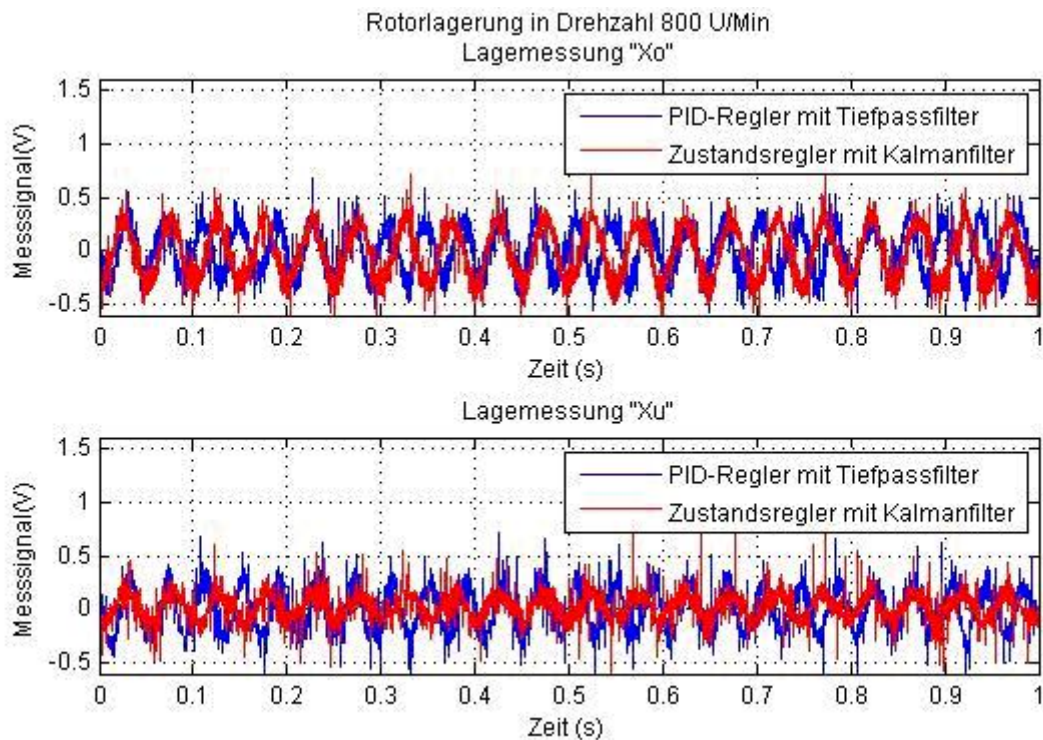


Abb.6.92: Der Verlauf von Wellenlagen „Xo“ und „Xu“

Die beispielhaften Verläufe der Wellenlagen sowie die zugehörigen Orbits nach Erreichen des stabilen Betriebszustandes ca. 800 U/Min sind in den Bildern in Abb.6.93 zu sehen. Die Amplituden der radialen Wellenlagen auf der Seite „ober“ liegen bei $0,5 \text{ V} \approx 31,25 \text{ } \mu\text{m}$ (Konzept PID-Regler mit Tiefpassfilter) und $0,4 \text{ V} \approx 25 \text{ } \mu\text{m}$ (Konzept Zustandsregler mit Kalman-Filter), auf der Seite „unter“ liegen bei $0,25 \text{ V} \approx 15,625 \text{ } \mu\text{m}$. Die Schwingungen auf Seite „unter“ sind geringer, da die Stabilisierung von Permanentmagneten existiert. Die Schwingungen der Wellenlagen und das Breite der Orbit-Kurve wurden merklich reduziert.

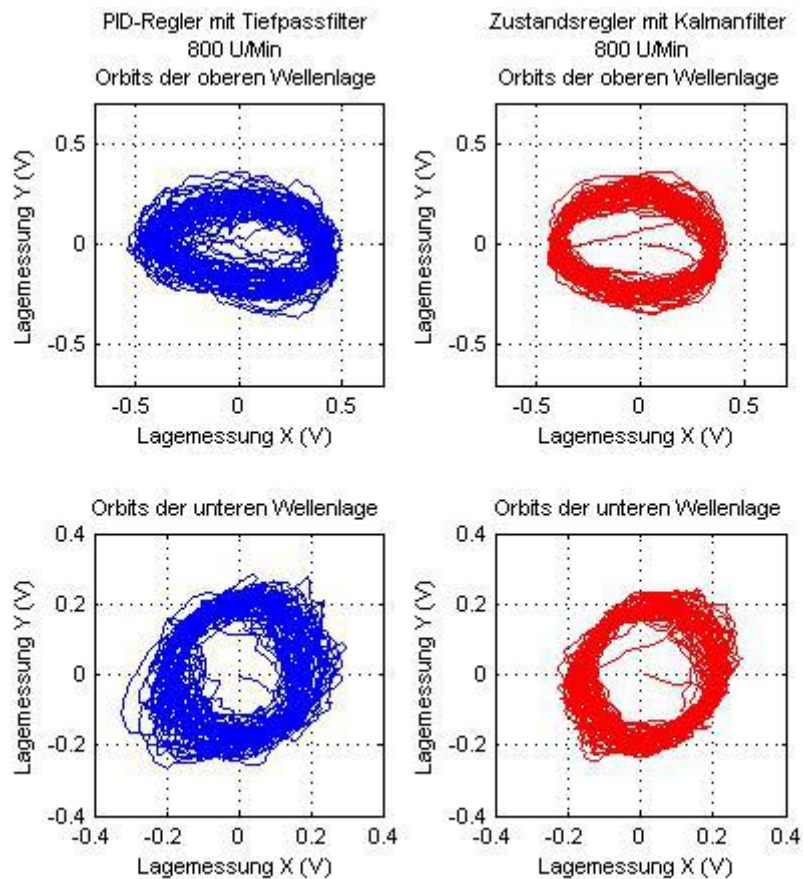


Abb.6.93: Die Orbit-Kurve der Wellenlagen
ca. 800 U/Min

Die Amplitude des Frequenzganges der Rotorverschiebung und der an Rotor in X und Y-Richtung angreifenden Erregung wurden abgebildet. Die beispielhaft gewählte Frequenzgänge des geregelten Systems, inklusive Eigenschwingung und Unwuchterregung, wurden durch Abb.6.94 und Abb.6.95 gezeigt.

Der gezeigte Frequenzgang der Lageregelung im „Xo“ ergibt sich aus einer Erfassung an experimentell ermittelte Daten bei 800 U/min. In Abb.6.94 ist die Amplitude der Rotorverschiebung aus Antriebskraft um 26 Hz ca. 0,36 V in Lagerung „Xo“. In Abb.6.95 ist die Amplitude der Rotorverschiebung in Lagerung „Xu“ um 26 Hz ca. 0,18 V. Die Amplitude der Umgebungsschwingung um 650 Hz ca. 0,06 V gut zu erkennen. Die Eigenfrequenz der magnetischen Lagerung um ca. 30 Hz und 42 Hz in beider Lager „Xo“ und „Xu“ sind im Diagramm nicht gut erkennbar, aber bei dieser die kritische Drehzahl auftreten könnte, wobei die Erhöhung der Dämpfung oder die Erhöhung der Eigenfrequenz erforderlich.

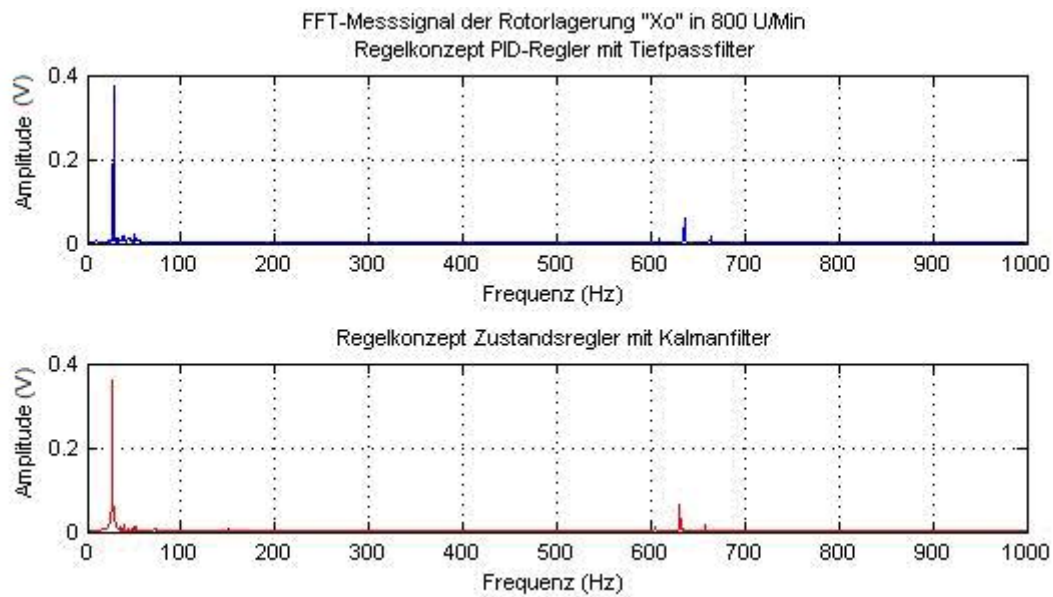


Abb.6.94: Spektren der Wellenlagen „Xo“
ca. 800 U/Min

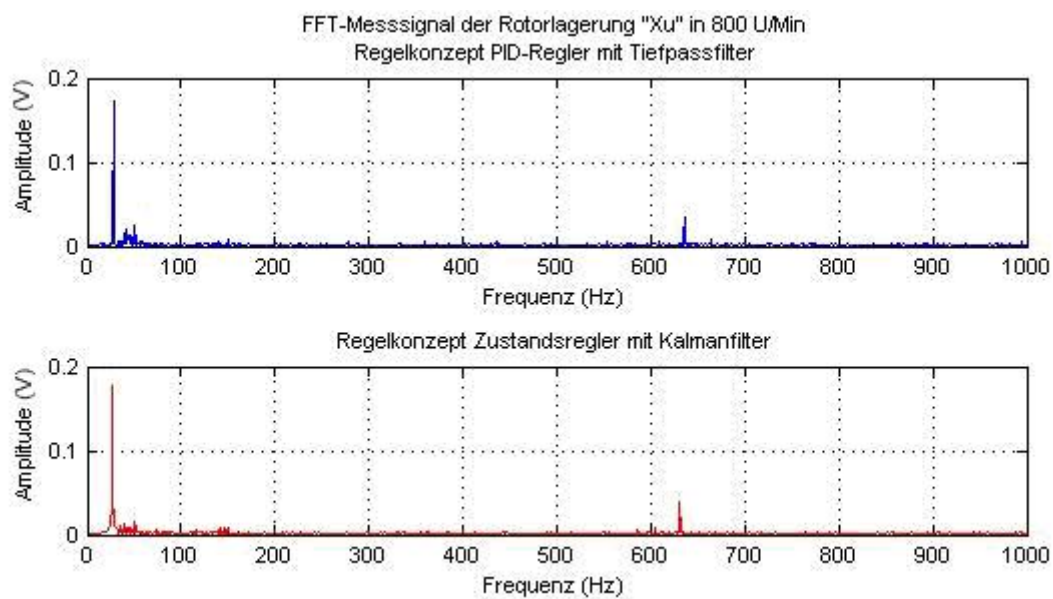


Abb.6.95: Spektren der Wellenlagen „Xu“
ca. 800 U/Min

Zur Untersuchung der Stabilität der Betrieb wurde das Steuersignal analysiert. Das Signal ist in Abb.6.96 dargestellt. Es zeigt sich eine dominierte Schwingung bei einer Frequenz von 25 Hz, welche zur aus Motor verursachten Antriebsfrequenz passt. Es handelt sich hier um eine Streuung des Signals aufgrund des rückgekoppelten Rauschens.

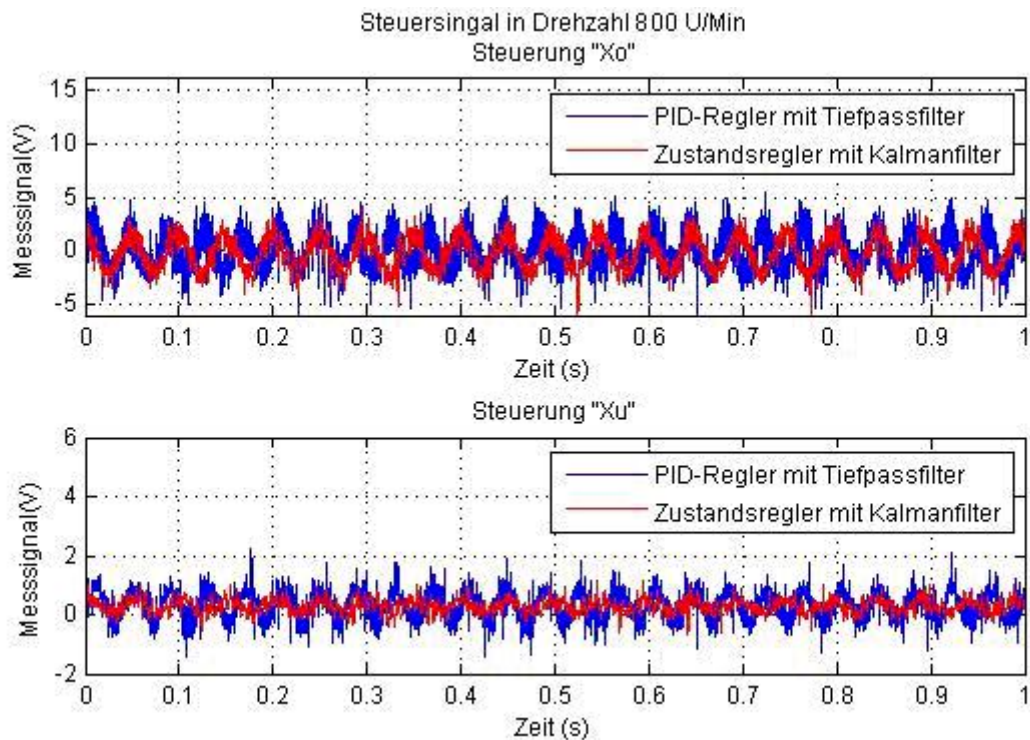


Abb.6.96: Der Verlauf vom Steuersignal
ca. 800 U/min

Die beispielhaft gewählten Amplitudenhöhepunkte, inklusive der Regelung gegen Rotor-Verschiebung mit gekoppelter Eigenschwingung aus der gedämpften Feder-Theorie von ca. 25 Hz bis 50 Hz und des rückkoppelten Rauschens sowie der Umgebungsschwingung von ca. 620 Hz bis 660 Hz, wurden durch Abb.6.97 und Abb.6.98 gezeigt. Im Bild ist die durch die Filteroptimierung erreichte Reduzierung der durch Rauschen verursachten Amplitude gut zu erkennen, die ein Zeichen für das neue Regelkonzept ist. Die Amplitude des Frequenzgangs des Steuersignals wurden abgebildet.

Man kann erkennen, dass im Gegensatz zum Regelkonzept „PID-Regler mit Tiefpass-Filter“ mit Regelkonzept „Zustandsregler mit Kalman-Filter“ die durch das Rauschen und die Umgebungsschwingung verursachte Amplitude bei ca. 650 Hz ihren Maximalwert jeweils von 1,1 V bis 0,7 V in Lagerung „Xo“ in Abb.6.97 und von 0,18 V bis 0,08 V in Lagerung „Xu“ in Abb.6.98 erkennbar reduziert wurde.

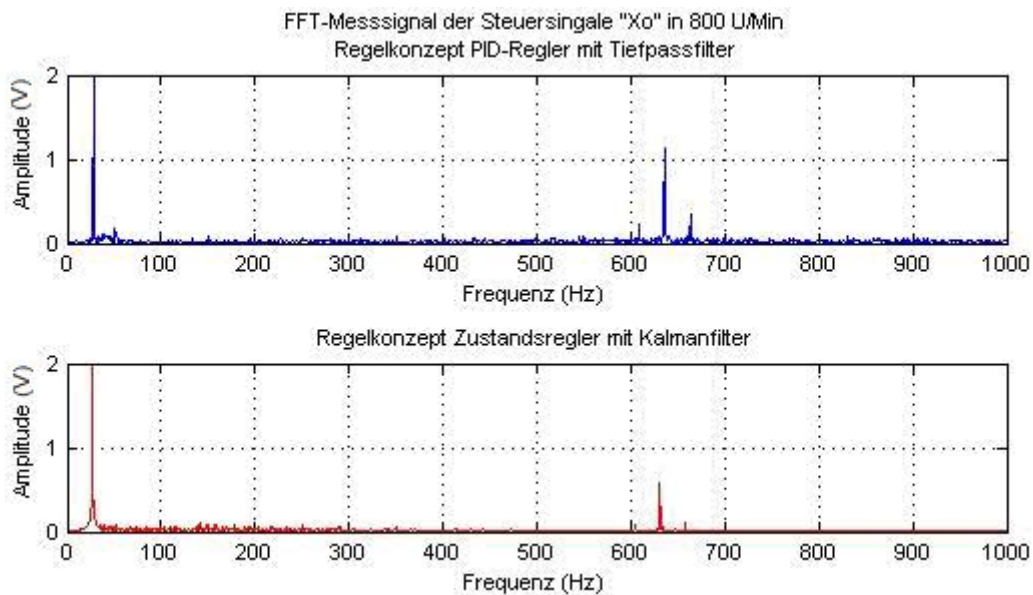


Abb.6.97: Spektren des Steuersignals „Xo“
ca. 800 U/min

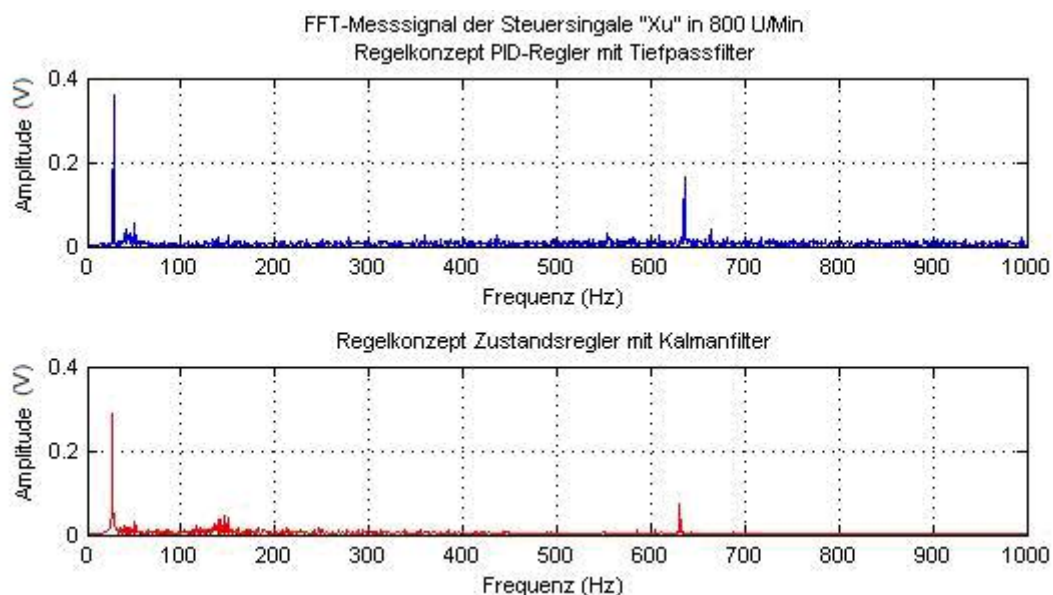


Abb.6.98: Spektren des Steuersignals „Xu“
ca. 800 U/min

6.5.5 Fazit

Versuch in axialer Richtung

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über den Versuchsergebnissen der magnetischen Lagerung in axialer Richtung. Eine praktisch relevante Anwendung motivierte ein Vergleich zum klassischen Regelkonzept. Die vorgeschlagenen Anwendungen umfassen von der Analyse über Führungsverhalten, Störverhalten, Geräusch, Ruhe des Betriebs bis hin zu Analyse der Signale in Frequenzbereich.

Als Grundlage dienen die Messung des Rauschens von Positionsmessung und Strommessung zu Beginn in Abschnitt 6.5.1 in Abb.6.38 bis Abb.6.41, die sich unter dem

Stichwort Varianz, Standardabweichung und Mittelwert in Tbl.6.6 zusammenfassen lassen.

Das klassische Regelkonzept und das neuartige Regelkonzept werden in Experiment des Führungsverhaltens in Abb.6.42 und Abb.6.43 angewendet. Die neuartige Zustandsregelung ermöglicht die Stabilisierung in An- und Abfahrt-Experiment (siehe Abb.6.49 und Abb.6.50) mit und ohne zusätzliche mechanische Stabilisierung durch Reibkonus in Abb.6.2. Für den klassisch geregelten Kreis werden die An- und Abfahrt ausschließlich mithilfe von zusätzlicher mechanischer Stabilisierung (siehe Abb.6.44, Abb.6.45) möglich. Bemerkenswert ist die Laufruhe des Betriebs basierend auf neuartigem Regelkonzept, das durch FFT-Analyse des Regelsignals in Abb.6.48 nachgewiesen ist. Aus Analyse des Ein- und Ausgangsverhaltens mithilfe des Bode-Diagramms in Abb.6.52 und Abb.6.53 ist das gewünschte Tiefpass-Charakteristik mithilfe eines Kalman-Filters als Zustandsvorhersage präsentiert. Die geforderte Ruhegüte des Regelkreises, d. h. seine Geräuschlosigkeit, stellt das Kalman-Filter als ein Beobachter sicher.

Für den Einsatz der Magnetlager sind die variierenden Arbeitspunkte im Betrieb typisch, daher sollte im Entwurf die Adaption berücksichtigt werden. Die in den Abschnitt 6.5.3 präsentierten Experimente des Störverhaltens zeigen die identische dynamische Eigenschaft des Regelkreises mit adaptiver Zustandsregelung bei verschiedenen Arbeitspunkten. Die maximale Auslenkung im Störverhalten wurde bemerkbar reduziert. Der Vorteil der adaptiven Regelung kann durch die Auswertung der Eigenschwingung nachgewiesen werden. Die reduzierten Amplituden der Eigenschwingung aus adaptive Regelung lassen sich durch FFT-Analyse in Abb.6.59 bis Abb.6.75 im Vergleich zur fixierten Regelung vorstellen.

Zusammengefasst ergibt sich ein wesentlicher Vorteil des Konzeptes „MIMO-Zustandsregelung“ im Gegensatz zum „SISO-Regelung“ aus der Möglichkeit, mit ausreichender Steifigkeit, die Regelfläche aktiver zu minimieren. Ein wesentlicher Vorteil des Konzeptes adaptiver Regelung im Gegensatz zur fixierten Regelung ist die effektive Dämpfung der Eigenschwingung in variierenden Arbeitspunkten.

Versuch in radialer Richtung

Eine wirksame zentrale Regelung der beiden radialen Magnetlagern im Vergleich zur dezentralen Regelung (als klassische Regelung) stellt der Abschnitt 6.5.4 dar. Zur Berücksichtigung der dynamischen Eigenschaft der Lagerung bzw. Robustheit gegen Modellunsicherheit wird ein Rückführregler durch Polvorgabe, Eigenfrequenz, Steifigkeit und Dämpfung festgestellt, der vor allem die Stabilität des Regelkreises sichert. Modellbasiert wird für jeden Zustand die zentrale Zustandsbeobachtung mithilfe Kalman-Filters ermittelt, die über entsprechende Vorgaben die Zustandsgrößen des Rotors realitätsnah schätzen.

Ein Vorteil des Konzepts der Kalman-Filterung im Gegensatz zur Tiefpass-Filterung ist die Reduzierung des Einflusses von Eigenschwingung und Rauschen auf die Steuergröße und die Stabilisierung der elektronischen Komponenten. Die Begründung der optimierten Laufruhe geschieht mittels Frequenzanalyse. Laut FFT-Analyse der Messsignale der Positionsmessung (siehe Abb.6.80 und Abb.6.81) und Steuersignale (siehe Abb.6.82 bis Abb.6.85) kann das eingeführte Kalman-Filter als Zustandsbeobachter die starke Maschinen-Eigenschwingung und das stochastische Rauschen im ganzen Frequenz-

bereich in Zustandsrückführung effektiv reduzieren. Eine optimierte Tiefpass-Eigenschaft des Regelkreises lässt sich in Bode-Diagramm in Abb.6.86 bis Abb.6.89 vorstellen. Damit eine Glättung der Steuersignale in Leistungselektronik gestattet ist.

Bei der radialen Positionsregelung finden Step-Antwort und Umdrehungsversuch statt. Beim Step-Antwort ergibt sich ein wesentlicher Vorteil des Konzeptes der zentralisierten MIMO-Zustandsregelung im Gegensatz zum dezentralisierten SISO-Regelung in radialer Lagerung aus der Möglichkeit, die schnellere Zielfolgerung zu ermöglichen (siehe Abb.6.90 und Abb.6.91). Um eine Reduzierung der Positionsstreuung im Umdrehungsversuch zu ermöglichen (siehe Abb.6.92 und Abb.6.93) ist über klassische SISO-dezentrale Regelung hinaus MIMO-zentrale Regelung implementiert. In Experimenten des Step-Antworts und Umdrehungsversuch überzeugt das neuartige Konzept (als zentrale Regelung) durch optimierte Stabilität und reduzierte Rotor- Auslenkung.

Zusammengefasst stellt der Einsatz der Zustandsregelung in Verbindung mit Kalman-Filterung somit einen wesentlichen Beitrag zur Erhöhung der Stabilität der magnetischen Positionierung in Anlagen mit starkem Prozessrauschen / -störung und starker Struktureigenschwingung dar.

7 Zusammenfassung

Zur Erhöhung der Stabilität des Systems werden geeignete Regel- und Filterkonzepte entwickelt. Eine zentrale Aufgabe bei der Entwicklung eines solchen Konzeptes besteht darin, die optimalen Regler- und Filterparameter sowie die relevante Systemeigenschaft zu ermitteln. Hierbei müssen für einen Einsatz die funktionalen Anforderungen, sog. Rechenzeitbedarf und Applikationsaufwand erfüllt werden.

Überblick der Vorgehensweise

Ausgehend vom Stand der Technik in Abschnitt 1.2 wurden in dieser Arbeit zunächst die Eigenschaften der Magnetlagertechnik sowie die Modellbildung des Systems in Abschnitt 2.1 und 2.2 untersucht. Es stellte sich hierbei an einem Rotor mit vollem Freiheitsgrad in Abb.2.10 in Abschnitt 2.3.1.1 heraus, dass alle Regel- und Filterkonzepte prinzipiell für die gestellte Aufgabe geeignet sind.

Auf Basis der Ergebnisse der Systemidentifikation mithilfe neuronalen Netzen in Abschnitt 3.1.4 sowie 3.2.4 und der Linearisierung mithilfe Regressionsverfahrens in Abschnitt 3.1.5 konnte nachgewiesen werden, dass sich eine Variation der Parameter auf die linearisierte Regelstrecke ausübt. Um die Robustheit der Regelung gegenüber Abweichung des Streckengliedes zu erhöhen, wurde eine Adaption der Regler und Filter in nachfolgenden Abschnitten vorgeschlagen.

Unter Berücksichtigung der Strukturdynamik, des Sensor-Offset sowie des Mess- und Prozessrauschens aus Abschnitt 4.1 und 4.2 stellte sich heraus, dass die Filterung die höchste Robustheit, Schnelligkeit sowie Genauigkeit für eine Zustandsrückkopplung aufweist. Parallel konnte durch eine Analyse der Umgebungsschwingung der Maschinenstruktur in Abschnitt 4.3 nachgewiesen werden, dass diese Effekt der Umgebungsschwingung in der Zustandsrückkopplung beseitigt werden müssen. Aus Grund der starken Dynamik wurde ein modellbasierter MIMO-Beobachter (sog. Kalman-Filter) statt eines SISO-Tiefpassfilters (sog. Frequenzfilter) eingesetzt.

Die Bestimmung der Reglerparameter über optimale Regelung in Verbindung mit den Feder- und Dämpferkennlinien (siehe Abschnitt 2.4.2) hatte hierbei den Nachteil, dass bei starker Variation der Prozessparameter die robuste Regelung die optimale Regelqualität um den aktuellen Arbeitspunkt nicht gewährleisten konnte. Es wurde daher ein Verfahren (sog. Adaptiver Zustandsregler) in Abschnitt 5.3 und 5.4 eingesetzt, bei dem die Reglerparameter über den Arbeitspunkt adjustiert werden.

Um zu prüfen, ob bei dem gewählten Konzept die Stabilität in Betrieb weiter optimiert werden kann, wurde die Lageregelung in Störfälle, Umdrehungsfälle, sowie in verschiedenen Betriebsphasen bewertet. Diese Untersuchung in Abschnitt 6.5 hat ergeben, dass die Robustheit und Stabilität in komplexer Einsatzumgebung gut gewährleistet wurden. Die Messwertauswertung sowie Frequenzanalyse haben Vorteile gegenüber traditionellem Regelkonzept aufgezeigt. Das Konzept leistet einen Beitrag zur Stabilität, Laufruhe und Reduzierung der Maschinenschwingung.

Zusammenfassung des Konzeptes

Das hier vorgestellte neuartige Konzept stellt eine Zustandsregelung dar mit den integrierten Funktionen der Kalman-Filterung, Systemidentifikation, Systemdiagnose sowie Adaptionsverfahren. Eine praktisch relevante Anwendung motivierte die geordnete Zusammenstellung der Verfahren, die bei systematischer Nutzung zu automatisch adaptierter Regelung und Filterung führen sollen. Zusätzlich bestätigen auch die experimentellen Ergebnisse die präsentierten Entwürfe.

A. Technik der Identifikation

Die vorliegende Arbeit stellt ein Identifikations- und Linearisierungskonzept in Abschnitt 4 für die Komponenten in der Regelstrecke vor. Das integrierte Konzept ermöglicht eine kontinuierliche Online-Identifikation sowie die Überwachung vom Systemzustand.

Die Leistungselektronik erlaubt eine exakte lineare Umwandlung des Steuersignals zum Spulenstrom im niedrigen Frequenzbereich. Auf diese Weise ist es dem Adaline-Netzes in Abb.3.22, das numerische Ein- und Ausgangsverhalten zu bestimmen. Durch gezielte Anpassung der Lernschrittlänge des Netzes ist die erreichbare Streuung der Identifikationsergebnisse äußerst gering (siehe Ergebnisse von Abb.6.26 bis Abb.6.30 in Abschnitt 6.4.1.2), weshalb das Konzept im Wesentlichen in verrauschter Industrie-Einsatzumgebung geeignet ist. Im Rahmen der Identifikation des linearen MIMO-dynamischen Systems wurde die Fehlerquadratmethode verwendet. Im Gegensatz zum Regressionsalgorithmus in Abb.3.21 (sog. Klassische Methode) ist mithilfe Adaline-Netzes in Abschnitt 3.2.4 eine effektive Reduzierung des Rechenaufwands möglich. Diese Methode wäre für die Online-Diagnose sehr nützlich.

Im Rahmen der Identifikation der Rotordynamik werden die Adaline-Netze für die Identifikation der Kraft-Strom-Luftspalt-Koeffizienten sowie der Zustandsänderung in Abschnitt 3.1.4 genutzt. Eine erfolgreiche Identifikation ist mit einem adäquaten mathematischen Modell möglich, das sich in das Adaline-Netz von Abb.3.12 bis Abb.3.15 integrieren lässt und die reale Rotordynamik abbilden kann. Vor allem bei dem Konzept kann der Prozess ohne Unterbrechung mit dem vermeintlich verrauschten und verfälschten Signal identifiziert werden. In anschließendem Verfahren der Linearisierung in Abschnitt 3.1.5 ist daher eine Analyse mithilfe Regressionsmethod in Abb.3.16 durchgeführt, um die Kernfaktoren eines Schwingungssystems, sog. Steifigkeit und Dämpfungsratio, zu bestimmen. Die Ergebnisse der Linearisierung in Abschnitt 6.4.1.1 zeigen, dass die Eigenschaft der Nichtlinearität zur erheblichen Abweichung des linearen Streckengliedes bei den verschiedenen Arbeitspunkten führt. Unter Laborbedingungen gelingt die traditionelle Identifikation der Kernfaktoren anhand der Analyse des Frequenzverhaltens. Im Gegensatz dazu ist die Anwendung in reale Einsatzumgebung jedoch begrenzt. Die Integration der vorgestellten alternativen Verfahren scheint sinnvoll.

Die Zusammensetzung der vorgestellten Adaline-basierten Methoden und der Methoden der Linearisierung erlaubt es, Aussagen über das lineare Verhalten der gesamten Arbeitspunkte zu treffen und das mit den o. g. Verfahren das detektierte Fuzzylogik-Prozessmodell (siehe Abb.3.23 und Abb.3.24 in Abschnitt 3.3) in Betrieb online zu adaptieren. Der Adaptionsbedarf des Reglers besteht im Prozess. Dieser muss unter wechselnden Einsatzbedingungen dauerhaft und zuverlässig arbeiten. Der auf das Fuzzylogik-Modell basierte adaptive Regler in Verbindung mit Identifikations- sowie

Linearisierungsverfahren sollten daher robust gegenüber äußeren Streckenabweichungen funktionieren.

B. Technik des Kalman-Filters

Die Umgebungsschwingung, das Mess- und Prozessrauschen wirken unmittelbar auf die Zustandsrückkopplung. Die Beseitigung der Anteile der Störung, welche das Tiefpass-Verhalten eines Frequenz-Filters nicht beseitigt, gelingt mittels einer Kalman-Filterung in Abschnitt 4. Durch die Quantifizierung der nicht messtechnisch erfassbaren Größe kann der erfasste Systemzustand in Abschnitt 4.4.3.2 an die MIMO-Zustandsrückkopplung verwendet. Speziell wurde die Amplitude des Störsignals bei hohen Frequenzanteilen merkbar reduziert (beispielsweise in Abb.6.82 und Abb.6.83 aus Abschnitt 6.5.4). Das Kalman-Filter kann damit zur präzisen Zustandsrückkopplung bei prinzipiell beliebigen Rauschszenarien in Abb.6.84 und Abb.6.85 aus Abschnitt 6.5.4 beitragen. Im Gegensatz zu den passiven Frequenz-Filtern sind die stochastischen Vorhersagen, sog. Kalman-Filterung, im Experiment überlegen, die eine genaue, schnelle Antwort bei komplexer und stark variierender Systemdynamik in Abschnitt 6.5 gewährleisten können.

Zur präzisen Zustandserfassung sowie Störgrößenbeobachtung muss dann eine gute Übereinstimmung der Modellbildung zur realen Regelstrecke erreicht werden. Die Variation in der Verzögerung und Verstärkung der Leistungselektronik, die Stellgrößenbeschränkung der Aktoren (siehe Analyse in Abschnitt 3.2.1) sowie die Nichtlinearität und Unsicherheit der Magnetkraft (siehe Analyse in Abschnitt 3.1.1) führen zur Modellunsicherheit, die über entsprechenden Identifikationsverfahren beobachtet werden können. Hervorzuheben ist das modellbasierte lineare Kalman-Filter mit einer Online-Nachführung der Filterkoeffizienten in Abschnitt 4.5, wobei hier der Adaptionalgorithmus die Genauigkeit der Prädiktion sichern kann. Im Rahmen der axialen Versuche in Abschnitt 6.5.2 und 6.5.3 wurde ein adaptives Kalman-Filter in Abb.4.6 aus Abschnitt 4.5 entwickelt, welches mit den Messgrößen der Rotorposition und Spulenströme mithilfe eines RBFN-Expertensystems in Abb.6.31 aus Abschnitt 6.4.2 verknüpft wurde. Die im Experiment des Störverhaltens in Abschnitt 6.5.3 auftretende signifikante Verbesserung der Qualität der Störgrößenbeobachtung sowie die erzielte Überwindung der fehlerhaften Schätzgrößen begründen die Strategie zur Anpassung des Referenzmodells. Somit wurde die Genauigkeit der Schätzung in variierenden Arbeitspunkten gewährleistet.

C. Technik der Regelung

Als grundsätzliche Option für die Regler-Erstellung steht das physikalische Modell aus Abschnitt 2.3 zur Verfügung. Allerdings sind dabei die Unsicherheit und Nichtlinearität des Prozesses (siehe Abschnitt 3.1.1 und 3.2.1) zu beachten. Aufgrund der Notwendigkeit der Linearisierung der magnetischen Kraft in Abschnitt 2.2.2 muss ein Arbeitspunkt angegeben werden. Da die klassischen Magnetlager hauptsächlich für statische Anwendungen ausgelegt werden, ist der Arbeitspunkt einfach zu wählen. Aufgrund der Systemunsicherheit und der Variation der Arbeitspunkte bezüglich seiner Einsatzgebiete ist dessen Arbeitspunkt in der Praxis nicht statisch. Durch ein Identifikationsverfahren in Abschnitt 3.1.4, eine Linearisierungsmethode in Abschnitt 3.1.5 bzw. eine darauf aufbauende lineare Zustandsraumdarstellung in Abschnitt 5 konnten die für die Reglerauslegung notwendigen Arbeitspunkte bestimmt werden. Darüber hinaus wurde ein Fuzzylogik-Modell aus Abschnitt 3.3 aufgezeigt, das die im praktischen Einsatz auftreten Arbeitspunkte beinhaltet. Insbesondere hervorzuheben ist die dargestellte Zustandsregelung in Verbindung mit den durch die Systemidentifikation adaptierten Fuzzylogik-

Expertensysteme in Abschnitt 5.4. Damit besteht die Möglichkeit, die Lageregelung mit vergleichsweise steuerbarem Steifigkeits- und Dämpfungsgrad aus Abschnitt 2.4.2 in variierenden Arbeitspunkten einzubeziehen. Hier spielt der adaptive Zustandsregler aufgrund seiner Anpassungsfähigkeit zum aktuellen Arbeitspunkt seine Vorteile gegenüber dem klassischen Konzept (sog. fix-control-design) aus.

Im Rahmen der Anforderung der Stabilität am magnetisch gelagerten System wird der Einsatz höherer Regelungsverfahren stetig unverzichtbar. Der Einsatz von Mehrgrößenregelungen ermöglicht eine rückgekoppelte Beeinflussung aller relevanten Regelgrößen. In der vorliegenden Arbeit wurde ein Beitrag zur Entwicklung und Verifizierung einer Mehrgrößen-Regelung in Abschnitt 5 geleistet. Das LQR-Regelkonzept wäre außerdem für die Stellung der Stabilität denkbar, insbesondere für das MIMO-System. Ein Vergleich wurde in Versuch in Abschnitt 6.5 vorgestellt, und er weist den Vorteil der Mehrgrößen-Regelung im Gegensatz zur traditionellen SISO-Regelung im praktischen Einsatz nach: Im Rahmen des axialen Experiments an Anlage FLP 500 wurde das LQR-Mehrgrößen-Regelkonzept umgesetzt, das für die Versuche der Führungsantwort in Anfahrts- und Abfahrtsexperiment (siehe Abschnitt 6.5.2) ohne zusätzliche mechanische Stabilisierung die ausreichende Stabilität und Steuerbarkeit der Rotorpositionierung in Abb.6.49 und Abb.6.50 mitbrachte. Für die präsentierte radiale Regelung in Abschnitt 6.5.4 durch die Optimierung der Kostenfunktion unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen, sog. Dämpfung- und Steifigkeitsgrad in Anh.6.13 und Anh.6.15, lässt sich der LQR-Regler parametrieren. Sehr gute Stabilisierung der Rotorpositionierung im radialen Führungsverhalten in Abb.6.90 und Abb.6.91 sowie die merkbare Reduzierung der Rotorauslenkung im Umdrehungsverhalten wurden in Abb.6.92 und Abb.6.93 gezeigt.

Anhang

Anh.1.1 Regelkonzept der aktiv magnetischen Lagerung

Method	Properties	Strengths	Weaknesses	Other comments
Proportional integral derivative (PID) control including PD control	Output feedback	Low controller order	System dynamics need to be well understood	Widely used - most industrial applications use decentralized PID control
		Design process ensures high feasibility	Requires extensive knowledge and experience from designer	COG coordinate control superior over decentralized scheme
	Other forms include COG (center of gravity) coordinate, collocated, non-collocated and mixed	Extends without difficulty	Might become insignificant as robust design methods become better	Many successful applications in decentralized schemes
		Easily applied to decentralized (SISO) control schemes	Controller parameter selection can be time-consuming without turning software	Often combined with genetic algorithms and fuzzy logic systems
		Suited to industrial applications	Potential instability under certain conditions	
H_{∞} control	Output feedback	High robustness	Requires state-space description	Rarely used in industrial application
		Works well for MIMO control schemes and complex plants	Large computational resources -high order and complexity	Mathematically abstract
	Design using frequency domain weighting functions	Weighting functions determined by specifications	Very sensitive though unbalance performance better than μ -synthesis	Tries to minimize model uncertainty, steady-state error, noise and disturbances

Method	Properties	Strengths	Weaknesses	Other comments
μ -synthesis	Output feedback	Design follows natural reasoning	Negative unbalance performance	Few examples of industrial applications
		Directly address sensitivity issues	Requires state-space description	
	Design using frequency domain weighting functions	Works well for MIMO control schemes and complex plants	Large computational resources - high order and complexity	Powerful theory for independent uncertainties
		Weighting functions determined by specifications		Mathematically abstract
Passive control	Output feedback	Closed-loop stability ensured even with modelling errors	Non-ideal dynamics, plant non-linearity and digital control threaten passivity property	Not feasible under certain conditions - relative degree of system cannot be higher than one
	Passivity property of system used	Used to design zero bias control laws		
Pole placement	State feedback	Closed-loop system dynamics directly treated	All system states have to be available	Familiar method but rarely used
	Place zeros of characteristics equation at desirable locations		Choosing closed-loop system poles difficult without required skill	Performance comparable to sliding mode control
			Treatment of bandwidth limitations and sensor noise challenging	
Linear quadratic (LQ) control	Output feedback	Observer used to estimate non-measurable system states	Selection of weighting matrices require skill and experience,	Familiar method but rarely used
	Quadratic cost function is minimized		Sensitivity problems due to uncertainties in observer dynamics	No significant advantages over decentralized control with rigid rotor
				Exact information of plant dynamics needed

Method	Properties	Strengths	Weaknesses	Other comments
Artificial intelligence (Fuzzy logic, neural networks)	Systems are intended to exhibit adaptive capabilities in changing environments and possess knowledge of a human expert in a specific field	Differential AI approaches can be combined in complimentary fashion	Many AI techniques suffer from curse of dimensionality	Many examples in literature of AI techniques aiding conventional AMB control design methods
		Neural networks can recognize patterns and continually adapt to changes in environment	Determining optimal weights for network can be a difficult task i.e. non-trivial	Very few industrial AMB applications of neural network control
		Fuzzy systems incorporate human knowledge and have the ability to reason	Classic fuzzy systems cannot adapt to changing environments	Fuzzy logic very often combined with neural networks, genetic algorithms and PD/PID control
Controllers using genetic algorithms	Global optimization method	Genetic algorithms (GAs) are derivative free global optimization methods	Derivative-free optimization methods take long with large search spaces	GAs often used to tune controller parameters for other methods
Sliding mode control	State feedback	Order of controller can be reduced	All system states have to be available	Many successful applications in industry
		Disturbance rejection	System dynamics need to be well understood	
	Decoupled design procedure	Low sensitivity to parameter variations and unmodelled dynamics	Existence of sliding mode controller by static hyperplane design may not always exist	VSC-Variable structure control
		Easy to implement	In case of high stiffness, uncontrollable chattering renders system unstable	
Back stepping	State feedback	Applicable to systems which are not feedback linearizable	All system states have to be available	Many applications in adaptive schemes
	Virtual controller uses latter states to stabilize previous one			

Tbl.7.1: Darstellung der Regelkonzepte für aktive Magnetlager
[Combrinck, 2010]

Anh.1.2 Mathematische Grundlagen Soft Computing

Laut Quelle [Nissen, 2019] als Kerngebiete des Soft Computing zählen die folgenden Teilgebiete:

- Künstliche neuronale Netze (KNN)
- Unscharfes Schließen, insbesondere mittels Fuzzylogik und Fuzzy-Mengen
- Probabilistisches Schließen
- Evolutionäre Algorithmen

Tbl.7.2 gibt einen Überblick über die Vor- und Nachteile möglicher Verfahren.

Verfahren	Vor- /Nachteile
klassische Verfahren der statistischen Mustererkennung	-Diagnosebewertung mit unsicheren Daten problematisch -Erklärungsfähigkeit gering -Angabe von a priori Wahrscheinlichkeiten schwierig
klassische Verfahren der geometrischen Mustererkennung	-komplexe Darstellung bei mehr als 2 Dimensionen -hoher Berechnungsaufwand
regelbasierte Fuzzy-Systeme	+effizient und kompakt implementierbar +transparent +gute Herleitung aus Expertenwissen +kein mathematisches Modell notwendig +Verarbeitung ungenauer (unscharfer) Informationen +einfache Interpretation der internen Abläufe und Ergebnisse -nicht lernfähig -keine formalen Methoden zur Optimierung
Neuronale Netze	+sehr flexibel +sehr komplexe Zusammenhänge lernbar -Entscheidungsfindung nicht nachvollziehbar -sehr viele Trainingsdaten notwendig -lange Lernphasen -sehr rechenintensiv -Übertragung von vorhandenem Wissen schwierig

Tbl.7.2: Vergleich von Klassifikationsverfahren
[Gärtner, 2007]

Anh.1.2.1 Fuzzylogik

In diesem Abschnitt werden der Begriff der Fuzzy-Menge und die darauf bauenden Fuzzy-Systeme zur Beschreibung der dynamischen Systeme eingeführt. Diese wurden seit ihrer Einführung in zahlreichen Arbeiten modifiziert und weiterentwickelt.

An die Definition der Fuzzylogik zeigt die Publikation [Baur, 2003]:

„die Bezeichnung des Fuzzy-Sets, die mit Fuzzy-Menge oder unscharfer Menge übersetzt wird, wurde zur Benennung eines erweiterten Mengenbegriffs geprägt. Mit dem Begriff der Fuzzy-Menge und der damit formulierten Fuzzylogik wurde ein Kalkül zur exakten mathematischen Behandlung von unscharfen Informationen, sog. vagen, unvollständigen oder gestörten Informationen, vorgestellt. Solche unscharfen Klassen werden durch vergleichende Attribute charakterisiert, die eine relative Ähnlichkeit der Objekte beschreiben. In solchen Klassen zeichnen sich die Objekte im Gegensatz zum klassischen Mengenbegriff, der für eine klare Trennung zwischen

Zugehörigkeit und Nichtzugehörigkeit steht, durch eine graduelle Zugehörigkeit aus, die typischerweise das Intervall $[0,1]$ umfasst.“

Definition: Gegeben sei die Menge x sowie die Abbildung des Zugehörigkeitsgrades μ von x in das Einheitsintervall $[0,1]$ der reellen Achse $\mu(x) \rightarrow [0,1]$

Dann heißt die Menge A aller geordneten Paare $(x, \mu_A(x))$

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x) \rightarrow [0,1] \}$$

die Fuzzy-Menge über dem Grundbereich X .

Fuzzy-Systeme

Die Einführung der Fuzzy-Menge liefert die Grundlage der Fuzzylogik in Quelle [Baur, 2003], mit der es möglich ist, unscharfe Information in Form von linguistischen Aussagen und heuristischen Kriterien zu verknüpfen und Schlussfolgerungen zu formulieren. Solche Systeme, werden als relationale Fuzzy-Systeme bezeichnet. Die Regeln haben die Gestalt:

Wenn <Prämisse ist ...>, Dann <Konklusion ist ...>

Sowohl die Prämisse als auch die Konklusion sind mit unscharfen linguistischen Variablen formuliert, die mit ihren linguistischen Werten je eine Klasse von den Zuständen beschreiben. Die Konklusion stellt eine scharfe Ausgangsgröße für einzelne Regel dar. Die Verknüpfung aller Regeln führt dann zum eigentlichen globalen Ausgangswert, der somit einen Kompromiss für die lokalen Ausgangswerte darstellt.

Zur Bestimmung der Ausgangs- und Zielgröße beim Fuzzy-System sind die folgenden Schritte notwendig: (1), Fuzzifizierung. (2), Inferenz der Regekbasis, inklusive der Aggregation und Implikation. (3), Akkumulation in Inferenz. (4), Defuzzifizierung. Detail befindet sich in Quelle [Neher, 2012]. Mithilfe eines Fuzzylogik-Systems soll ein statischer, nichtlinearer Funktionszusammenhang wiedergegeben werden. Solches Fuzzylogik-System wird in Abb.7.1 dargestellt.

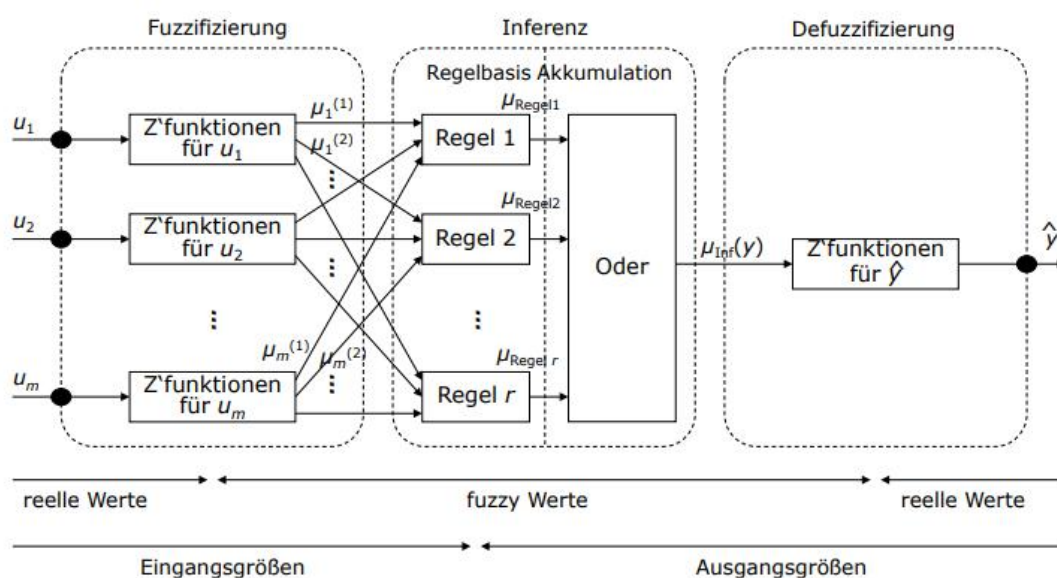


Abb.7.1: Darstellung des Fuzzylogik-System
[Ament, 2015]

Fuzzifizierung

In Quellenstelle ist die Stufe der Fuzzifizierung ist durch die Zugehörigkeitsfunktionen der Eingänge definiert. Zu jedem Eingang u_i mit $i=1,\dots,m$ können dabei mehrere Zugehörigkeitsfunktionen

$$\mu_i^{(1)}(u_i), \mu_i^{(2)}(u_i) \dots$$

definiert werden. In der Regel wählt man die Zugehörigkeitsfunktionen für jeden Eingang i so, dass die Summe aller Zugehörigkeiten für einen beliebigen Eingangswert u_i gleich Eins ist:

$$\sum_k \mu_i^{(k)}(u_i) = 1 \text{ für beliebiges } u_i \text{ und alle Eingänge } i=1,\dots,m$$

Nachfolgendes Bild zeigt ein Beispiel mit 5 stückweise linearen Zugehörigkeitsfunktionen.

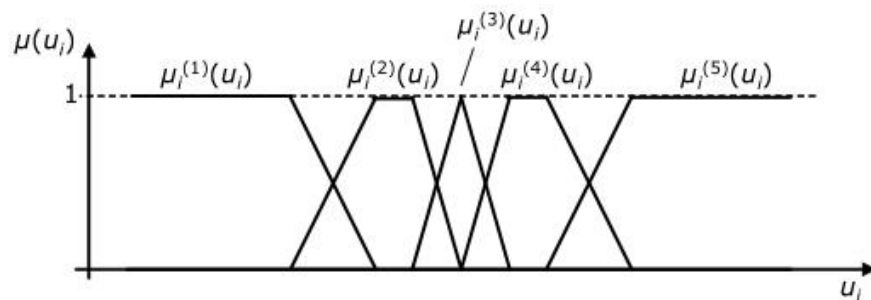


Abb.7.2: Darstellung der linearen Zugehörigkeitsfunktionen
[Ament, 2015]

Inferenz

In oben genannter Quelle bildet den Kern eines Fuzzy-Systems die Regelbasis. Sie besteht aus $j=1,\dots,r$ Regeln, in denen der kausale Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen definiert wird. Jede Regel j speichert einen Kausalzusammenhang in Form einer Wenn-Dann-Aussage mit Prämisse P_j und Konklusion K_j .

die auch als logische Implikation ($P_j \rightarrow K_j$) formuliert werden kann. Die Prämisse besteht aus einer logischen Verknüpfung der Zugehörigkeitsgrade der Eingangsgrößen. In der Konklusion steht eine der Zugehörigkeitsfunktion für den Ausgang y . Auf diese Weise kann die in der jeweiligen Regel gewünschte Aktion für y definiert werden. In der Regelbasis kann auf diese Weise das „Wissen“ über das Ein- / Ausgangsverhalten gespeichert werden; es ist unabhängig von aktuell anliegenden Eingangsvektoren.

Liegt ein konkreter Eingangsvektor u an, soll jede Regel j in dem Maße aktiv werden, in dem ihre Prämisse erfüllt ist. Laut Angabe in Quelle in der klassischen Logik wird diese Schlussregel als „Modus Ponens“ bezeichnet. Der logische Wert der Regel ist also:

$$\text{Regel } j = (P_j \wedge (P_j \rightarrow K_j)) \quad (7.1)$$

Mit den Gesetzen der klassischen Logik lässt sich dieser Ausdruck umformen:

$$\text{Regel } j = (P_j \wedge (P_j \rightarrow K_j)) = (P_j \wedge (\overline{P_j} \vee K_j)) = ((P_j \wedge \overline{P_j}) \vee (P_j \wedge K_j)) = (P_j \wedge K_j) \quad (7.2)$$

D. h. nach klassischer Logik geschieht die Auswertung der Regel j durch eine Und-Verknüpfung der Prämisse mit der Konklusion. Auch in der Fuzzy-Logik wird diese Form der Regelauswertung sehr häufig verwendet. Dazu können die bekannten Methoden zur Berechnung der Und-Verknüpfung angewendet werden, wie z. B. das Minimum oder das Produkt:

$$\mu_{\text{Regel} \sim j}(y) = \min(\mu_{P \sim j}, \mu_{K \sim j}(y)) \quad \text{bzw.} \quad \mu_{\text{Regel} \sim j}(y) = \min(\mu_{P \sim j} \cdot \mu_{K \sim j}(y)) \quad (7.3)$$

Nachstehendes Bild zeigt ein Beispiel: Das Minimum schneidet die Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{K \sim j}(y)$ des Ausgangs auf der Höhe des Erfülltheitsgrades μ_P der Prämisse ab, während das Produkt die Zugehörigkeitsfunktion im Ganzen um μ_P skaliert.

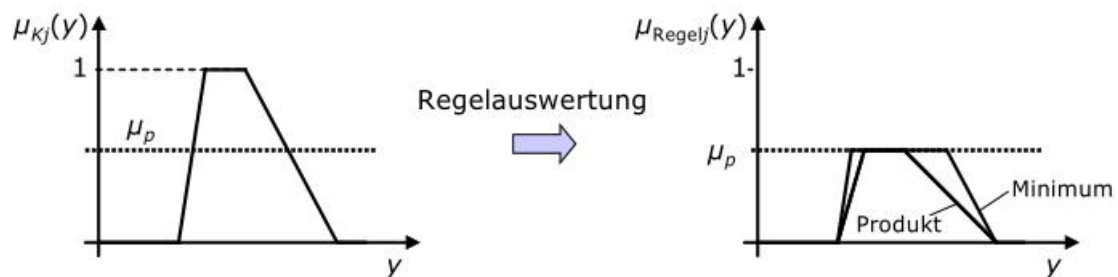


Abb.7.3: Minimum der Zugehörigkeitsfunktion
[Ament, 2015]

Um aus den Ergebnissen aller Regeln $j=1, \dots, r$ eine einzige Handlungsanweisung für die Ausgangsgröße zu erhalten, wird die Vereinigungsmenge

$$\mu_{\text{Inf}}(y) = \mu_{\text{Regel} \sim 1} \vee \mu_{\text{Regel} \sim 2} \vee \dots \vee \mu_{\text{Regel} \sim r}(y) \quad (7.3)$$

gebildet, was als Akkumulation der Regeln bezeichnet wird. Auch hier können wiederum verschiedene Definitionen der Oder-Verknüpfung verwendet werden. Wird beispielsweise die Regelauswertung mit dem Minimum- und die Akkumulation mit dem Maximum-Operator durchgeführt, spricht man von einer Max-Min-Inferenz. Nachfolgendes Bild zeigt eine Akkumulation mit Hilfe des Maximums:

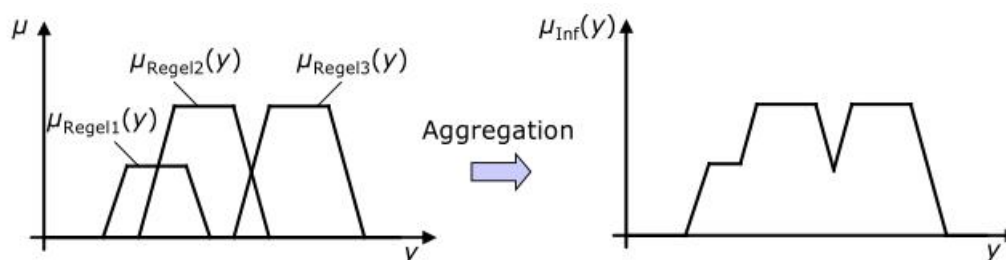


Abb.7.4: Akkumulation mit Hilfe des Maximums
[Ament, 2015]

Defuzzifizierung

Am Ausgang der Inferenz-Stufe liegt mit μ_{Inf} eine Fuzzy-Darstellung der Ausgangsgröße vor. Um einen reellen Ausgangswert y aus $\mu_{\text{Inf}}(y)$ zu gewinnen, wird meist die Schwerpunktmethode verwendet. Dabei wird der Schwerpunkt der Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\text{Inf}}(y)$ nach

$$\hat{y} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\text{Inf}}(y) \cdot y dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\text{Inf}}(y) dy} \quad (7.3)$$

berechnet.

[Ament, 2015]

Die meisten in der Literatur vorgeschlagenen Fuzzy-Inferenz-Systeme können zu den Typen, sog. Mamdani-Struktur und TSK-Struktur, zugeordnet werden. Detail dafür lassen sich in oben genannter Literaturstelle und [Neher, 2012] finden.

Anh.1.2.2 Neuronale Netze

Laut Quellenstelle [Baur, 2003] sind die neuronalen Netze als mathematische Modelle der biologischen Nervensysteme entstanden. In diesem Abschnitt werden zunächst die in dieser Arbeit verwendeten statischen neuronalen Netze, bzw. Adaptionsverfahren beschrieben. Anschließend werden die dynamischen neuronalen Netze beschrieben. Zusätzlich wird in diesem Abschnitt das Lernverfahren beschrieben. Am Ende dieses Abschnitts werden die bisher bekannten Probleme und Anwendbarkeit diskutiert.

Definition der neuronalen Netze in oben genannter Quelle lautet:

„Neuronale Netze, oft auch als künstliche neuronale Netze oder „*artificial neural networks*“ bezeichnet, sind informationsverarbeitende Systeme, die aus einer großen Anzahl einfacher Einheiten bestehen, die sich Information in Form der Aktivierung der Zellen über gerichtete Verbindungen zusenden.“

Die Quelle [Hintz, 2003] zeigt die herausragende Eigenschaft der neuronalen Netze:

„Anhand der Trainingsdaten sind die unbekannten Zusammenhänge zu approximieren und sie nach der abgeschlossenen Lernphase zu reproduzieren. Unter einem Begriff Lernen in den neuronalen Netzen wird im Allgemeinen als die Modifikation der Parameter verstanden, um eine bessere Übereinstimmung zwischen erwünschter und tatsächlicher Ausgabe des neuronalen Netzes zu erhalten.“

Anh.1.2.3 Statische neuronale Netze

Anh.1.2.3.1 Allgemeine Begriffe und Definitionen

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit eingesetzten statischen Funktionsapproximationen:

- Adaptive-Linear-Element-neuronale Netze (Adaline)
- Radius-Basisfunktion-Netze (RBFN)

näher beschrieben. Diese statischen neuronalen Netze sind fähig, die nicht analytisch

beschreibbaren, nichtlinearen Funktionen zu approximieren.

Definition der statischen Nichtlinearität aus Quelle [Hintz, 2003] lautet:

„Ein N-dimensionaler Eingangsvektor $\bar{U} = \langle u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N \rangle^T$ werde durch eine kontinuierliche, bandbegrenzte und zeitinvariante Funktion NL auf einen skalaren Ausgangswert y abgebildet $y = NL(\bar{U})$.“

Die Funktion wird als statische Nichtlinearität bezeichnet.

Laut oben genannter Quellenstelle bei der mathematischen Beschreibung der neuronalen Netze ist die natürliche Gegebenheit stark idealisiert und vereinfacht wiedergegeben. Diese starke Vereinfachung lässt sich bei der Flexibilität möglicher Verbindungen in Folgende erkennen.

Anh.1.2.3.2 Das Adaline-Netz

Der Begriff der linearen Approximation ist in Quelle [Wick, 2003] beschrieben

„Im Rahmen der Funktionsapproximation stellen lineare Modelle die einfachsten Modelle dar. Das Ziel im Allgemeinen ist es, eine Aussage über die Beziehung verschiedener Variablen und einer abhängigen Zielgröße zu treffen bzw. eine Gerade optimal an eine Reihe von Punkten anzupassen.“

Klassisches Adaline-Netz

Laut Quellen [Bottou, 1998] und [Hein,2018] ist das Adaline-Netz eine der ersten Netzarchitekturen. Es geht darum die Daten automatisch in zwei verschiedene Klassen aufzuteilen. Die Trainingsdaten sind somit aus den Koordinaten u und der zugehörigen Klassen y zusammengesetzt. Grafisch kann man sich die Klassifikation in Abb.7.5 vorstellen.

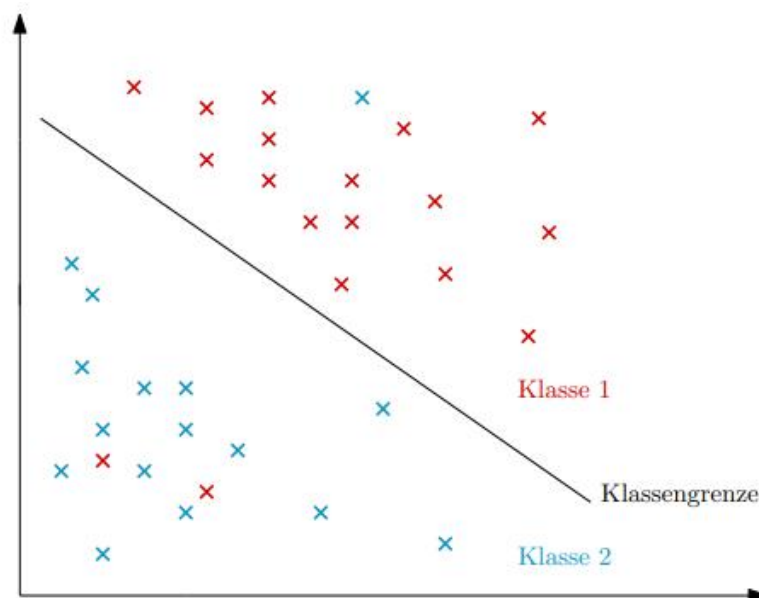


Abb.7.5: Beispiellösung eines Klassifikationsproblems mit Adaline-Netz
[Hein,2018]

Die Klassifikation wird durch zwei mögliche Ausgaben y realisiert. Die Ausgabe $y = 1$ bedeutet, dass die Eingabe u zu Klasse 1 gehört und entsprechend $y = -1$, dass u zu Klasse 2 gehört. Das Netz simuliert also die Berechnung $\text{sgn}(\bar{w}^T \cdot \bar{U} + w_0)$, wobei der bias

ω_0 auch gelernt werden muss. Damit folgt

$$y_{NN} = \text{sgn}(\bar{\omega}^T \cdot \bar{U}) = \text{sgn}\left(\sum_i \omega_i \cdot u_i\right) \quad (7.6)$$

Das Netz hat somit den in Abb.7.6 dargestellten Aufbau.

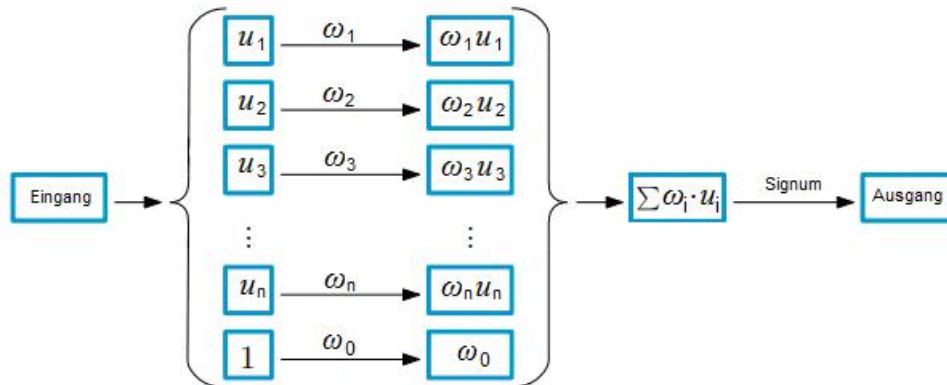


Abb.7.6: Aufbau eines Adaline-Netzes
[Hein,2018]

Vereinfachtes Adaline-Modell

Das vereinfachte Adaline in Abb.7.7 ist vollständig aus linearen Komponenten aufgebaut. Die Eingangsgrößen u_1 bis u_n werden mit konstanten Multipliziere ω_1 bis ω_n gewichtet. Diese Koeffizienten werden auch als Gewichte genannt. Die Produkte werden schließlich zuzüglich ein weiteren Konstant aufsummiert. Ziel ist es, dass für eine bestimmte Eingangssignalkonstellation am Ausgang des Netzes ein Sollwert anliegt.

$$y_{NN} = \sum_{i=1}^n (\omega_i \cdot u_i) + \omega_0 = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_n] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} + \omega_0 \quad (7.7)$$

Für Übereinstimmung von Soll- und Istwert ist die Wahl der geeigneten Koeffizienten ω_1 bis ω_n essenziell. ω_0 ist Bias. Die Anpassung der gewählten Gewichte kann im Lernverfahren erfolgen.

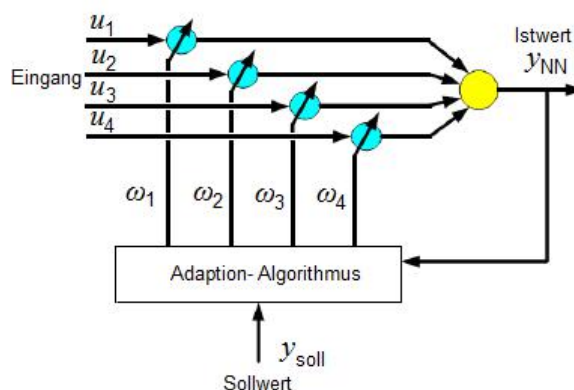


Abb.7.7: Darstellung des Adaline-Netzes
(ohne Bias und Aktivierungsfunktion)

In Quelle [Dahm, 2005] wurde die Eigenschaft dieser Netztyp bereits ausführlich gelegt. Die Adaline weisen aufgrund ihrer Linearität die Vorteile bei der Implementierung. Andererseits stehen diesem Vorteil die nicht beschränkten Werte- und Definitionsbereiche der Koeffizienten gegenüber, was die Implementierung erschweren kann. Diese Problematik wird durch das so genannte künstliche Perzeption oder Aktivierungsfunktion gelöst.

Anh.1.2.3.3 Das Radial-Basisfunktion-Netz

Eine Übernahme der Idee radialer Basisfunktion, die zur Approximation von Funktionen eingesetzt wurden, führt bei künstlichen neuronalen Netze zum RBFN. Die Beschreibung bzw. die Anwendung der Netztyp des RBFN existieren in vieler wissenschaftlichen Arbeiten, z. B. in [Hintz, 2003].

Das RBFN aus Quelle stellt die Grundstruktur der Approximatoren mit gewichteten lokalen Basisfunktionen dar. Die mathematische Beschreibung eines RBFN mit N Neuronen, den Gewichten ω_i und den Stützstellen τ_i mit $1 \leq i \leq N$ lautet

$$y_{\text{RBF}} = \sum_{i=1}^N (\omega_i \cdot G_i(\bar{U})) \quad \text{mit eulerscher Zahl } e \quad \text{und} \quad G_i(\bar{U}) = e^{-\frac{\|\bar{U} - \tau_i\|^2}{2\sigma_i^2}} \quad (7.8)$$

Hierbei bezeichnet man die gaußsche Glockenkurve $G(\bar{U})$ als Basis- bzw. Aktivierungsfunktion. Die Darstellung der Glockenkurve ist an der Standardverteilung mit σ^2 angeglichen. Die Parameter der Aktivierungsfunktionen sind der Glättungsfaktor σ , der den Grad der Überlappung zwischen benachbarten Aktivierungen bestimmt, und die Stützstellen τ_i , die die Lage der Zentren der Gaußglocken im Eingangsraum beschreiben.

Im Allgemeinen müssen die Stützstellen τ_i nicht gleichmäßig verteilt sein. Bei den in dieser Arbeit eingesetzten Approximatoren sind die Stützstellen im Eingangsbereich jedoch äquidistant verteilt. Dadurch ist der Abstand zwischen zwei Stützstellen $\Delta\tau$ konstant. Wird der Eingangsbereich allgemein durch u_{\max} und u_{\min} beschrieben, berechnen sich die Stützstellen zu

$$\tau_i = u_{\min} + (i-1) \cdot \frac{u_{\max} - u_{\min}}{N-1} \quad (7.9)$$

Zur besseren Vergleichbarkeit wird der Glättungsfaktor σ auf den Abstand zwischen zwei Stützstellen normiert. Damit gilt

$$\sigma_{\text{norm}} = \frac{\sigma}{\Delta\tau} \quad (7.10)$$

In der genannten Literaturstelle mit dem normierten Glättungsfaktor ergibt sich die mathematische Beschreibung des RBFN zu

$$y_{\text{RBF}} = \sum_{i=1}^N (\omega_i \cdot G_i(\bar{U})) \quad \text{mit} \quad G_i(\bar{U}) = e^{-\frac{(\bar{U} - \tau_i)^2}{2\sigma_{\text{norm}}^2 \cdot \Delta\tau^2}} \quad (7.11)$$

Die Gewichte ω_i werden zu Gewichts- oder Parametermatrix $\bar{\omega}$ der Approximationsfunktion zusammengefasst

$$\bar{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_N]^T \quad (7.12)$$

[Hintz, 2003]

Ebenso können die Aktivierungsfunktionen zu einer Matrix zusammengefasst werden.

$$\bar{G} = [G_1(\bar{U}) \quad G_2(\bar{U}) \quad \dots \quad G_N(\bar{U})]^T \quad (7.13)$$

Somit ergibt sich die mathematische Beschreibung des RBFN in vektorieller Form zu:

$$y_{\text{RBF}} = \bar{\omega}^T \cdot \bar{G} \quad (7.14)$$

Entsprechend der mathematischen Beschreibung des RBFN ergibt sich die in Abb.7.8 dargestellte Struktur.

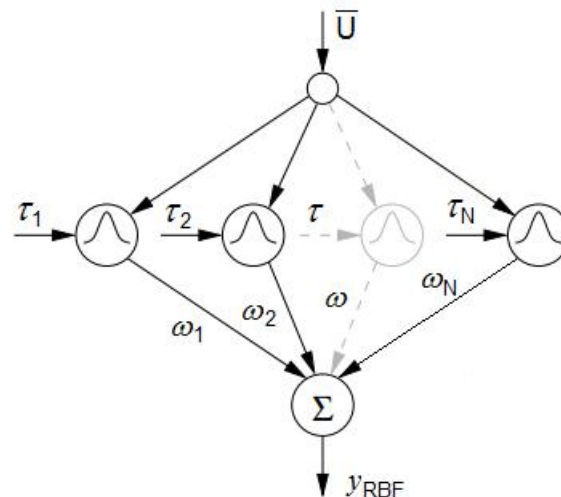


Abb.7.8: Struktur des RBFN mit N Stützstellen

[Hintz, 2003]

Laut Quelle sind die Nachteile des RBFN die ungünstige Interpolation zwischen den Stützwerten sowie das ungünstige Explorationsverhalten aufgrund der fehlenden monotone Erhaltung.

[Hintz, 2003]

Anh.1.2.4 Dynamische neuronale Netze

Anh.1.2.4.1 Begriffe und Definitionen

Im Rahmen dieses Abschnitts werden klassische partielle rekurrente neuronale Netze diskutiert. Der Begriff des dynamischen Systems wird in Quelle [Eichhorn, 2004] allgemein wie folgt eingeführt:

„Hängt der Wert des Ausgangssignals $y(t)$ zu jedem Zeitpunkt $t = t_1$ nur vom Wert des als zulässig vorausgesetzten Eingangssignal $u(t)$ zum Zeitpunkt $t = t_1$ ab, also nicht von vergangenen Werten von $u(t)$, so bezeichnet man das betreffende System als „gedächtnislos (Statik)“. Anderenfalls spricht man von einem „dynamischen System“.“

Laut oben genannter Quelle kann die mathematische Modellierung der Ein- und Ausgangsbeziehung bei statischem und dynamischem Systemverhalten exemplarisch anhand der nachfolgenden Differenzgleichungen dargestellt werden.

Statisch:

$$y(k) = b \cdot u(k) \quad (7.15)$$

Dynamisch:

$$y(k) + a_1 \cdot y(k-1) + \dots + a_q \cdot y(k-q) = b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) + \dots + b_p \cdot u(k-p) \quad (7.16)$$

Anh.1.2.4.2 Das Time-Delay-neuronale Netz

Als am häufigsten benutztes dynamisches neuronales Netz wird das *Time-Delay*-neuronale Netz (TDNN) betrachtet. In Abb.7.9 ist die Struktur eines TDNN als *Nonlinear-Output-Error-Modell* (NOE) und *Nonlinear-Autoregressive-With-Exogenous-Inputs*-Struktur (NARX) dargestellt. Diese Struktur wird auch als paralleles Modell oder als Seriell-Parallel-Modell bezeichnet.

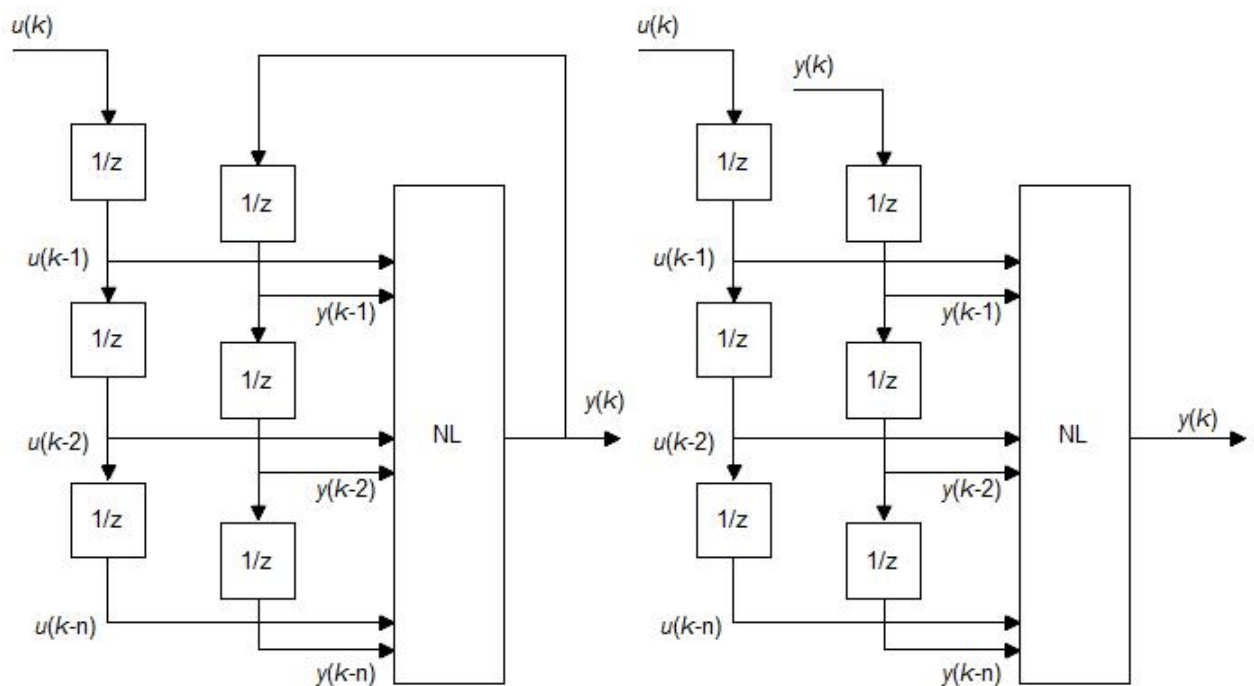


Abb.7.9: Die Struktur der TDNN-Modelle (NOE und NARX)
[Hintz, 2003], mit u als Eingangsgröße, y als Ausgangsgröße

Laut Angabe in Quelle folgt diese Bezeichnung aus der Tatsache, dass beide Strukturen in zwei Bereiche aufgeteilt werden können, zum einen in einen externen dynamischen Block, in dem die Ein- und Ausgangswerte verzögert werden, und zum anderen in den nichtlinearen Funktionsblock. Hierbei ist Funktionsblock ein statisches neuronales Netz. Aufgrund der großen Vielzahl an Einstellmöglichkeiten ist das TDNN ein universelles Werkzeug zur Identifikation von unbekannten Ein- / Ausgangszusammenhängen.

Anh.1.2.4.3 Weitere Möglichkeit der dynamischen Netze

Ebenso existieren mehrere dynamische Netze. Es bildet sich an, statt der fixen Zeitverzögerungen der TDNN, die variablen und adaptierbaren Zeitverzögerungen zu nutzen. Die ausführliche Beschreibung dieses Netzes, sog. *Adaptive Time Delay Neuron Network* können in [Sturm, 2000] und [Brand, 2002] gefunden werden. Ein weiteres Thema ist das lokale rekurrente Netz in Quelle [Sturm, 2000] zu finden. Das Netz ist auch als das dynamische *Multilayer Perceptron* (MLP) genannt und kann ebenfalls von einfach

vorwärts gerichteten Netzen abgeleitet werden. Meist wird dadurch eine lineare Dynamik mit 2. Ordnung auch unter der Bezeichnung ARMA-Filter, sog. *Auto-Regression-Moving-Average-Filter*, bekannt und realisiert.

Anh.1.2.5 Netz-Training

Anh.1.2.5.1 Überblick

Die Adaption der Gewichte der statischen neuronalen Netze erfolgt mithilfe eines Lernalgorithmus, dem sog. Lerngesetz. Das Lernverfahren bezeichnet die Vorgehensweise bei der Parameteradaption. Es gibt eine Vielzahl verschiedener Lernverfahren und die Definitionen in Publikation [Hintz, 2003]:

„- Überwachtes Lernen

Beim überwachten Lernen gibt ein externer „Lehrer“ zu jedem Eingangssignal der Trainingsmenge das korrekte bzw. das beste Ausgangssignal dazu an. Aufgabe des Lernverfahrens ist, die Parameter des Netzes so zu verändern, dass das Netz nach Abschluss der Lernphase die Assoziation zwischen Ein- und Ausgang selbstständig auch für unbekannte, ähnliche Eingangssignale vornehmen kann.

- Bestärkendes Lernen

Beim bestärkenden Lernen gibt der Lehrer nicht die erwünschte Ausgabe an, sondern nur, ob die Ausgabe richtig oder falsch ist. Jedoch sind keine Zielwerte für den Ausgang des neuronalen Netzes vorhanden. Das Lernverfahren muss selbst die richtige Ausgabe finden.

- Unüberwachtes Lernen

Beim unüberwachten Lernen gibt es überhaupt keinen externen Lehrer. Lernen geschieht durch Selbstorganisation.“

Hierbei in Quelle [Brand, 2002] wird das Lernverfahren der neuronalen Netze dargestellt. Das Lernverfahren ist ein iterativer Vorgang. Jedes Lernverfahren setzt das Festlegen einer geeigneten Struktur für das zu trainierende Netz voraus. Dabei werden auch die adaptierbaren Parameter ausgewählt und diese mit initialen Werte versehen. Ebenso wird eine Fehlerfunktion in den adaptierbaren Parameter festlegen, um die Performanz des Netzes zu bewerten. Aufgabe des Lernverfahrens ist es nun, diese Fehlerfunktion zu minimieren. Das geschieht durch Optimierung der adaptierbaren Parameter. Für die in dieser Arbeit benutzten neuronalen Modelle lässt sich das Vorgehen beschreiben.

Das überwachte Lernen kann laut Quelle [Hofmann, 2003] in drei Klassen eingeteilt werden: lineare, nichtlineare lokale und nichtlineare globale Adaptionsverfahren. Lineare Adaptionsverfahren können immer dann angewandt werden, wenn der Modellausgang linear zu den Parameter ist. Als Gütefunktional wird die Summe des quadratischen Fehlers minimiert. Beispiel für lineare sind der *Least-Squares*-Algorithmus, der rekursive *Least-Squares*-Algorithmus und der *Least-Mean-Squares*-Algorithmus. Nichtlineare Adaptionsverfahren müssen in den Fällen angewendet werden, in denen die unbekannten Parameter nichtlinear zu den Modellausgang eingehen. Das Minimum des Gütefunktionals wird entlang vordefinierter Richtungen gesucht. Zu den allgemeinen nichtlinearen Verfahren zählen beispielsweise das einfache Gradientenabstiegsverfahren, das Levenberg-Marquardt-Verfahren oder das Newton-Verfahren. Detail befindet sich in genannter Quelle.

Anh.1.2.5.2 Algorithmus der quadratischen Fehler

Das wohl bekannteste Lernverfahren stellt das Gradientenverfahren in Quelle [Hintz, 2003] dar. Durch das Lernverfahren sollen die Parameter bzw. die Gewichte des neuronalen Netzes so angepasst werden, dass die Abweichung zwischen dem Ausgang y_{soll} des zu identifizierenden Systems und dem Ausgang y_{NN} des neuronalen Netzes minimiert wird. Diese Abweichung zwischen wahren und geschätztem Wert wird als Ausgangsfehler bezeichnet:

$$E(\bar{\omega}) = (y_{\text{soll}} - y_{\text{NN}}(\bar{\omega})) \quad (7.17)$$

für Ausgangsmatrix wird der Fehler als Folgende bezeichnet:

$$E(\bar{\omega}) = (\bar{Y}_{\text{soll}} - \bar{Y}_{\text{NN}}(\bar{\omega})) \quad (7.18)$$

Ausgangspunkt für die folgenden Überlegungen ist das quadratische Fehlermaß:

$$SE(\bar{\omega}) = \frac{1}{2} (y_{\text{soll}} - y_{\text{NN}}(\bar{\omega}))^2 \quad (7.19)$$

für Ausgangsmatrix wird quadratisches Fehlermaß als folgende bezeichnet:

$$SE(\bar{\omega}) = \frac{1}{2} (\bar{Y}_{\text{soll}} - \bar{Y}_{\text{NN}}(\bar{\omega}))^T \cdot (\bar{Y}_{\text{soll}} - \bar{Y}_{\text{NN}}(\bar{\omega})) \quad (7.20)$$

Als Gütefunktional wird die Summe des quadratischen Fehlers minimiert.

Anh.1.2.5.3 Gradientenverfahren mit Rückpropagation der Fehler

Das Ziel des Lernverfahrens laut Quelle [Hintz, 2003] ist es, das quadratische Fehlermaß bezüglich der Parameter $\bar{\omega}$ zu minimieren. Da im Allgemeinen $SE(\bar{\omega})$ nicht analytisch vorliegt, bzw. deren Ableitung bezüglich der Parameter $\bar{\omega}$ nicht analytisch berechnet werden kann, ist man auf eine iterative Lösung angewiesen.

Die grundsätzliche algorithmische Struktur besteht aus nachfolgenden Schritten aus Quelle [Hintz, 2003] und wird in Abb.7.10 beispielsweise für den zweidimensionalen Fall illustriert.

- Wahl eines Startpunktes $\bar{\omega}(0)$
- Bestimmung einer Suchrichtung $\tilde{s}(k)$
- Bestimmung einer skalaren Schrittweite $\eta(k) > 0$ durch Lösung des folgenden eindimensionalen Minimierungsproblems:

$$\min_{\eta > 0} SE(\bar{\omega}(k) + \eta(k) \cdot \tilde{s}(k)) \quad (7.21)$$

- Anschließend ergibt sich die Parametermatrix aus

$$\bar{\omega}(k+1) = \bar{\omega}(k) + \eta(k) \cdot \tilde{s}(k) \quad (7.22)$$

- Ist ein geeignetes Abbruchkriterium erfüllt, dann stop. Ansonsten:
- Beginnt einer neuen Iteration $k = k + 1$ und Rücksprung nach zweitem Schritt.

Das beschriebene Gradientenabstiegsverfahren verwendet für die Suchrichtung am jeweiligen Iterationspunkt die Richtung des steilsten Abstiegs, also die negative Gradienten-Richtung:

$$\tilde{s}(k) = - \frac{\partial SE(\bar{\omega}(k))}{\partial \bar{\omega}(k)} \quad (7.23)$$

Für die Änderung der Gewichte des neuronalen Netzes ergibt sich somit in zeitdiskreter Schreibweise folgendes Lerngesetz

$$\bar{\omega}(k+1) = \bar{\omega}(k) - \eta(k) \cdot \frac{\partial SE(\bar{\omega}(k))}{\partial \bar{\omega}(k)} \quad (7.24)$$

In zeitkontinuierlicher Form lautet das Lerngesetz

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = -\eta(t) \cdot \frac{\partial SE(\bar{\omega}(t))}{\partial \bar{\omega}(t)} \quad (7.25)$$

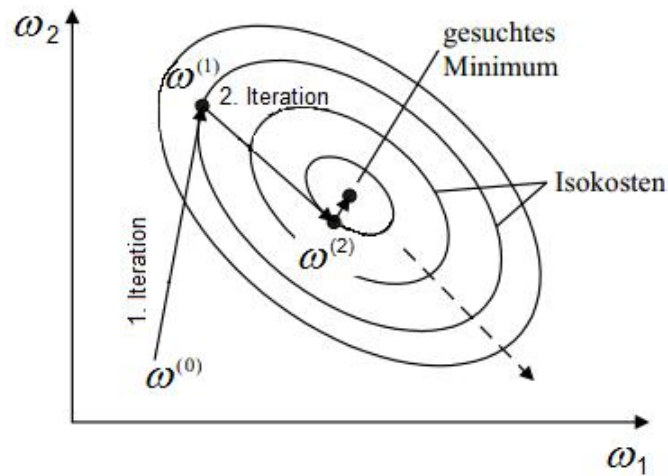


Abb.7.10: Iterative Suche eines lokalen Minimums
[Hintz, 2003]

Laut Quelle [Hintz, 2003] wird auf die Bestimmung der skalaren Schrittweite $\eta(k)$ für jeden Iterationsschritt verzichtet, da die Bestimmung dieser Suchrichtung oft sehr zeitaufwendig und somit in Echtzeit nicht mehr durchführbar ist. Es wird eine geeignet gewählte Schrittweite $\eta(k)$ als konstant angesetzt. Diese Schrittweite wird oft auch als Lernschrittweite oder auch Lernfaktor bezeichnet.

Man erhält somit eine Verallgemeinerung des Gradientenverfahrens über mehrere Schichten hinweg. Dies wird in Quelle [Poschmann, 2000] auch als der *Backpropagation*-Lernalgorithmus beschrieben. Eine genauere Herleitung kann in der Literatur nachgelesen werden.

Anh.1.2.5.4 Weitere Möglichkeit des Netztrainings

Der im allgemeine *Backpropagation*-Algorithmus mit konstanter Lernrate erlaubt die Bewegung entlang des Gradienten der Fehlerfläche in Richtung eines Minimums. Die Schrittweite wird demnach durch die Wahl der Lernrate und durch den Betrag des Gradienten bestimmt. Ist die Schrittweite hoch, erfolgt eine schnelle Bewegung auf der Fehlerfläche, was allerdings zum Überspringen guter Minimum oder zu Oszillation an steilem Tal der Fehlerfläche führen kann. Ist die Schrittweite klein, reduziert dies die Konvergenzgeschwindigkeit des Algorithmus. Eine einfache Möglichkeit, diesem Problem entgegenzuwirken, ist die Einführung eines sog. Moment-Terms. Die Möglichkeit, sog. die Gradientenabstieg mit zusätzlichem Moment, ist in Quelle [Neher, 2012] vorgestellt. Dieses Moment erweitert die Gewichtsänderung zum Zeitpunkt t mit einem zusätzlichen Anteil der Gewichtsänderung zum Zeitpunkt $t-1$.

Um die Lerngeschwindigkeit von neuronalen Netze deutlich zu erhöhen, sind die Verfahren höherer Ordnung wie das Levenberg-Marquadt-Verfahren in Quelle [Fröhlich, 2003] entwickelt worden. Der Levenberg-Marquadt-Algorithmus verbindet, selbst bei schlechter Initialisierung, die Stabilität eines Gradientenabstiegsverfahrens mit der

quadratischen Konvergenz der Gauß-Newton-Methode, was zu seinem guten Approximationsverhalten führt.

Anh.1.3 Überblick über Identifikationstechnik

Modellbildung und Modellbegriff

Laut Quelle [Ament, 2017] wird als Modellbildung der Prozess zur Entwicklung eines Modell bezeichnet. Das originale System und das Modell lassen sich nicht unmittelbar vergleichen wie Bild zeigt. Auf Basis der Beobachtung des realen Prozesses muss ein Modellansatz gefunden werden. Dann kann das modellierte und das beobachtete Verhalten miteinander verglichen und auf dieser Basis der Modellansatz verbessert werden (siehe Abb.7.11).

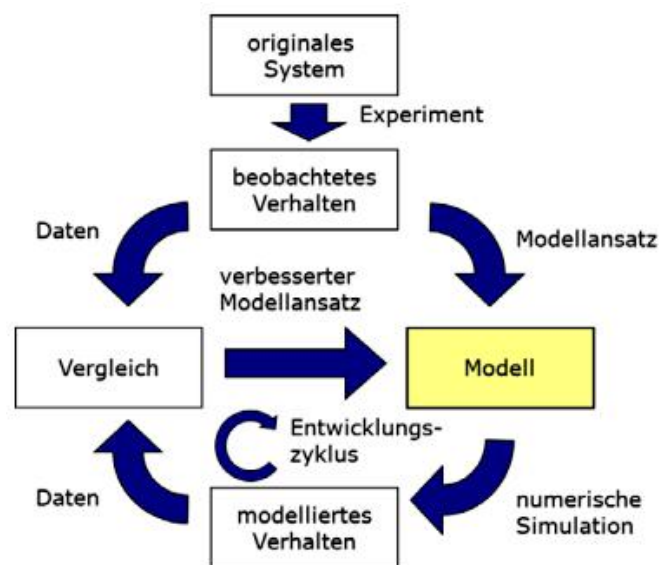


Abb.7.11: Darstellung der Funktionsprinzipien der Modellbildung
[Ament, 2017]

In Quelle ist die Klassifikation nach der Abbildungsart zu verdeutlichen:

- Materielle Modelle: „sind verkleinerte oder vereinfachte materielle Realisierungen, wie etwa ein Rapid-Prototyping-Bauteil.“
- Ideelle Modelle: „sind demgegenüber gedankliche Modelle, z. B. in Form mathematischer Gleichung.“

Die Klassifikation nach Art der Parametrierung in oben genannter Quelle lautet:

- Parametrische Modelle: „bestehen aus einem physikalischen oder allgemeinen Modellansatz und einer endlichen Zahl von Parametern.“
- Nicht-parametrische Modelle: „besitzen keine spezielle Struktur und beschreiben das System mittelbar durch Daten, die häufig durch Messung ermittelt werden.“

[Ament, 2017]

Begriff der Identifikationsverfahren

Nach der Quelle [Eichhorn, 2004] ist unter dem Begriff der Identifizierbarkeit ganz allgemein die Möglichkeit zu verstehen, ein System aufgrund gemessener Daten und Anwendung eines Identifikationsverfahrens in Form eines mathematischen Modells eindeutig zu beschreiben.

Die bestehenden Methoden zur Identifikation und Diagnose der Prozesse arbeiten auf der Grundlage des physikalischen Modells. Die unbekannten Modellparameter werden abgeschätzt und im Betrieb automatisch eingestellt. Oftmals erfolgt eine Anpassung an reale Prozessverläufe durch Nachführung des einzelnen Modellparameters auf Basis der Messwerte. Nach der Quelle [Poschmann, 2000] kann dies sowohl offline unter Verwendung von Expertenwissen durchgeführt werden als auch teil- oder voll-automatisiert durch Adaption des Systems während des laufenden Betriebes erfolgen.

Technische Grundlagen der Systemidentifikation

Laut Quelle [Ament, 2017] besitzt ein reales System unbekannte Modellparameter, die im Parametervektor \bar{p} zusammengefasst werden. Für die Identifikation dieser Parameter wird parallel ein Modell des realen Systems betrieben, das eine Schätzung

\hat{p}
des Parametervektors verwendet (siehe Abb.7.12). Mithilfe einer Kostenfunktion $J(\hat{p})$

wird der Ausgangsfehler über alle N Messungen hinweg bewertet.

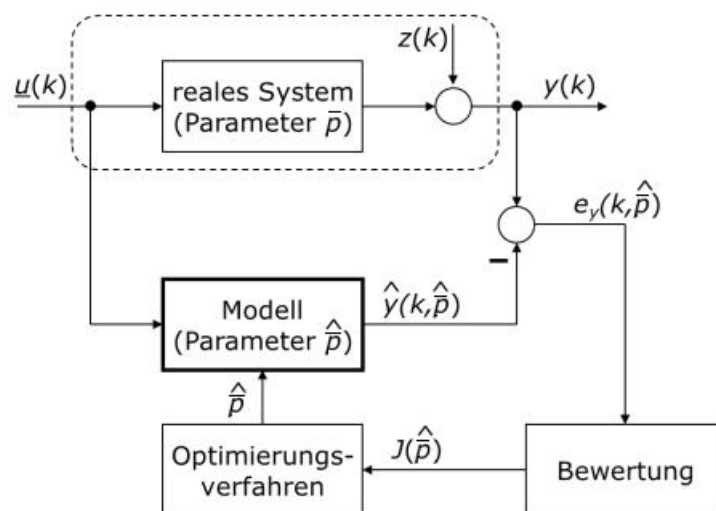


Abb.7.12: Darstellung der Funktionsprinzipien der Identifikation
[Ament, 2017]

Sehr häufig wird der quadratische, über alle N Messungen summierte Ausgangsfehler in genannter Quelle verwendet:

$$J(\hat{p}) = \sum_{k=1}^N E_y^2(k, \hat{p}) \quad (7.26)$$

Methode der Regression

Laut Quelle ist Regression ein Verfahren, mit dem unbekannte Parameterwerte einer Beziehung an einen bestimmten Datensatz angepasst werden, indem bestimmte Kriterien minimiert werden. Das am häufigsten verwendete Kriterium ist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Dabei wird die Summe der Fehlerquadrate, sprich die Differenz zwischen den gemessenen und den vorhergesagten Werten, minimiert.

Laut Quelle kann die Regression in zwei große Kategorien unterteilt werden: die lineare Regression, bei der das Modell als Summe von linearen Funktionen dargestellt werden kann und die nichtlineare Regression, bei der dies nicht der Fall ist. In diesem Zusammenhang gibt es zwei Hauptmethoden der Regressionsanalyse: gewöhnliche kleinste Quadrate und gewichtete kleinste Quadrate. Laut Quelle [Nelles, 2014] wird Regression als das LSM bezeichnet.

Bevor das Verfahren angewendet wird, müssen drei Aspekte geklärt werden: Daten, Modell, Regressionsmethode. Nachdem diese Punkte abgearbeitet worden sind, kann die Regression durchgeführt werden. Diese besteht aus drei Schritten: Ermittlung der Parameter, Validierung des Modells, Entscheidung.

Die folgende allgemeine Darstellung in Quelle eines Regressionsproblems

$$y = g(\bar{\omega}, \bar{X}, E) \quad (7.27)$$

y ist die abhängige Ausgangsgröße. \bar{X} ist eine Matrix, der die Regressor-Größen enthält. $\bar{\omega}$ ist eine Matrix, der die Parameter enthält. Dies sind Modellkonstanten, deren Werte durch die Regression ermittelt werden sollen. E ist der Fehler, der aus in der Praxis auftretenden Schwankungen resultiert. g ist das vollständige Modell, das die Beziehung zwischen den Regressoren, Parametern, Fehlern und dem Ausgang beschreibt.

Methode der lineare Regression

Für die numerische Berechnung wird von der Systemgleichung des zu untersuchenden linearen Prozesses mit den Eingängen $x(k)$ und Ausgänge $y(k)$ sowie den Parameter, sog. Verbindungsgewicht ω_n ausgegangen:

$$y(k) = \sum_{i=1}^m x_i \cdot \omega_i = x_1(k) \cdot \omega_1 + x_2(k) \cdot \omega_2 \cdots x_m(k) \cdot \omega_m \quad (7.28)$$

bei der Verwendung der mit m-Messungen ermittelten Eingangssignale $x(k)$ und der Ausgangssignale $y(k)$ sowie dem Fehler $E(k)$ ergeben sich die Messmatrix der Ausgangssignale:

$$\bar{Y} = [y(k) \quad y(k+1) \quad \cdots \quad y(k+M-1)]^T \quad (7.29)$$

und die Matrix der Eingangssignale:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \cdots & x_m(k) \\ x_1(k+1) & x_2(k+1) & \cdots & x_m(k+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(k+M-1) & x_2(k+M-1) & \cdots & x_m(k+M-1) \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

Die Parametermatrix $\bar{\omega}$ enthält dann alle Parameter der lokalen Modelle. Die Parametermatrix lautet dann:

$$\bar{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_m]^T \quad (7.31)$$

[Shardt, 2015]

Aus dem Vergleich der Soll- und Ist- Ausgänge $y(k)$ lautet der Ausgangsfehler:

$$E(k) = y_{\text{soll}}(k) - y_{\text{ist}}(k) = y_{\text{soll}}(k) - [x_1(k) \cdot \omega_1 + x_2(k) \cdot \omega_2 \cdots x_m(k) \cdot \omega_m] \quad (7.32)$$

Somit lautet die Fehlermatrix:

$$\bar{E} = [E(k) \quad E(k+1) \quad \cdots \quad E(k+M-1)]^T \quad (7.33)$$

Eine überbestimmte lineare Systemgleichung in der Form der Matrizen dafür lautet:

$$\bar{Y} = \bar{X} \cdot \bar{\omega} + \bar{E} \quad (7.34)$$

Um die daraus resultierenden Parameterschätzungen zu analysieren, werden vier Annahmen über die zugrunde liegende Fehlerstruktur in Quelle getroffen:

- 1) Die Fehler haben einen Mittelwert von null.
- 2) Die Fehler sind unabhängig.
- 3) Die Fehler sind homoskedastisch, d.h. sie haben dieselbe Varianz.
- 4) Die Fehler sind normalverteilt

Dabei handelt es sich um die häufigste Art der linearen Regression (LR). Bei der gewöhnlichen Kleinst-Quadrate-Regression wird die zu optimierende Zielfunktion als

$$\min_{\bar{\omega}} (\bar{E}^T \cdot \bar{E}) = \min_{\bar{\omega}} ((\bar{Y} - \bar{X} \cdot \bar{\omega})^T (\bar{Y} - \bar{X} \cdot \bar{\omega})) \quad (7.35)$$

Durch Minimieren des quadratischen Fehlers $\bar{E}^T \cdot \bar{E}$ mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus Formelsammlung in Quelle erhält man die geschätzte Parametermatrix:

$$\bar{\omega} = [\bar{X}^T \cdot \bar{X}]^{-1} \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y} \quad (7.36)$$

Auch wenn der Datenmangel erscheint, kann das LR-Verfahren die lineare Beziehung mit den unvollständigen Daten approximieren.

In Quelle beträgt die Kovarianzmatrix der Parameterschätzungen $\sigma_{\bar{S}-\bar{\omega}}^2$

$$\sigma_{\bar{S}-\bar{\omega}}^2 = \sigma_{\bar{S}-\text{Fehler}}^2 (\bar{X}^T \cdot \bar{X})^{-1} \quad (7.37)$$

Wobei $\sigma_{\bar{S}-\text{Fehler}}^2$ die Fehlervarianz ist. Weiterhin ausgegangen wird, dass die Fehler einer Normalverteilung folgen, ermöglicht die Bestimmung der Vertrauensbereiche für die Parameterschätzungen. Das heißt

$$\hat{\omega}_i \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, m-n} \cdot \hat{\sigma}_S \cdot \sqrt{(\bar{X}^T \cdot \bar{X})^{-1}_{ii}} \quad (7.38)$$

Wobei α die Irrtumswahrscheinlichkeit ist, t die T-Statistik ist, i sich auf die i -te Parameterschätzung bezieht,

$$(\bar{X}^T \cdot \bar{X})^{-1}_{ii} \quad (7.39)$$

den Wert der i -ten Zeile und Spalte der $(\bar{X}^T \cdot \bar{X})^{-1}$ Matrix entspricht und $\hat{\sigma}_S$ der Schätzwert der Standardabweichung des Modells ist. Die Standardabweichung des Modells lautet:

$$\hat{\sigma}_S = \sqrt{\frac{\bar{Y}^T \cdot \bar{Y} - \bar{\omega} \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y}}{m-n}} = \sqrt{\frac{\bar{E}^T \cdot \bar{E}}{m-n}} \quad (7.40)$$

Anh.2.1 Modellierung der Rotordynamik

Übersicht der Modellierung

Es ist erforderlich, die Rotorbewegungen in entsprechendem Koordinatensystem zu beschreiben. Es wird zwischen körperfestem System (${}_S\bar{r}$) und Inertialsystem (${}_I\bar{r}$) unterschieden. Im körperfesten System befindet sich der Ursprung im Schwerpunkt des Rotors und die Z-Richtung ist parallel zur Rotorachse orientiert. Im Inertialsystem ist der Ursprung im Schwerpunkt des Rotors, wenn dieser sich in der Soll-Lage ${}_I\bar{r} = 0$ befindet. Die Betrachtung in unterschiedlichen Koordinatensysteme ist erforderlich, weil zum einen auf das Inertialsystem das Regelungssystem mit den entsprechenden geometrischen Größen bezogen ist, und zum anderen die kinematischen Beziehungen für das körperfeste System definiert sind. Für eine Verknüpfung beider Koordinatensysteme sind die Beziehung der Transformation erforderlich. Die Transformation einer Matrix vom körperfesten System in das Inertialsystem erfolgt über:

$${}_I\bar{r} = {}^S_I\bar{T} \cdot {}_S\bar{r} \quad (7.41)$$

mit der Transformationsmatrix ${}^S_I\bar{T}$:

$${}^S_I\bar{T} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{YZ}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) & -\cos(\varphi_{YZ}) \cdot \sin(\varphi_{YZ}) & \sin(\varphi_{YZ}) \\ \cos(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \sin(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{YZ}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) & \cos(\varphi_{XZ}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) - \sin(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{YZ}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) & -\sin(\varphi_{XZ}) \cdot \cos(\varphi_{YZ}) \\ \sin(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) - \cos(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{YZ}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) & \sin(\varphi_{XZ}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \cos(\varphi_{XZ}) \cdot \sin(\varphi_{YZ}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) & \cos(\varphi_{XZ}) \cdot \cos(\varphi_{YZ}) \end{bmatrix} \quad (7.42)$$

Da nur kleine Bewegungen φ_{XZ} und φ_{YZ} des Rotors um die Soll-Lage zugelassen sind, können in der Transformationsmatrix die Terme ab 2. Ordnung vernachlässigt werden. Außerdem ergibt sich eine Vereinfachung, indem der Sinus des Drehwinkels φ_{XZ} bzw. φ_{YZ} gleich dem Winkel und der Kosinus gleich 1 gesetzt wird. Die Matrix der Winkeländerung ${}_I\dot{\bar{\varphi}}_0$ wird nach Quelle im Inertialsystem bei Rotorstillstand ($\dot{\varphi}_{XY} = \omega_{\text{Rotation}} = 0$) als:

$${}_I\dot{\bar{\varphi}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{XZ} \\ \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \cos(\varphi_{XZ}) \\ \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \sin(\varphi_{XZ}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{XZ} \\ \dot{\varphi}_{YZ} \\ \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \varphi_{XZ} \end{bmatrix} \quad (7.43)$$

definiert. Wird die Drehung des Rotors berücksichtigt und die Drehmatrix des Rotors ermittelt, so ist die Transformation notwendig und der Winkelgeschwindigkeitsmatrix $\begin{bmatrix} 0 & 0 & \omega_{\text{Rotation}} \end{bmatrix}^T$ zu addieren:

$${}_S\dot{\bar{\varphi}} = {}^S_I\bar{T}^T \cdot {}_I\dot{\bar{\varphi}}_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_{XY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \sin(\varphi_{XY}) \\ -\dot{\varphi}_{XZ} \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \cos(\varphi_{XY}) \\ \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} + \dot{\varphi}_{XY} \end{bmatrix} \quad (7.44)$$

Diese Drehmatrix ist mit dem körperfesten System verknüpft. Er ist für die Berechnung der kinetischen Energie erforderlich.

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen kann entweder nach den Newton-Eulerschen-Gleichungen oder Lagrangeschen-Methoden über die Energien des Rotors erfolgen. Die Modellierung des Systems mit Lagrange-Gleichung wurde in der genannten Literatur und [Gerhard, 1993] ausführlich besprochen. Die Lagrange-Gleichung L für ein System lautet:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \underline{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_r} \right) - \frac{\partial \underline{L}}{\partial \mathbf{q}_r} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \underline{T}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_r} \right) - \frac{\partial \underline{T}}{\partial \mathbf{q}_r} + \frac{\partial \underline{V}}{\partial \mathbf{q}_r} = \mathbf{Q}_r \quad (7.45)$$

Hierbei sind \mathbf{q}_r die verallgemeinerten Koordinaten und \mathbf{Q}_r die verallgemeinerten äußeren Kräfte sowie T die kinetische und V die potenzielle Energie. Als verallgemeinerte Koordinaten dient die Matrix ${}_1\bar{\mathbf{r}} = [s_x \ s_y \ s_z]^T$ der Translationsbewegung mit dem Winkel φ_{xz} , φ_{yz} , φ_{xy} der Rotationsbewegung. Die Drehzahl $\dot{\varphi}_{xy} = \omega_{\text{Rotation}}$ soll konstant oder quasi stationär veränderlich sein.

[Stegemann, 1995]

Auf Basis der Newton-Euler-Gleichung, lauten die Bewegungsgleichungen gemäß Impuls- und Drallsatz entsprechend von Quelle [Ruskowski, 2004]:

$$\mathbf{F} = m \cdot \ddot{\mathbf{r}}_B + m \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}} \times \mathbf{r}_{BC} \quad (7.46)$$

$$\mathbf{M}^{(B)} = m \cdot \mathbf{r}_{BC} \times \ddot{\mathbf{r}}_B + \mathbf{J}^{(B)} \cdot \ddot{\boldsymbol{\varphi}}$$

Sowie mit Berücksichtigung der Drehzahl vom Antrieb:

$$\mathbf{M}^{(B)} = m \cdot \mathbf{r}_{BC} \times \ddot{\mathbf{r}}_B + \mathbf{J}^{(B)} \cdot \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + J_{\text{Rotation}} \cdot \omega_{\text{Rotation}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}} \quad (7.47)$$

Dabei wird der Schwerpunktabstand r_{BC} zwischen Schwerpunkt C und Bezugspunkt B vernachlässigt, aufgrund sehr kleines Luftspalts der Magnetlagerung, siehe Abb.7.13.

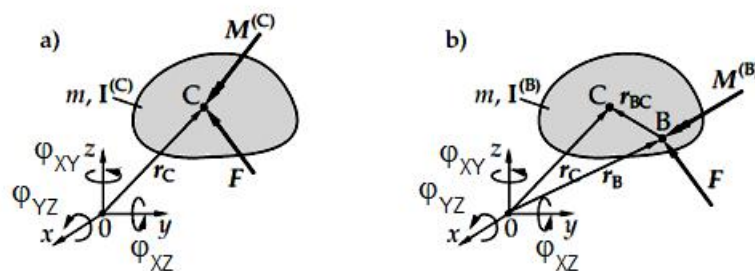


Abb.7.13: Darstellung Impuls- und Drallsatz
[Vuuren, 2009]

Die Modellierung des realen möglicherweise biege-elastischen Rotors anhand der Lagrange-Gleichung wird von genannter Quelle ausführlich besprochen.

Kinetische Energie

Die kinetische Energie setzt sich aus der Rotationsenergie T_{Rot} und der Energie der Translation T_{Trans} zusammen. Die Rotationsenergie lässt sich unter Verwendung der Drehmatrix angeben als:

$$T_{\text{Rot}} = \frac{1}{2} \cdot {}_S \bar{\dot{\varphi}}^T \cdot {}_S \bar{J} \cdot {}_S \bar{\dot{\varphi}} \quad (7.48)$$

Dabei besteht der Trägheitstensor ${}_S \bar{J}$ aus dem Trägheitsmoment der drei Hauptachsen und dem Moment der Deviation:

$${}_S \bar{J} = \begin{bmatrix} J_{\text{Rotor-XX}} & -J_{\text{Rotor-XY}} & -J_{\text{Rotor-XZ}} \\ -J_{\text{Rotor-YX}} & J_{\text{Rotor-YY}} & -J_{\text{Rotor-YZ}} \\ -J_{\text{Rotor-ZX}} & -J_{\text{Rotor-ZY}} & J_{\text{Rotor-ZZ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & A & -D \\ E & -D & C \end{bmatrix} \quad (7.49)$$

Die Momente der Deviation entstehen aufgrund der Zentrifugalkräfte aus Unwuchten bzw. einer Verschiebung zwischen Rotationsachse und Figurenachse. Die Trägheitsmomente bezogen auf die Hauptachsen ${}_S X$ und ${}_S Y$ sollen nach den Voraussetzungen gleich sein, d.h. $J_{XX} = J_{YY} = A$. Damit ist:

$$\begin{aligned} T_{\text{Rot}} = & \frac{A}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{XZ}^2 \cdot \cos^2(\varphi_{XY}) + 2 \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \cos(\varphi_{XY}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ}^2 \cdot \sin^2(\varphi_{XY}) \\ & + \dot{\varphi}_{XZ}^2 \cdot \sin^2(\varphi_{XY}) - 2 \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \cos(\varphi_{XY}) \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ}^2 \cdot \cos^2(\varphi_{XY})) \\ & + \frac{C}{2} \cdot (\varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ}^2 + 2 \cdot \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} + \dot{\varphi}_{XY}^2) - E \cdot (\varphi_{YZ}^2 \cdot \dot{\varphi}_{XZ}^2 \cdot \cos(\varphi_{XY}) \\ & + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY})) \\ & - D \cdot (-\varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \cos(\varphi_{XY}) - \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY}) \\ & + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY})) - F \cdot (-\dot{\varphi}_{XZ}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \cos^2(\varphi_{XY}) \\ & - \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \sin^2(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) \cdot \cos(\varphi_{XY})) \end{aligned} \quad (7.50)$$

Aufgrund der Annahme der kleinen Auslenkungen des Rotors ($\varphi_{XZ}, \varphi_{YZ} \ll 1$) können alle Terme ab zweiter Ordnung vernachlässigt werden. Dies gilt auch, wenn die Winkel mit ihren Ableitungen (Winkelgeschwindigkeiten) multipliziert werden. Das ist nur zulässig, wenn dabei keine Multiplikation mit dem Winkel φ_{XY} oder seiner Ableitung erfolgt. Das Moment der Deviation F verschwindet wegen dieser Vernachlässigungen. Somit erhält man die Rotationsenergie:

$$\begin{aligned} T_{\text{Rot}} = & \frac{A}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{XZ}^2 + \dot{\varphi}_{YZ}^2) + \frac{C}{2} \cdot (2 \cdot \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} + \dot{\varphi}_{XY}^2) \\ & - E \cdot (\dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY})) \\ & - D \cdot (\dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY})) \end{aligned} \quad (7.51)$$

Die Energie der Translation T_{Trans} eines starren Körpers wird allgemein nach der Gleichung:

$$T_{\text{Trans}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{Rotor}} \cdot \bar{v}_{\text{Rotor}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{Rotor}} \cdot \left(\frac{d {}_S \bar{r}}{dt} \right)^2 \quad (7.52)$$

bestimmt. Hierbei sind m_{Rotor} die Masse des Rotors, v_{Rotor} Geschwindigkeit des Schwerpunktes, ${}_S\bar{r}$ die Ortsmatrix zum Schwerpunkt des Rotors und ${}_I\bar{r}$ die Verschiebungsmatrix des Inertial- und Körperfestsystems. Diese Ortsmatrix lässt sich nach den in den [35] dargestellten geometrischen Beziehungen ermitteln, siehe Abb. 10.2. Daraus lässt sich die Komponente der Verschiebung von ${}_S\bar{r}$ berechnen:

$${}_I\bar{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = {}_S\bar{r} = \begin{bmatrix} x_X \\ x_Y \\ x_Z \end{bmatrix} \quad (7.53)$$

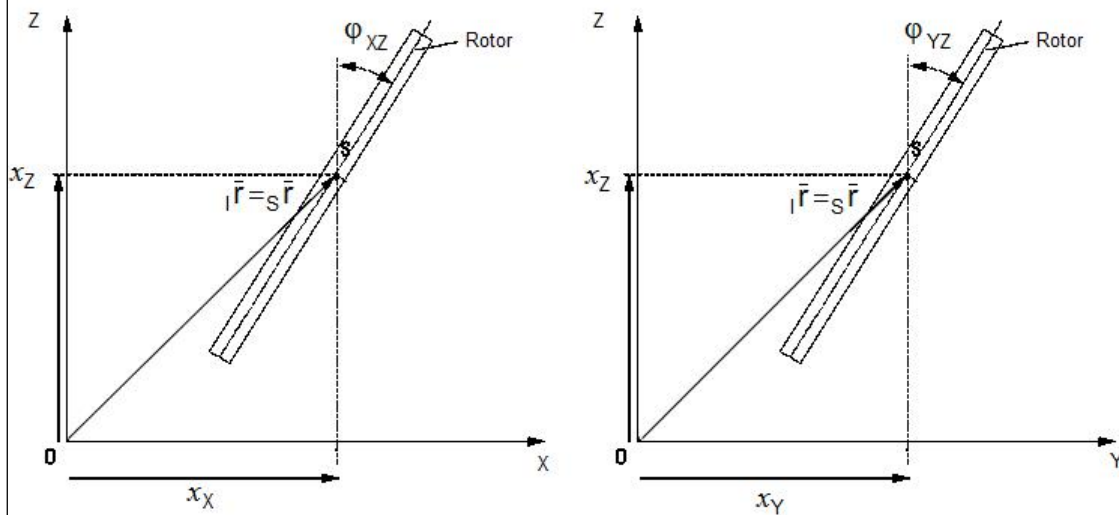


Abb.7.14: Darstellung der Verschiebungskomponente

Ferner ergibt sich eine Beeinflussung der Matrix ${}_S\bar{r}$ durch die Exzentrizität r_{Un} (siehe Abb.7.15), die in X- und Y-Richtung den Abstand des Massenschwerpunkts S von der Figurenachse FA angibt. Damit ist:

$$x_X = r_{Un} \cdot \cos(\varphi_{XY})$$

$$x_Y = r_{Un} \cdot \sin(\varphi_{XY})$$

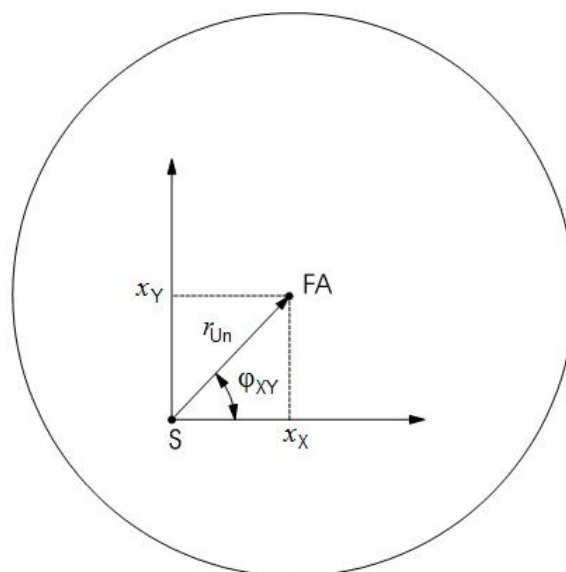


Abb.7.15: Darstellung der Exzentrizität

Aus Quelle [Stegemann, 1995]

Alle Beziehungen zusammengefasst erhält man aus der Ortsmatrix des Inertialsystems ${}_I\bar{r}$ und einer Matrix der Unwucht \bar{c} , der die Verschiebung des Koordinatenursprungs vom geometrischen Mittelpunkt / Figurenachse des Rotors zum Schwerpunkt S bewirkt:

$${}_S\bar{r} = \begin{bmatrix} x_X \\ x_Y \\ x_Z \end{bmatrix} = {}_I\bar{r} + \bar{c} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{Un} \cdot \cos(\varphi_{XY}) \\ r_{Un} \cdot \sin(\varphi_{XY}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad {}_S\bar{v} = \begin{bmatrix} \dot{x}_X \\ \dot{x}_Y \\ \dot{x}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_X - r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY}) \\ \dot{x}_Y + r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY}) \\ \dot{x}_Z \end{bmatrix} \quad (7.54)$$

Die Ableitungen nach der Zeit ergeben sich zu:

$$\underline{T}_{Trans} = \frac{1}{2} \cdot m_{Rotor} \cdot (\dot{x}_X^2 + \dot{x}_Y^2 + \dot{x}_Z^2) \quad (7.55)$$

Potentielle Energie

Die Gewichtskraft des Rotors wird als potentielle Energie der Lage aufgefasst

$$\underline{V} = m_{Rotor} \cdot g \cdot x_Z \quad (7.56)$$

Verallgemeinerte Kräfte

Nach genannter Quelle setzen die verallgemeinerten Kräfte Q_r sich aus den auf den Rotor einwirkenden Kräfte und Drehmomente zusammen, die kein Potential V besitzen.

Diese Kräfte sind:

$$F_X = F_{Xo} + F_{Xu} + F_{St-X} \quad (7.57)$$

$$F_Y = F_{Yo} + F_{Yu} + F_{St-Y}$$

$$F_Z = m_{Rotor} \cdot g + F_Z + F_{St-Z}$$

Die Drehmomente sind:

$$M_{XZ} = F_{Xo} \cdot l_{Mag-o} - F_{Xu} \cdot l_{Mag-u} + M_{St-XZ} \quad (7.58)$$

$$M_{YZ} = F_{Yo} \cdot l_{Mag-o} - F_{Yu} \cdot l_{Mag-u} + M_{St-YZ}$$

$$M_{ZZ} = M_{Antrieb}$$

Das Drehmoment M_{ZZ} ist das Antriebsmoment, das auf den Rotor ausübt. Durch dieses Moment entsteht nach Annahme in der Vorbetrachtung kein störender Einfluss auf die Rotorbewegung.

Bewegungsgleichungen

Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen sind die einzelnen Ableitungen nach der Vorschrift der Lagrange-Gleichung auszuführen. Dabei werden die Energiegleichungen zusammengefasst.

Kinetische Energie:

$$\begin{aligned} \underline{T} = \underline{T}_{Trans} + \underline{T}_{Rot} = & \frac{A}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{XZ}^2 + \dot{\varphi}_{YZ}^2) + \frac{C}{2} \cdot (2 \cdot \varphi_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} + \dot{\varphi}_{XY}^2) \\ & - E \cdot (\dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY})) \\ & - D \cdot (\dot{\varphi}_{XZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY}) + \dot{\varphi}_{YZ} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY})) \\ & + \frac{1}{2} \cdot m_{Rotor} \cdot ((\dot{x}_X - r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \sin(\varphi_{XY}))^2 + (\dot{x}_Y + r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \cos(\varphi_{XY}))^2 + \dot{x}_Z^2) \end{aligned} \quad (7.59)$$

Potentielle Energie:

$$\underline{V} = m_{Rotor} \cdot g \cdot x_Z \quad (7.60)$$

Nach Einsetzen der entsprechenden Ableitungen in die Lagrange-Gleichung und unter Berücksichtigung der Vereinfachung:

$$\varphi_{XZ}, \varphi_{YZ} \ll 1, \text{ folgt } \dot{\varphi}_{XZ}, \dot{\varphi}_{YZ}, \varphi_{XZ}^2, \varphi_{YZ}^2 \approx 0, \text{ und } \dot{\varphi}_{XY} = \omega_{Rotation} = \text{konst. folgt } \ddot{\varphi}_{XY} = 0$$

erhält man folgende Bewegungsgleichungen:

für den Drehwinkel φ_{XZ} ,
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{XZ}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{XZ}} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_{XZ}} = Q_r$$

$$A \cdot \ddot{\varphi}_{XZ} + C \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \dot{\varphi}_{YZ} + E \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) + D \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \cos(\varphi_{XY})$$

$$= F_{Y0} \cdot l_{M-o} - F_{Yu} \cdot l_{M-u} + M_{St-XZ} \quad (7.61)$$

für den Drehwinkel φ_{YZ} ,
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{YZ}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{YZ}} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_{YZ}} = Q_r$$

$$A \cdot \ddot{\varphi}_{YZ} - E \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \cos(\varphi_{XY}) + D \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) - C \cdot \dot{\varphi}_{XY} \cdot \varphi_{XZ}$$

$$= F_{X0} \cdot l_{M-o} - F_{Xu} \cdot l_{M-u} + M_{St-YZ} \quad (7.62)$$

für die Verschiebung in X-Richtung x_X ,
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_X} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_X} + \frac{\partial V}{\partial x_X} = Q_r$$

$$m_{Rotor} \cdot \ddot{x}_X - m_{Rotor} \cdot r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \cos(\varphi_{XY}) = F_{X0} + F_{Xu} + F_{St-X} \quad (7.63)$$

für die Verschiebung in Y-Richtung x_Y ,
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_Y} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_Y} + \frac{\partial V}{\partial x_Y} = Q_r$$

$$m_{Rotor} \cdot \ddot{x}_Y - m_{Rotor} \cdot r_{Un} \cdot \dot{\varphi}_{XY}^2 \cdot \sin(\varphi_{XY}) = F_{Y0} + F_{Yu} + F_{St-Y} \quad (7.64)$$

für die Verschiebung in Z-Richtung x_Z ,
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_Z} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_Z} + \frac{\partial V}{\partial x_Z} = Q_r$$

$$m_{Rotor} \cdot \ddot{x}_Z + m_{Rotor} \cdot g = F_Z + F_{St-Z} \quad (7.65)$$

Die Horizontalbewegung ist durch die Vereinfachungen von den Vertikalbewegungen entkoppelt.

Zweckmäßig lassen sich die Bewegungsgleichungen der horizontalen und vertikalen Richtungen in Form der Matrizen darstellen. Dazu werden die verallgemeinerten Koordinaten nach genannter Quelle zu einer Lagematrix zusammengefasst:

$$\bar{X} = [x_Z \quad x_X \quad \varphi_{XZ} \quad x_Y \quad \varphi_{YZ}]^T \quad (7.66)$$

Die Bewegungsgleichungen in Form der Matrizen lauten dann:

$$\bar{M} \cdot \ddot{\bar{X}}(t) + \bar{D} \cdot \dot{\bar{X}}(t) + \bar{K} \cdot \bar{X}(t) = \bar{B} \cdot \bar{U}(t) + \bar{V}_{Unwucht} \cdot \bar{v}(t) + \bar{S}_{St} \cdot \bar{s}(t) \quad (7.67)$$

mit

\bar{M} -- Massenmatrix

\bar{D} -- Matrix der geschwindigkeitsabhängigen Kräfte

\bar{K} -- Matrix der Steifigkeit

\bar{B} -- Stellmatrix

$\bar{V}_{Unwucht}$ -- Störmatrix durch Unwuchten

\bar{S}_{St} -- Störmatrix durch äußere Kräfte

\bar{U} -- Stellmatrix

\bar{v} -- Störeingangsmatrix

\bar{s} -- Störkraftmatrix

Mit diesen Bewegungsgleichungen der horizontalen Richtung und Vertikalbewegung ist das mathematische Modell der Wellendynamik aufgestellt. Greifen um Rotorschwerpunkt die Kräfte und die Kraftmomente:

$$\bar{U} = [F_Z \ F_X \ M_{XZ} \ F_Y \ M_{YZ}]^T \quad (7.68)$$

Und die Störkraftmatrix und Störeingangsmatrix werden als:

$$\bar{S} = [F_{Z-St} \ F_{X-St} \ M_{XZ-St} \ F_{Y-St} \ M_{YZ-St}]^T \quad (7.69)$$

$$\bar{V} = [\sin(\varphi_{XY}) \ \cos(\varphi_{XY})]^T \quad (7.70)$$

beschrieben. Zweckmäßig lassen sich die Bewegungsgleichungen der horizontalen und vertikalen Richtungen in Form der Matrizen darstellen.

Aus den Gleichungen erkennt man die gegenseitige Beeinflussung zwischen der X-Verschiebung und dem Drehwinkel φ_{YZ} sowie der Y-Verschiebung und dem Winkel φ_{XZ} . Außerdem sind beide Drehwinkel über die Drehzahl und das Massenträgheitsmoment ($C \cdot \omega_{Rotation} = C \cdot \dot{\varphi}_{XY}$) verkoppelt. Dann ergeben sich die folgenden Matrizen:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m_{Rotor} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{Rotor} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{Rotor-XX} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{Rotor} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{Rotor-YY} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{Rotor-ZZ} \cdot \omega_{Rotation} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_{Rotor-ZZ} \cdot \omega_{Rotation} \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{V}_{Unwucht} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{Rotor} \cdot r_{Un} \cdot \omega_{Rotation}^2 \\ J_{Rotor-XZ} \cdot \omega_{Rotation}^2 & J_{Rotor-YZ} \cdot \omega_{Rotation}^2 \\ m_{Rotor} \cdot r_{Un} \cdot \omega_{Rotation}^2 & 0 \\ -J_{Rotor-YZ} \cdot \omega_{Rotation}^2 & J_{Rotor-XZ} \cdot \omega_{Rotation}^2 \end{bmatrix} \quad \bar{S}_{St} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dann lauten die Bewegungsgleichungen in Standard-Form mit Berücksichtigung der Unwuchten und Rotation.

[Stegemann, 1995]

Anh.2.2 Systemmatrizen zur diskreten Darstellung der Rotordynamik

$$\bar{A}_{RD} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{Z-RD} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{A}_{XZ-RD} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{A}_{YZ-RD} \end{bmatrix} \quad \bar{B}_{RD} = \begin{bmatrix} \bar{B}_{Z-RD} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{B}_{XZ-RD} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{B}_{YZ-RD} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{RD} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{Z-RD} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{C}_{XZ-RD} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{C}_{YZ-RD} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{Z-RD} &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{B}_{Z-RD} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ \frac{T}{m_{Rotor}} \end{bmatrix} \quad \bar{C}_{Z-RD} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ \frac{T}{m_{Rotor}} \end{bmatrix} \\
\bar{A}_{XZ-RD} = \bar{A}_{YZ} &= \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
\bar{B}_{XZ-RD} &= \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ \frac{T}{m_{Rotor}} & \frac{T}{m_{Rotor}} \\ \frac{l_{Mag-o} \cdot T^2}{2 \cdot J_{XZ}} & \frac{-l_{Mag-u} \cdot T^2}{2 \cdot J_{XZ}} \\ \frac{T}{J_{XZ}} & \frac{-T}{J_{XZ}} \end{bmatrix} \quad \bar{B}_{YZ-RD} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ \frac{T}{m_{Rotor}} & \frac{T}{m_{Rotor}} \\ \frac{l_{Mag-o} \cdot T^2}{2 \cdot J_{YZ}} & \frac{-l_{Mag-u} \cdot T^2}{2 \cdot J_{YZ}} \\ \frac{T}{J_{YZ}} & \frac{-T}{J_{YZ}} \end{bmatrix} \\
\bar{C}_{XZ-RD} &= \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 \\ \frac{T}{m_{Rotor}} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2 \cdot J_{XZ}} \\ 0 & \frac{T}{J_{XZ}} \end{bmatrix} \quad \bar{C}_{YZ-RD} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 \\ \frac{T}{m_{Rotor}} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2 \cdot J_{YZ}} \\ 0 & \frac{T}{J_{YZ}} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Anh.2.3 Matrizen der Rotordynamik mit linearen Magnetkraft

$$\bar{A}_Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_{s-Z}}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{k_{i-Z}}{m_{Rotor}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{ui-Z}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{XZ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Xo} + k_{s-Xu}}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{k_{i-Xo}}{m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Xu}}{m_{Rotor}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-XZ}} & 0 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2}{J_{Rotor-XZ}} & 0 & \frac{k_{i-Xo} \cdot l_{Mag-o}}{J_{Rotor-XZ}} & \frac{-k_{i-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-XZ}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{ui-Xo}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{ui-Xu}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{XZ-\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_{Rotor-ZZ} \cdot \omega_{Rotation}}{J_{Rotor-XZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{YZ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Yo} + k_{s-Yu}}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{k_{i-Yo}}{m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Yu}}{m_{Rotor}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & \frac{k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}^2}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot l_{Mag-o}}{J_{Rotor-YZ}} & \frac{-k_{i-Yu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-YZ}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{ui-Yo}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{ui-Yu}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{YZ-\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-J_{Rotor-ZZ} \cdot \omega_{Rotation}}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Anh.2.4 Matrizen der Zustandsgleichung des Regelkreises

$$\bar{A}_Z = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-Z} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & T & \frac{T^2}{1 \cdot m_{\text{Rotor}}} & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Z} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 1 & \frac{T}{m_{\text{Rotor}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{\text{ui-Z}}} & 0 \\ k_{\text{Sen}} \cdot \left(e^{-T/T_{\text{Sen}}} \right) & 0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{\text{Sen}}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\text{XZ}} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{(k_{\text{s-Xo}} + k_{\text{s-Xu}}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & T & \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & 0 & \frac{T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ \frac{(k_{\text{s-Xo}} + k_{\text{s-Xu}}) \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 1 & \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 0 & \frac{T}{m_{\text{Rotor}}} \\ \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} & 0 & 1 + \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2) \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} & T & 0 \\ \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T}{J_{\text{Rotor-XZ}}} & 0 & \frac{(k_{\text{s-Xo}} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{\text{s-Xu}} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2) \cdot T}{J_{\text{Rotor-XZ}}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{\text{Sen}} \cdot e^{-T/T_{\text{Sen}}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\text{Sen}} \cdot e^{-T/T_{\text{Sen}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{YZ} = & \begin{bmatrix}
1 + \frac{(k_{s-Yo} + k_{s-Yu}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & T & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 & \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\
\frac{(k_{s-Yo} + k_{s-Yu}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 1 & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 0 & \frac{T}{m_{Rotor}} \\
\frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & 0 & 1 + \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}^2) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & T & 0 & \dots \\
\frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}^2) \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \\
& \dots \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Yu} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\
0 & 0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot T}{m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Yu} \cdot T}{m_{Rotor}} \\
\frac{T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & 0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & \frac{-k_{i-Yu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} \\
\frac{T}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} & \frac{-k_{i-Yu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 \\
\dots & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}}
\end{bmatrix} \\
\bar{B}_Z = & [0 \ 0 \ 0 \ k_{ui-Z} \cdot (e^{-T/T_{ui-Z}}) \ 0]^T \\
\bar{B}_{XZ} = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Xo} \cdot (e^{-T/T_{ui-Xo}}) & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Xu} \cdot (e^{-T/T_{ui-Xu}})
\end{bmatrix}^T \\
\bar{B}_{YZ} = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Yo} \cdot (e^{-T/T_{ui-Yo}}) & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Yu} \cdot (e^{-T/T_{ui-Yu}})
\end{bmatrix}^T \\
\bar{H}_Z = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix} \\
\bar{H}_{XZ} = \bar{H}_{YZ} = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l_{Mag-o} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -l_{Mag-u} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Anh.4.1 Matrizen der Beobachtbarkeit- und Steuerbarkeitsanalyse

$$\begin{bmatrix} s_Z(k+1) \\ v_Z(k+1) \\ i_{u-Z}(k+1) \\ s_{\text{Mess-Z}}(k+1) \\ s_X(k+1) \\ v_X(k+1) \\ \varphi_{XZ}(k+1) \\ \omega_{XZ}(k+1) \\ s_{\text{Mess-X}}(k+1) \\ \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k+1) \\ i_{u-Xo}(k+1) \\ i_{u-Xu}(k+1) \\ s_Y(k+1) \\ v_Y(k+1) \\ \varphi_{YZ}(k+1) \\ \omega_{YZ}(k+1) \\ s_{\text{Mess-Y}}(k+1) \\ \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k+1) \\ i_{u-Yo}(k+1) \\ i_{u-Yu}(k+1) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}_{20 \times 20}^* \cdot \begin{bmatrix} s_Z(k) \\ v_Z(k) \\ i_{u-Z}(k) \\ s_{\text{Mess-Z}}(k) \\ s_X(k) \\ v_X(k) \\ \varphi_{XZ}(k) \\ \omega_{XZ}(k) \\ s_{\text{Mess-X}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-XZ}}(k) \\ i_{u-Xo}(k) \\ i_{u-Xu}(k) \\ s_Y(k) \\ v_Y(k) \\ \varphi_{YZ}(k) \\ \omega_{YZ}(k) \\ s_{\text{Mess-Y}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-YZ}}(k) \\ i_{u-Yo}(k) \\ i_{u-Yu}(k) \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{B}}_{5 \times 20}^* \cdot \begin{bmatrix} u_Z(k) \\ u_{Xo}(k) \\ u_{Xu}(k) \\ u_{Yo}(k) \\ u_{Yu}(k) \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{E}}_{5 \times 20} \cdot \begin{bmatrix} F_{\text{St-Z}}(k) \\ F_{\text{St-X}}(k) \\ M_{\text{St-XZ}}(k) \\ F_{\text{St-Y}}(k) \\ M_{\text{St-YZ}}(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{20 \times 20}^* = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_Z^* & \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{A}}_{XZ}^* & \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{0}} & \bar{\mathbf{A}}_{YZ}^* \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{A}}_Z^* = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-Z} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & T & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Z} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui-Z}} & 0 \\ k_{\text{Sen}} \cdot (e^{-T/T_{\text{Sen}}}) & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{\text{Sen}}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{XZ}^* = \begin{bmatrix} 1 + \frac{(k_{s-Xo} + k_{s-Xu}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & T & \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 \\ \frac{(k_{s-Xo} + k_{s-Xu}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 1 & \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 0 \\ \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} & 0 & 1 + \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} & T \dots \\ \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{J_{Rotor-XZ}} & 0 & \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2)}{J_{Rotor-XZ}} & 1 \\ k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dots \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k_{i-Xo} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Xu} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ 0 & 0 & \frac{k_{i-Xo} \cdot T}{m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Xu} \cdot T}{m_{Rotor}} \\ 0 & 0 & \frac{k_{i-Xo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} & \frac{-k_{i-Xu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} \\ 0 & 0 & \frac{k_{i-Xo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T}{J_{Rotor-XZ}} & \frac{-k_{i-Xu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T}{J_{Rotor-XZ}} \\ 1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{YZ}^* = & \begin{bmatrix}
1 + \frac{(k_{s-Yo} + k_{s-Yu}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & T & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 \\
\frac{(k_{s-Yo} + k_{s-Yu}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 1 & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{m_{Rotor}} & 0 \\
\frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & 0 & 1 + \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}^2) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} & T \dots \\
\frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} & 0 & \frac{(k_{s-Yo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Yu} \cdot l_{Mag-u}^2)}{J_{Rotor-YZ}} & 1 \\
k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_{Sen} \cdot e^{-T/T_{Sen}} & 0 \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix}
0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Yu} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\
0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot T}{m_{Rotor}} & \frac{k_{i-Yu} \cdot T}{m_{Rotor}} \\
\dots & 0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} \quad \frac{-k_{i-Yu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-YZ}} \\
0 & 0 & \frac{k_{i-Yo} \cdot l_{Mag-o} \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} & \frac{-k_{i-Yu} \cdot l_{Mag-u} \cdot T}{J_{Rotor-YZ}} \\
1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 & 0 & 0 \\
\dots & 0 & 1 - e^{-T/T_{Sen}} & 0 \\
0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}}
\end{bmatrix} \\
\bar{B}_{5 \times 20}^* = & \begin{bmatrix}
\bar{A}_Z^* & \bar{0} & \bar{0} \\
\bar{0} & \bar{A}_{XZ}^* & \bar{0} \\
\bar{0} & \bar{0} & \bar{A}_{YZ}^*
\end{bmatrix} \\
\bar{B}_Z^* = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_{ui-Z} \cdot (e^{-T/T_{ui-Z}}) & 0 \end{bmatrix}^T \\
\bar{B}_{XZ}^* = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Xo} \cdot (e^{-T/T_{ui-Xo}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Xu} \cdot (e^{-T/T_{ui-Xu}}) \end{bmatrix}^T \\
\bar{B}_{YZ}^* = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Yo} \cdot (e^{-T/T_{ui-Yo}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui-Yu} \cdot (e^{-T/T_{ui-Yu}}) \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} i_{u-z}(k) \\ s_{\text{Mess-z}}(k) \\ s_{\text{Mess-x}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-xz}}(k) \\ i_{u-x_o}(k) \\ i_{u-x_u}(k) \\ s_{\text{Mess-y}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-yz}}(k) \\ i_{u-y_o}(k) \\ i_{u-y_u}(k) \end{bmatrix} = \bar{H}_{10 \times 20}^* \cdot \begin{bmatrix} s_z(k) \\ v_z(k) \\ i_{u-z}(k) \\ s_{\text{Mess-z}}(k) \\ s_x(k) \\ v_x(k) \\ \varphi_{xz}(k) \\ \omega_{xz}(k) \\ s_{\text{Mess-x}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-xz}}(k) \\ i_{u-x_o}(k) \\ i_{u-x_u}(k) \\ s_y(k) \\ v_y(k) \\ \varphi_{yz}(k) \\ \omega_{yz}(k) \\ s_{\text{Mess-y}}(k) \\ \varphi_{\text{Mess-yz}}(k) \\ i_{u-y_o}(k) \\ i_{u-y_u}(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{H}_Z^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H}_{xz}^* = \bar{H}_{yz}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l_{\text{Mag-o}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -l_{\text{Mag-u}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Anh.4.2 Entwurf eines Kalman-Filters in radialer Richtung

$$\begin{aligned}
 \bar{A}_{XZ} = & \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-Xo} + k_{s-Xu}}{2 \cdot m_{Rotor}} \cdot T^2 & T & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-u} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-o}}{2 \cdot m_{Rotor}} \cdot T^2 \\ \frac{k_{s-Xo} + k_{s-Xu}}{m_{Rotor}} \cdot T & 1 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{m_{Rotor}} \cdot T & \dots \\ \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} & 0 & \frac{(k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2)}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} \cdot T^2 \\ \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-XZ}} \cdot T & 0 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2}{J_{Rotor-XZ}} \cdot T \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} 0 & \frac{T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & 0 \\ \dots & 0 & \frac{T}{m_{Rotor}} & 0 \\ T & 0 & \frac{T^2}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} \\ 1 & 0 & \frac{T}{J_{Rotor-XZ}} \\ \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \end{bmatrix} \\
 \bar{B}_{XZ} = & \begin{bmatrix} \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xo} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} & \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xu} \cdot T^2}{2 \cdot m_{Rotor}} \\ \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xo} \cdot T}{m_{Rotor}} & \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xu} \cdot T}{m_{Rotor}} \\ \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xo} \cdot T^2 \cdot l_{Mag-o}}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} & \frac{-k_{ui} \cdot k_{i-Xu} \cdot T^2 \cdot l_{Mag-u}}{2 \cdot J_{Rotor-XZ}} \\ \frac{k_{ui} \cdot k_{i-Xo} \cdot T \cdot l_{Mag-o}}{J_{Rotor-XZ}} & \frac{-k_{ui} \cdot k_{i-Xu} \cdot T \cdot l_{Mag-u}}{J_{Rotor-XZ}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Anh.5.1 Matrizen in Systemgleichung für den Reglerentwurf

Die Systemmatrizen für den Reglerentwurf in axialer Richtung lauten:

$$\bar{A}_Z = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-z} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & T & \frac{k_{i-z} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ \frac{k_{s-z} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & 1 & \frac{k_{i-z} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} \\ 0 & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui-z}} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_{ui-z} \cdot (e^{-T/T_{ui-z}}) \end{bmatrix}$$

Die Systemmatrizen für den Reglerentwurf in radialer Richtung lauten:

$$\bar{A}_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-xo} + k_{s-xu}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \cdot T^2 & T & \frac{k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-u}} - k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-o}}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \cdot T^2 \\ \frac{k_{s-xo} + k_{s-xu}}{m_{\text{Rotor}}} \cdot T & 1 & \frac{k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}}}{m_{\text{Rotor}}} \cdot T & \dots \\ \frac{(k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} & 0 & \frac{(k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2)}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} \cdot T^2 \\ \frac{k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}}}{J_{\text{Rotor-XZ}}} \cdot T & 0 & \frac{k_{s-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{s-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2}{J_{\text{Rotor-XZ}}} \cdot T \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{k_{i-xo} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & \frac{k_{i-xu} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ \dots & 0 & \frac{k_{i-xo} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{k_{i-xu} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} \\ T & \frac{k_{i-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} & \frac{-k_{i-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}} \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-XZ}}} \\ 1 & \frac{k_{i-xo} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdot T}{J_{\text{Rotor-XZ}}} & \frac{-k_{i-xu} \cdot l_{\text{Mag-u}} \cdot T}{J_{\text{Rotor-XZ}}} \\ \dots & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-T/T_{ui}} & \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_{XZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui} \cdot (e^{-T/T_{ui}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui} \cdot (e^{-T/T_{ui}}) \end{bmatrix}^T$$

$$\bar{A}_{YZ} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{s-Y_0} + k_{s-Y_u}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \cdot T^2 & T \cdot \frac{k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-u}} - k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-o}}}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \cdot T^2 & \\ \frac{k_{s-Y_0} + k_{s-Y_u}}{m_{\text{Rotor}}} \cdot T & 1 & \frac{k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}}{m_{\text{Rotor}}} \cdot T & \dots \\ \frac{(k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}) \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-YZ}}} & 0 & \frac{(k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2)}{2 \cdot J_{\text{Rotor-YZ}}} \cdot T^2 & \\ \frac{k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} - k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}}{J_{\text{Rotor-YZ}}} \cdot T & 0 & \frac{k_{s-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}}^2 + k_{s-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}}^2}{J_{\text{Rotor-YZ}}} \cdot T & \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$\dots \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_{i-Y_0} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} & \frac{k_{i-Y_u} \cdot T^2}{2 \cdot m_{\text{Rotor}}} \\ 0 & \frac{k_{i-Y_0} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{k_{i-Y_u} \cdot T}{m_{\text{Rotor}}} \\ T & \frac{k_{i-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-YZ}}} & \frac{-k_{i-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} \cdot T^2}{2 \cdot J_{\text{Rotor-YZ}}} \\ 1 & \frac{k_{i-Y_0} \cdot l_{\text{Mag-o}} \cdot T}{J_{\text{Rotor-YZ}}} & \frac{-k_{i-Y_u} \cdot l_{\text{Mag-u}} \cdot T}{J_{\text{Rotor-YZ}}} \\ \dots & 0 & 1 - e^{-T/T_{ui}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e^{-T/T_{ui}} \end{bmatrix}$$

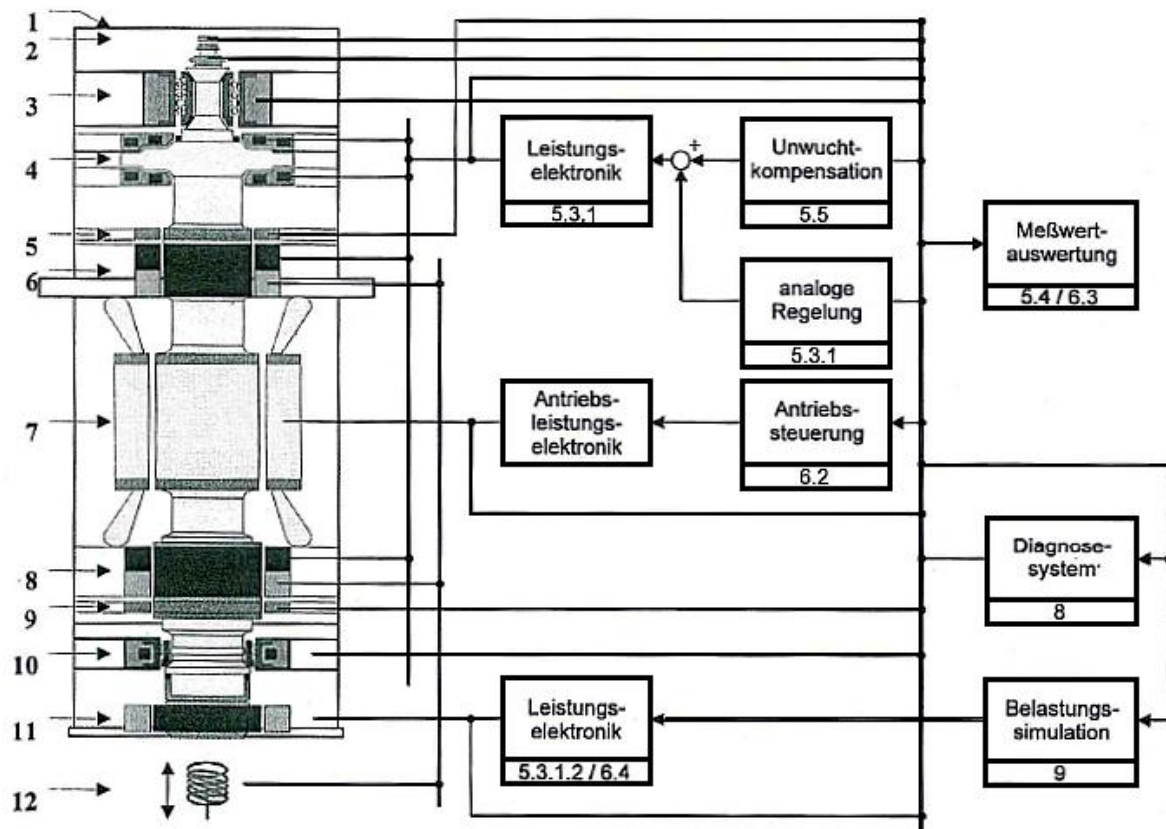
$$\bar{B}_{YZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui} \cdot (e^{-T/T_{ui}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ui} \cdot (e^{-T/T_{ui}}) \end{bmatrix}^T$$

Anh.6.1 Überblick des Versuchsstands

Der Testbehälter besteht aus vier Segmenten. Der Testbehälter integriert folgende Komponenten des Versuchsstandes: Antrieb, Magnetlager, Fanglager und Messtechnik. Eine Übersicht über die Anordnung der wichtigsten Komponenten des Versuchsstandes im Testbehälter zeigt Abb.7.16.

Auf der Welle angeordnete Komponenten sind:

- Die axiale Lagerscheibe für die axialen Magnetlager
- Blechkpakete für das radiale Magnetlager
- Blechkpakete der Radialsensoren
- Läufer-Blechkpaket der Asynchronmaschine
- Elemente der Fanglager wie z. B. Reibkonus



1 ... Testbehälter (5.2.4.1); 2 ... Axialsensor (5.3.1.2); 3 ... Axial-Radial-Fanglager (5.2.5.1); 4 ... Axial-Magnetlager (5.2.4.1, 5.3.1.2); 5 ... Oberer Radialsensor (5.3.1.2); 6 ... Oberes Radial-Magnetlager (5.2.4.3, 5.3.1.2); 7 ... Asynchronmaschine (5.2.3.2); 8 ... Unterer Radial-Magnetlager (5.2.4.2, 5.3.1.2); 9 ... Unterer Radialsensor (5.3.1.2); 10 ... Radial-Fanglager (5.2.5.2); 11 ... Magnetische Belastungseinrichtung (9.3.4, konzipiert); 12 ... Thermische Belastungseinrichtung (9.2)

Abb.7.16: Überblick über die Komponenten des Versuchsstands FLP 500
[Hampel, 2003]

Anh.6.2 Parametrierung der axialen Magnetlager

Die Ringspulen bestehen aus lackierten Kupferrunddraht mit einem Durchmesser 3,55 mm. Die wichtigsten Daten für das axiale Magnetlager sind in nachfolgenden Tabellen aufgelistet:

Bedeutung	Betrag
Material der axialen Lagerscheibe	27NiCrMoV155
Durchmesser der axialen Lagerscheibe	$d_{\text{aussen}} = 690 \text{ mm}$ $d_{\text{innen}} = 170 \text{ mm}$
Gesamthöhe des axialen Lagers	$h_{\text{gesamt}} = 278,5 \text{ mm}$
Höhe des Lagers des Kreises 1 (A,B)	$h = 122 \text{ mm}$
Höhe des Lagers des Kreises 2 (A,B)	$h = 110,5 \text{ mm}$
Stärke der Scheibe Bereich des Lagers 1	$h_1 = 32 \text{ mm}$

Bedeutung	Betrag
Stärke der Scheibe Bereich des Lagers 2	$h_2 = 55 \text{ mm}$
Luftspalt oberhalb der axialen Lagerscheibe	$s_{\text{ober}} = 1.0(\pm 0.05) \text{ mm}$
Luftspalt unterhalb der axialen Lagerscheibe	$s_{\text{unter}} = 1.2(\pm 0.05) \text{ mm}$
Windungszahl aller Spulen	$N_{\text{Axial}} = 76$

Tbl.7.3: Geometrische Parameter des axialen Magnetlagers

In kommender Tabelle ist A_{Pol} als Polfläche, N als Windungszahl der Spulen, l_{Fe} als Länge des Eisenkreises.

Zeichen	Unteres Radial-Lager	Oberes Radial-Lager	Axial-Lager
$\Delta\mu_r$	7250	7250	7250
μ_{0r}	2000	2000	2000
l_{Fe}	0,260	0,260	0,329
$0,5 \cdot \mu_0 \cdot A_{\text{Pol}} \cdot N^2$	$8,758 \cdot 10^{-6} \text{ Hm}$	$1,464 \cdot 10^{-5} \text{ Hm}$	$5,01 \cdot 10^{-4} \text{ Hm}$

Tbl.7.4: Parametrierung in der Berechnung der axialen Magnetkraft

Anh.6.3 Parametrierung der unteren radialen Magnetlager

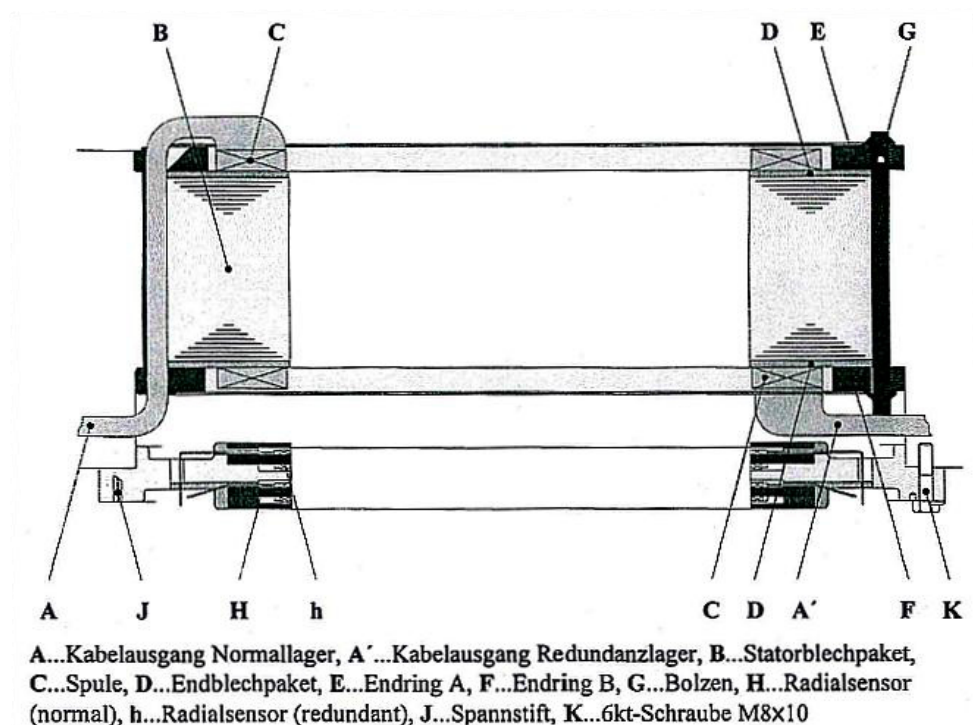


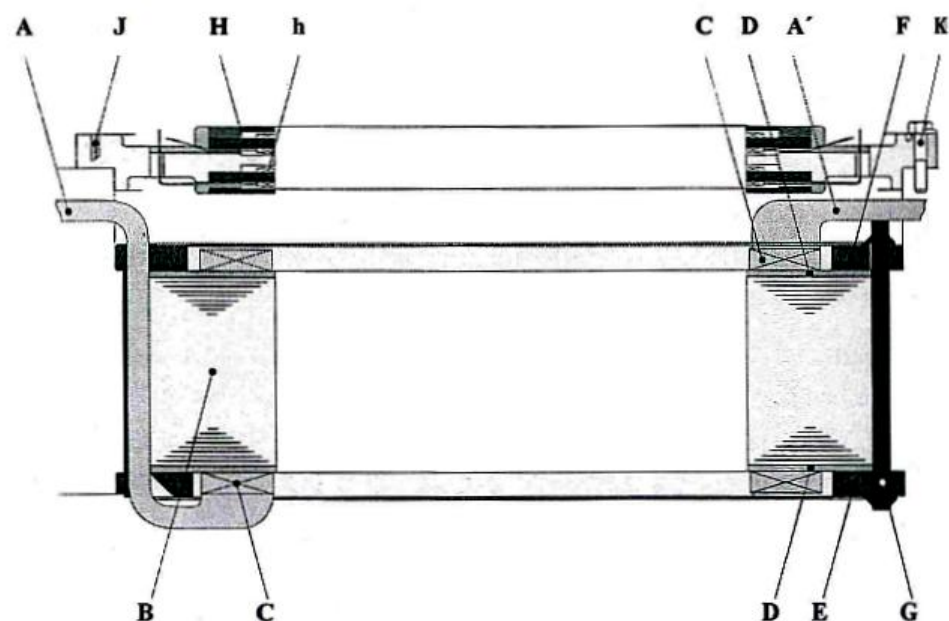
Abb.7.17: Unteres radiales Magnetlager
[Hampel, 2003]

Die Spulen bestehen aus lackiertem Kupferrunddraht mit einem Durchmesser $d_{Cu} = 2,5 \text{ mm}$, siehe oberer Abbildung. Die wichtigsten Daten für das radiale Magnetlager sind:

Bedeutung	Betrag
Höhe des Stator-Blechpaketes	$h = 150 \text{ mm}$
Höhe der Spulen	$h = 170 \text{ mm}$
Anzahl der Spulen	$n_{\text{Spule-S}} = 16$, $n_{\text{Spule-N}} = 8$
Windungszahl der radialen Lagerspulen	$N = 40$
Innendurchmesser des Stator-Blechpaketes	$d_{\text{innen}} = 358(+0,089) \text{ mm}$
Außendurchmesser des Rotor-Blechpaketes	$d_{\text{ausen}} = 356(\pm 0,05) \text{ mm}$
Lagerluftspalt	$s_{\text{Luft}} = 1,0(+0,070 / -0,025) \text{ mm}$

Tbl.7.5: Geometrische Parameter des unteren radialen Magnetlagers

Anh.6.4 Parametrierung der oberen radialen Magnetlager



A...Kabelausgang Normallager, A'...Kabelausgang Redundanzlager, B...Statorblechpaket, C...Spule, D...Endblechpaket, E...Endring D, F...Endring C, G...Bolzen, H...Radialsensor (normal), h...Radialsensor (redundant), J...Spannstift, K...6kt-Schraube M8x10

Abb.7.18: Oberes radiales Magnetlager
[Hampel, 2003]

Die wichtigsten Daten für das radiale Magnetlager sind:

Bedeutung	Betrag
Höhe des Stator-Blechpaketes	$h = 150 \text{ mm}$
Höhe der Lagerspulen	$h = 188 \text{ mm}$
Anzahl der Lagerspulen	$n_{\text{Spule}} = 16$
Windungszahl der Radial-Lagerspulen	$N = 42$
Innendurchmesser des Stator-Blechpaketes	$d_{\text{innen}} = 269(+0,081) \text{ mm}$
Außendurchmesser des Rotor-Blechpaketes	$d_{\text{ausßen}} = 267(\pm 0,052) \text{ mm}$
Lagerluftspalt	$s_{\text{Luft}} = 1,0(+0,040 / -0,026) \text{ mm}$

Tbl.7.6: Geometrische Parameter der Spulen

Anh.6.5 Darstellung der permanenten Magnetlager

Die permanenten Magnetlager (Abk. als PMB), die als eine Unterstützung zur Fanglager vorgeschlagen wird, ist oft in elektromagnetischen Anlagen angewendet. Die Struktur der PMB, die für Experiment des Einsatzes in FLP 500 am IPM entwickelt sind, wird in kommender Abbildung dargestellt.

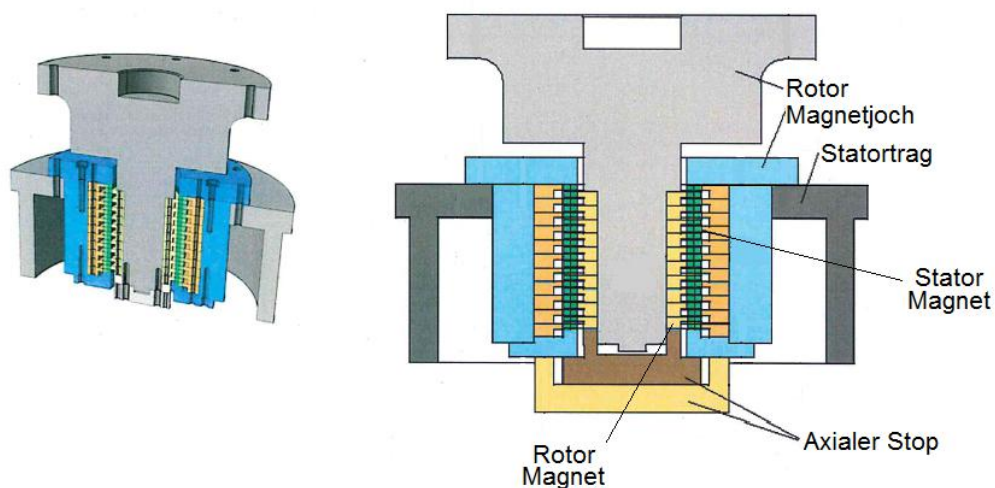


Abb.7.18: Darstellung der permanenten Magnetlager
[Worlitz, 2013]

Die statischen Parameter der PMB werden aufgelistet. Abstand zwischen PMB und Rotorschwerpunkt lautet:

$$l_{\text{PMag}} = 1,3784 \text{ m}$$

Die Steifigkeit der radialen und axialen PMB lautet:

$$\text{Axial: } k_{s\text{-PMag-Z}} = -7444,568 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\text{Radial: } k_{s\text{-PMag-X/Y}} = -3527,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Anh.6.6 Darstellung der Leistungselektronik

Der Leistungsverstärker stellt aus regelungstechnischer Sicht den Stellantrieb dar. Er setzt das bereitgestellte, mit 17,5 kHz Schaltfrequenz Pulsbreiten-modulierte Signal unter Verwendung einer Hilfsenergie in ein für das Stellglied Magnetlagerspule verwertbares Signal um, d. h. mittels einer Gleichspannung wird der zur magnetischen Lagerung der Welle notwendige Steuerstrom in den Lagerwicklungen erzeugt.

Die Funktion des verwendeten Gleichstrom-Pulsstellers besteht darin, dass die Leistungstransistoren der beiden Brückenarme über das Impulsbreiten-modulierte Signal konstanter Schaltperiodendauer t_s , zeitgleich ein- und ausgeschaltet werden. Laut Quelle [Hampel, 2003] ist die Beziehung des mittleren Spulenstroms i_{sp} , der Einschaltdauer t_E und Schaltperiodendauer t_s in folgender Gleichung dargestellt:

$$i_{sp} = f\left(\frac{t_E}{t_s}\right) \quad (7.71)$$

Die Abb.7.20 stellt den mittleren Spulenstrom i_{sp} in Abhängigkeit vom Verhältnis der Einschaltpulsdauer t_E zur Schaltperiodendauer t_s qualitativ dar.

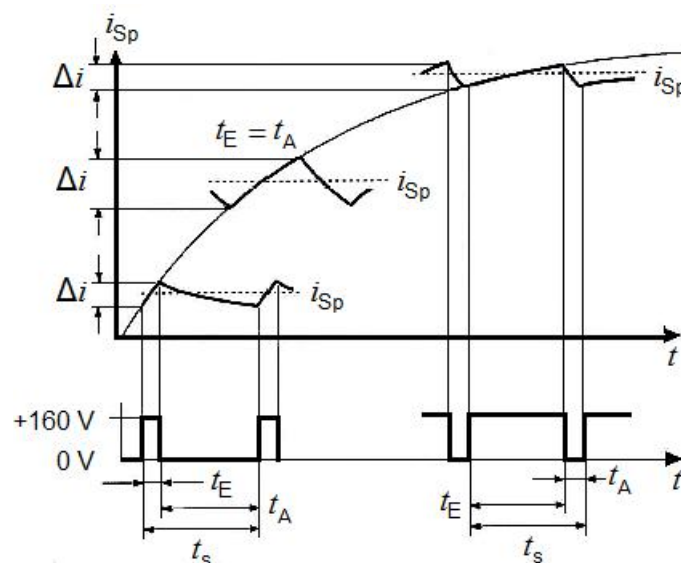


Abb.7.20: Darstellung des mittleren Spulenstroms in Pulsbreitenmodulation mit t_s -konst. [Hampel, 2003]

Die Daten der Leistungselektronik sind:

Bedeutung	Betrag
Standard-Luftspalt	$s_L = 1 \text{ mm}$ oder $s_L = 1,2 \text{ mm}$
Konstante Permeabilität der Materialien	$\mu_{r0} = 2000$
Steifigkeit der relativen Permeabilität (Strom)	$\Delta\mu_r = 7250$
Eisenlänge	$l_{Fe} = 0,260 \text{ m}$ für Radiallager
	$l_{Fe} = 0,329 \text{ m}$ für Axiallager
Geometrische Konstante	$0,5 \cdot \mu_0 \cdot A_{Pol} \cdot N^2 = 8,758 \cdot 10^{-6} \text{ Hm}$ für unteres Radiallager
	$0,5 \cdot \mu_0 \cdot A_{Pol} \cdot N^2 = 1,464 \cdot 10^{-5} \text{ Hm}$ für oberes Radiallager
	$0,5 \cdot \mu_0 \cdot A_{Pol} \cdot N^2 = 5,01 \cdot 10^{-4} \text{ Hm}$ für Axiallager
Zwischenkreisspannung	$U_{ZK} = 160 \text{ V}$

Tbl.7.7: Parameter der Leistungselektronik

Zusätzlich treten durch die Lagerspulen die Zeitverzögerungen auf. Laut genannter Quelle ergibt sich diese Zeitkonstante näherungsweise aus der Zwischenkreisspannung des Pulsstellers U_{ZK} , dem stationären Steuerstrom i_{st} sowie der Spuleninduktivität L . Die Induktivität hängt wiederum von dem momentanen Luftspalt zwischen Rotor und Stator des Magnetlagers sowie von Materialparametern des magnetischen Kreises ab. Die veränderliche Zeitkonstante T_{Spule} wird nach folgender Beziehung ermittelt:

$$\text{Radial: } T_{Spule} = \frac{L}{R} = L \cdot \frac{i}{U_{ZK}} = \frac{0,5 \cdot N^2 \cdot \mu_0 \cdot A_{Pol}}{\frac{l_{Fe}}{\mu_r} + 2 \cdot (s_0 - x)} \cdot \frac{i_{st}}{U_{ZK}} \quad (7.72)$$

$$\text{Axial: } T_{Spule} = \frac{L}{R} = L \cdot \frac{i}{U_{ZK}} = \frac{0,5 \cdot N^2 \cdot \mu_0 \cdot A_{Pol}}{\frac{l_{Fe}}{\mu_r} + (s_0 - x)} \cdot \frac{i_{st}}{U_{ZK}} \quad (7.73)$$

mit der aktuellen relativen Permeabilität $\mu_r = i \cdot \Delta\mu_r + \mu_{r0}$

Anh.6.7 Technische Daten der Sensoren

Die Sensorspulen bestehen aus Kupferrunddraht mit einem Durchmesser 0,3 mm. Nachfolgend werden die wichtigsten Daten der radialen Sensoren angegeben:

	Unterer Radialsensor	Oberer Radialsensor
Innendurchmesser Sensorstator-Blechpaket	360 mm	269($\pm 0,081$) mm
Außendurchmesser Sensorrotor-Blechpaket	355,8($\pm 0,05$) mm	266,8($\pm 0,052$) mm
Sensorluftspalt	1,1(+0,07/-0,025) mm	1,1(+0,04/-0,026) mm
Windungszahl der Sensorenspulen	150	150

Tbl.7.8: Daten der radialen Sensoren

Anh.6.8 Die Schnittstelle des Systemmodells

Parameter	Bedeutung	Zeichen	Bemerkung
z1	Steuergröße des oberen axialen Lagers	u_{Z-ober}	in Achsenrichtung Z
z2	Steuergröße des unteren axialen Lagers	$u_{Z-unter}$	
z3	Strom des oberen axialen Lagers	i_{Z-ober}	
z4	Strom des unteren axialen Lagers	$i_{Z-unter}$	
z5	Rotorlage im axialen Lage	x_{Mag-Z}	
z6	Strom des oberen axialen Lagers	i_{Z-ober}	
z7	Strom des unteren axialen Lagers	$i_{Z-unter}$	
z8	Rotorlage im axialen Lager	x_{Mag-Z}	
z9	Magnetkraft des axialen Lagers	F_{Mag-Z}	
z10	Rotorlage im axialen Lager	x_{Mag-Z}	
z11	Rotorlage im axialen Sensor	x_{Sen-Z}	
z12	Messsignal des axialen Sensors	x_{Mess-Z}	

Parameter	Bedeutung	Zeichen	Bemerkung
xo1	Steuergröße des oberen radialen Lagers 1	u_{Xo-1}	in Achsenrichtung Xo Lager 1- positive Seite Lager 2- negative Seite
xo2	Steuergröße des oberen radialen Lagers 2	u_{Xo-2}	
xo3	Strom des oberen radialen Lagers 1	i_{Xo-1}	
xo4	Strom des oberen radialen Lagers 2	i_{Xo-2}	
xo5	Rotorlage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Xo}	
xo6	Strom des oberen radialen Lagers 1	i_{Xo-1}	
xo7	Strom des oberen radialen Lagers 2	i_{Xo-2}	
xo8	Rotorlage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Xo}	
xo9	Magnetkraft des oberen radialen Lagers	F_{Mag-Xo}	
xo10	Rotorlage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Xo}	
xo11	Rotorlage im oberen radialen Sensor	x_{Sen-Xo}	
xo12	Messsignal des oberen radialen Sensors	$x_{Mess-Xo}$	

Parameter	Bedeutung	Zeichen	Bemerkung
Xu1	Steuergröße des unteren radialen Lagers 1	u_{Xu-1}	in Achse-Richtung Xu Lager 1- positive Seite Lager 2- negative Seite
Xu2	Steuergröße des unteren radialen Lagers 2	u_{Xu-2}	
Xu3	Strom des unteren radialen Lagers 1	i_{Xu-1}	
Xu4	Strom des unteren radialen Lagers 2	i_{Xu-2}	
Xu5	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Xu}	
Xu6	Strom des unteren radialen Lagers 1	i_{Xu-1}	
Xu7	Strom des unteren radialen Lagers 2	i_{Xu-2}	
Xu8	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Xu}	
Xu9	Magnetkraft des unteren radialen Lagers	F_{Mag-Xu}	
Xu10	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Xu}	
Xu11	Rotor-Lage im unteren radialen Sensor	x_{Sen-Xu}	
Xu12	Messsignal des unteren radialen Sensors	$x_{Mess-Xu}$	

Parameter	Bedeutung	Zeichen	Bemerkung
Yo1	Steuergröße des oberen radialen Lagers 1	u_{Yo-1}	in Achse-Richtung Yo Lager 1- positive Seite Lager 2- negative Seite
Yo2	Steuergröße des oberen radialen Lagers 2	u_{Yo-2}	
Yo3	Strom des oberen radialen Lagers 1	i_{Yo-1}	
Yo4	Strom des oberen radialen Lagers 2	i_{Yo-2}	
Yo5	Rotor-Lage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Yo}	
Yo6	Strom des oberen radialen Lagers 1	i_{Yo-1}	
Yo7	Strom des oberen radialen Lagers 2	i_{Yo-2}	
Yo8	Rotor-Lage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Yo}	
Yo9	Magnetkraft des oberen radialen Lagers	F_{Mag-Yo}	
Yo10	Rotor-Lage im oberen radialen Lager	x_{Mag-Yo}	
Yo11	Rotor-Lage im oberen radialen Sensor	x_{Sen-Yo}	
yo12	Messsignal des oberen radialen Sensors	$x_{Mess-Yo}$	

Parameter	Bedeutung	Zeichen	Bemerkung
Yu1	Steuergröße des unteren radialen Lagers 1	u_{Yu-1}	in Achse-Richtung Yu Lager 1- positive Seite Lager 2- negative Seite
Yu2	Steuergröße des unteren radialen Lagers 2	u_{Yu-2}	
Yu3	Strom des unteren radialen Lagers 1	i_{Yu-1}	
Yu4	Strom des unteren radialen Lagers 2	i_{Yu-2}	
Yu5	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Yu}	
Yu6	Strom des unteren radialen Lagers 1	i_{Yu-1}	
Yu7	Strom des unteren radialen Lagers 2	i_{Yu-2}	
Yu8	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Yu}	
Yu9	Magnetkraft des unteren radialen Lagers	F_{Mag-Yu}	
Yu10	Rotor-Lage im unteren radialen Lager	x_{Mag-Yu}	
Yu11	Rotor-Lage im unteren radialen Sensor	x_{Sen-Yu}	
yu12	Messsignal des unteren radialen Sensors	$x_{Mess-Yu}$	

Anh.6.9 Erstellung der RBFN-Expertensysteme für Kalman-Filter

Neuron / Lokalmodell-Nummer	Basisfunktion			Netzwegicht ω_{NN}
	Lokalmodell τ_{NN}		Glättungsfaktor/ approximierter Wert σ_{NN}	
	i_u (A)	x_{Rotor} (mm)		
1	-20	0,2	0,8000	2439
2	-10	0,2	0,7657	2473
3	0	0,2	0,7557	3831
4	10	0,2	0,7913	3518
5	20	0,2	0,8000	3188
6	-20	0,1	0,8000	2481
7	-10	0,1	0,7638	2401
8	0	0,1	0,7578	3356
9	10	0,1	0,7908	3720
10	20	0,1	0,8000	3590
11	-20	0	0,8000	2539
12	-10	0	0,7658	2409
13	0	0	0,7592	3104
14	10	0	0,7908	3799
15	20	0	0,8000	3683
16	-20	-0,2	0,8000	2350
17	-10	-0,2	0,7661	2445
18	0	-0,2	0,7598	3104
19	10	-0,2	0,7981	3324
20	20	-0,2	0,8000	3314
21	-20	-0,4	0,8000	1589
22	-10	-0,4	0,7656	2736
23	0	-0,4	0,7576	3831
24	10	-0,4	0,7928	3029
25	20	-0,4	0,8000	2664

Tbl.7.9: Parametereinstellung des RBFN für Adaption k_i
in axialer Richtung Z

Neuron / Lokalmodell-Nummer	Basisfunktion			Netzgewicht ω_{NN}
	Lokalmodell τ_{NN}		Glättungsfaktor/ approximierter Wert σ_{NN}	
	i_u (A)	x_{Rotor} (mm)		
1	-20	0,2	0,7033	$5,031 \times 10^4$
2	-10	0,2	0,6997	$5,592 \times 10^4$
3	0	0,2	0,6970	$9,835 \times 10^4$
4	10	0,2	0,6942	$14,456 \times 10^4$
5	20	0,2	0,6918	$26,768 \times 10^4$
6	-20	0,1	0,7030	$6,587 \times 10^4$
7	-10	0,1	0,6995	$5,417 \times 10^4$
8	0	0,1	0,6960	$10,041 \times 10^4$
9	10	0,1	0,6949	$11,691 \times 10^4$
10	20	0,1	0,6938	$19,894 \times 10^4$
11	-20	0	0,7029	$8,516 \times 10^4$
12	-10	0	0,6996	$5,758 \times 10^4$
13	0	0	0,6986	$5,872 \times 10^4$
14	10	0	0,6961	$8,879 \times 10^4$
15	20	0	0,6975	$14,763 \times 10^4$
16	-20	-0,2	0,7031	$13,531 \times 10^4$
17	-10	-0,2	0,6989	$7,183 \times 10^4$
18	0	-0,2	0,7006	$3,314 \times 10^4$
19	10	-0,2	0,6990	$4,851 \times 10^4$
20	20	-0,2	0,6993	$7,872 \times 10^4$
21	-20	-0,4	0,7044	$21,490 \times 10^4$
22	-10	-0,4	0,6983	$9,291 \times 10^4$
23	0	-0,4	0,6983	$5,150 \times 10^4$
24	10	-0,4	0,6994	$4,264 \times 10^4$
25	20	-0,4	0,7019	$4,116 \times 10^4$

Tbl.7.10: Parametereinstellung des RBFN für Adaption k_s
in axialer Richtung Z

Anh.6.10 Beobachtbarkeitsanalyse

Modell-Nummer	Arbeitspunkt		Rang-Analyse
	i_u (A)	x_{Rotor} (mm)	
1	-20	0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
2	-10	0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
3	0	0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
4	10	0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
5	20	0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
6	-20	0,1	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
7	-10	0,1	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
8	0	0,1	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
9	10	0,1	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
10	20	0,1	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
11	-20	0	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
12	-10	0	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
13	0	0	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
14	-10	0	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
15	20	0	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
16	-20	-0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
17	-10	-0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
18	0	-0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
19	10	-0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
20	20	-0,2	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
21	-20	-0,4	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
22	-10	-0,4	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
23	0	-0,4	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
24	10	-0,4	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$
25	20	-0,4	$\text{rank}[\overline{Q}_B] = 3$

Tbl.7.11: Beobachtbarkeitsanalyse zum Arbeitspunkt in axialer Richtung Z

Modell-Nummer	Arbeitspunkt		Rang-Analyse
	i_u (A)	x_{Rotor} (mm)	
Nominiert	0	0	$\text{rank}[\bar{Q}_B] = 4$

Tbl.7.12: Beobachtbarkeitsanalyse in radialer Richtung

Anh.6.11 Erstellung der RBFN-Expertensysteme für LQR

Neuron / Modell-Nummer	Basisfunktion			Netzwergicht ω_{NN}
	Lokalmodell τ_{NN}		Glättungsfaktor Initialer Wert σ_{NN}	
	i_{u} (A)	x_{Rotor} (mm)		
1	-20	0,2	0,6651	$9,71 \times 10^3$
2	-10	0,2	0,6650	$9,17 \times 10^3$
3	0	0,2	0,6755	$8,54 \times 10^3$
4	10	0,2	0,6493	$11,98 \times 10^3$
5	20	0,2	0,6433	$20,95 \times 10^3$
6	-20	0,1	0,6639	$10,89 \times 10^3$
7	-10	0,1	0,6648	$9,25 \times 10^3$
8	0	0,1	0,6750	$9,32 \times 10^3$
9	10	0,1	0,6504	$9,96 \times 10^3$
10	20	0,1	0,6469	$13,98 \times 10^3$
11	-20	0	0,6633	$11,79 \times 10^3$
12	-10	0	0,6646	$9,81 \times 10^3$
13	0	0	0,6757	$7,76 \times 10^3$
14	10	0	0,6513	$8,62 \times 10^3$
15	20	0	0,6484	$11,57 \times 10^3$
16	-20	-0,2	0,6605	$16,78 \times 10^3$
17	-10	-0,2	0,6642	$11,07 \times 10^3$
18	0	-0,2	0,6764	$6,37 \times 10^3$
19	10	-0,2	0,6530	$6,98 \times 10^3$
20	20	-0,2	0,6495	$9,77 \times 10^3$
21	-20	-0,4	0,6539	$36,16 \times 10^3$
22	-10	-0,4	0,6659	$10,98 \times 10^3$
23	0	-0,4	0,6766	$6,51 \times 10^3$
24	10	-0,4	0,6535	$6,76 \times 10^3$
25	20	-0,4	0,6514	$8,33 \times 10^3$

Tbl.7.12: Daten für Einstellung der Glättungsfaktoren des RBFN für Adaption des Reglerparameters k_{U-1} in axialer Richtung Z

Neuron / Modell-Nummer	Basisfunktion			Netzgewicht ω_{NN}
	Lokalmodell τ_{NN}		Glättungsfaktor Initialer Wert σ_{NN}	
	i_u (A)	x_{Rotor} (mm)		
1	-20	0,2	0,7000	46
2	-10	0,2	0,7000	46
3	0	0,2	0,6862	39
4	10	0,2	0,6786	53
5	20	0,2	0,6849	79
6	-20	0,1	0,7000	50
7	-10	0,1	0,7000	47
8	0	0,1	0,6842	46
9	10	0,1	0,6796	45
10	20	0,1	0,6868	61
11	-20	0	0,7000	56
12	-10	0	0,7000	48
13	0	0	0,6858	38
14	10	0	0,6810	38
15	20	0	0,6877	51
16	-20	-0,2	0,7000	76
17	-10	-0,2	0,7000	53
18	0	-0,2	0,6885	28
19	10	-0,2	0,6826	32
20	20	-0,2	0,6891	41
21	-20	-0,4	0,7000	143
22	-10	-0,4	0,7000	54
23	0	-0,4	0,6891	28
24	10	-0,4	0,6828	33
25	20	-0,4	0,6900	37

Tbl.7.12: Einstellung der Glättungsfaktoren des RBFN
für Adaption des Reglerparameters k_{U-2} in axialer Richtung Z

Anh.6.12 Ljapunov-Analyse der Stabilität

Modell-Nr.	Stabilität der Ljapunov-Theorie	
1	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,0046 \cdot 10^6 & 2,6291 \cdot 10^4 & 0,5538 \\ 2,6291 \cdot 10^4 & 139,9894 & 0,0033 \\ 0,5538 & 0,0033 & 1,3822 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,0046 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 9,3942 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 128,4457 > 0$
2	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,2007 \cdot 10^6 & 2,6293 \cdot 10^4 & 0,6443 \\ 2,6293 \cdot 10^4 & 132,9770 & 0,0033 \\ 0,6443 & 0,0033 & 1,3797 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,2007 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,4111 \cdot 10^5 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 3,2899 > 0$
3	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,9170 \cdot 10^6 & 2,1063 \cdot 10^4 & 0,9864 \\ 2,1063 \cdot 10^4 & 77,3201 & 0,0031 \\ 0,9864 & 0,0031 & 1,3664 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,9170 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,3843 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 186,0235 > 0$
4	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,7284 \cdot 10^7 & 4,4670 \cdot 10^4 & 2,1885 \\ 4,4670 \cdot 10^4 & 124,7922 & 0,0050 \\ 2,1885 & 0,0050 & 1,3592 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,7284 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,6153 \cdot 10^8 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 2,1429 > 0$
5	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,3763 \cdot 10^8 & 2,0791 \cdot 10^5 & 10,7870 \\ 2,0791 \cdot 10^5 & 343,8146 & 0,0153 \\ 10,7870 & 0,0153 & 1,3810 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,3763 \cdot 10^8 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 4,0932 \cdot 10^9 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 5,2922 \cdot 10^4 > 0$
6	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 6,5997 \cdot 10^6 & 3,0758 \cdot 10^4 & 0,7549 \\ 3,0758 \cdot 10^4 & 143,3835 & 0,0036 \\ 0,7549 & 0,0036 & 1,3754 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 6,5997 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,1400 \cdot 10^5 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 2,9086 > 0$
7	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,2666 \cdot 10^6 & 2,7053 \cdot 10^4 & 0,6431 \\ 2,7053 \cdot 10^4 & 138,9877 & 0,0033 \\ 0,6431 & 0,0033 & 1,3578 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,2666 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,0317 \cdot 10^5 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 1,3862 > 0$
8	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 9,1053 \cdot 10^6 & 3,0080 \cdot 10^4 & 1,3162 \\ 3,0080 \cdot 10^4 & 105,6439 & 0,0038 \\ 1,3162 & 0,0038 & 1,3672 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 9,1053 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 5,7118 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 767,2247 > 0$
9	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 8,9654 \cdot 10^6 & 2,8104 \cdot 10^4 & 1,3399 \\ 2,8104 \cdot 10^4 & 92,3559 & 0,0037 \\ 1,3399 & 0,0037 & 1,3622 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 8,9654 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 3,8146 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 509,7853 > 0$

Modell-Nr.	Stabilität der Ljapunov-Theorie	
10	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,6841 \cdot 10^7 & 1,0279 \cdot 10^5 & 5,9404 \\ 1,0279 \cdot 10^5 & 205,0489 & 0,0099 \\ 5,9404 & 0,0099 & 1,3759 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,6841 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,0890 \cdot 10^9 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 1,4270 \cdot 10^4 > 0$
11	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,0163 \cdot 10^7 & 3,9877 \cdot 10^4 & 1,1692 \\ 3,9877 \cdot 10^4 & 159,7567 & 0,0041 \\ 1,1692 & 0,0041 & 1,3693 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,0163 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 3,3393 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 450,6238 > 0$
12	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 5,7268 \cdot 10^6 & 2,8532 \cdot 10^4 & 0,6802 \\ 2,8532 \cdot 10^4 & 142,1983 & 0,0034 \\ 0,6802 & 0,0034 & 1,3793 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 5,7268 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,6620 \cdot 10^5 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 3,6305 > 0$
13	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 3,5533 \cdot 10^6 & 1,7523 \cdot 10^4 & 0,5383 \\ 1,7526 \cdot 10^4 & 86,4538 & 0,0027 \\ 0,5383 & 0,0027 & 1,3786 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 3,5533 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,6690 \cdot 10^4 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 0,3644 > 0$
14	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 4,6262 \cdot 10^6 & 1,8183 \cdot 10^4 & 0,7607 \\ 1,8183 \cdot 10^4 & 72,0948 & 0,0028 \\ 0,7607 & 0,0028 & 1,3675 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 4,6262 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,8900 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 38,9454 > 0$
15	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,7031 \cdot 10^7 & 4,2565 \cdot 10^4 & 2,2051 \\ 4,2565 \cdot 10^4 & 116,2566 & 0,0048 \\ 2,2051 & 0,0048 & 1,3586 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,7031 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,6821 \cdot 10^8 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 2,2296 \cdot 10^3 > 0$
16	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 3,5195 \cdot 10^7 & 9,3425 \cdot 10^4 & 3,0598 \\ 9,3425 \cdot 10^4 & 269,3980 & 0,0071 \\ 3,0598 & 0,0071 & 1,3609 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 3,5195 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 7,5328 \cdot 10^8 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 1,0016 \cdot 10^4 > 0$
17	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 7,9740 \cdot 10^6 & 3,5134 \cdot 10^4 & 0,9256 \\ 3,5134 \cdot 10^4 & 155,5763 & 0,0038 \\ 0,9256 & 0,0038 & 1,3736 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 7,9740 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 6,1389 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 83,2311 > 0$
18	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,9803 \cdot 10^6 & 1,0820 \cdot 10^4 & 0,2290 \\ 1,0820 \cdot 10^4 & 68,2014 & 0,0022 \\ 0,2290 & 0,0022 & 1,3924 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,9803 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,7999 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 248,2007 > 0$
19	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 2,4339 \cdot 10^6 & 1,2777 \cdot 10^4 & 0,3606 \\ 1,2777 \cdot 10^4 & 68,9782 & 0,0023 \\ 0,3606 & 0,0023 & 1,3833 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 2,4339 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 4,6267 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 63,3200 > 0$

Modell-Nr.	Stabilität der Ljapunov-Theorie	
20	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 4,8419 \cdot 10^6 & 2,0634 \cdot 10^4 & 0,6753 \\ 2,0634 \cdot 10^4 & 87,9583 & 0,0029 \\ 0,6753 & 0,0029 & 1,3709 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 4,8409 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,0153 \cdot 10^5 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 1,3742 > 0$
21	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 2,3923 \cdot 10^8 & 4,4261 \cdot 10^5 & 10,7322 \\ 4,4261 \cdot 10^5 & 908,9489 & 0,0180 \\ 10,7322 & 0,0180 & 1,3579 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 2,3923 \cdot 10^8 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,1545 \cdot 10^{10} > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 2,8132 \cdot 10^5 > 0$
22	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 1,1257 \cdot 10^7 & 4,0057 \cdot 10^4 & 1,3767 \\ 4,0057 \cdot 10^4 & 149,1702 & 0,0043 \\ 1,3767 & 0,0043 & 1,3685 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 1,1257 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 7,4640 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 1,0049 \cdot 10^3 > 0$
23	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 2,0158 \cdot 10^6 & 1,0241 \cdot 10^4 & 0,3289 \\ 1,0241 \cdot 10^4 & 53,5696 & 0,0021 \\ 0,3289 & 0,0021 & 1,3817 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 2,0158 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 3,1106 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 42,5103 > 0$
24	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 2,4181 \cdot 10^6 & 1,3542 \cdot 10^4 & 0,3470 \\ 1,3542 \cdot 10^4 & 77,8736 & 0,0024 \\ 0,3470 & 0,0024 & 1,3862 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 2,4181 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 4,9219 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 67,5514 > 0$
25	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 3,2683 \cdot 10^6 & 1,7485 \cdot 10^4 & 0,3509 \\ 1,7485 \cdot 10^4 & 100,7279 & 0,0027 \\ 0,3509 & 0,0027 & 1,3871 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 3,2683 \cdot 10^6 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 2,3467 \cdot 10^7 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 322,2286 > 0$

Tbl.7.15: Stabilitätsanalyse in axialer Richtung Z

Bemerkung: $|\bar{P}_{[1]}| = \det[p_{1,1}]$, $|\bar{P}_{[2]}| = \det \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & p_{2,2} \end{bmatrix}$, $|\bar{P}_{[3]}| = \det \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} \end{bmatrix}$

Modell-Nr.	Stabilität der Ljapunov-Theorie	
Nominierter Operationszustand	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 204,4336 & 0,1148 & 35,7342 & 0,2886 \\ 0,1148 & 0,0082 & -0,2641 & 0,0028 \\ 35,7342 & -0,2641 & 159,5135 & -0,0193 \\ 0,2886 & 0,0028 & -0,0193 & 0,0060 \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 204,4336 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 1,6707 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 239,5619 > 0$ $ \bar{P}_{[4]} = 1,1356 > 0$
Verstärkte Steifigkeit / Eigenfrequenz in Umdreh-Versuche	Hermitische Matrix $\bar{P} = \begin{bmatrix} 157,0201 & 0,1258 & -15,2631 & 0,1679 \\ 0,1258 & 0,0041 & -0,1657 & 0,0013 \\ -15,2632 & -0,1657 & 118,3523 & -0,0429 \\ 0,1679 & 0,0013 & -0,04296 & 0,0028 \end{bmatrix}$	$ \bar{P}_{[1]} = 157,0202 > 0$ $ \bar{P}_{[2]} = 0,6310 > 0$ $ \bar{P}_{[3]} = 70,0491 > 0$ $ \bar{P}_{[4]} = 0,1630 > 0$

Tbl.7.16: Stabilitätsanalyse in radialer Richtung XZ / YZ

Bemerkung: $|\bar{P}_{[1]}| = \det[p_{1,1}]$, $|\bar{P}_{[2]}| = \det \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & p_{2,2} \end{bmatrix}$, $|\bar{P}_{[3]}| = \det \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} \end{bmatrix}$,

$$|\bar{P}_{[4]}| = \det \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \\ p_{4,1} & p_{4,2} & p_{4,3} & p_{4,4} \end{bmatrix}$$

Anh.6.13 Statische Analyse des geschlossenen Regelkreises

Das gedämpfte Feder-Masse-System in Z-Achse lautet:

$$M \cdot \ddot{x}_Z + D \cdot \dot{x}_Z + K \cdot x_Z = 0 \quad (7.74)$$

mit dem Massefaktor

$$M = 1$$

Dämpfungsfaktor

$$D = \frac{k_{ui-Z} \cdot k_{i-Z} \cdot k_{D-Z}}{m_{\text{Rotor}}}$$

und Steifigkeitsfaktor

$$K = \frac{k_{ui-Z} \cdot k_{i-Z} \cdot k_{P-Z} - k_{S-Z}}{m_{\text{Rotor}}}$$

Die zeitkontinuierliche Gleichung lautet:

$$\bar{X}_Z = \bar{A}_Z \cdot \bar{X}_Z + \bar{B}_Z \cdot \bar{U}_Z \quad (7.75)$$

Der Eigenwert einer Systemmatrix des geschlossenen geregelten Systems lautet:

$$\text{eig}(\bar{A}_Z + \bar{B}_Z \cdot \bar{K}_U)$$

mit der Systemmatrix \bar{A}_Z , Eingangsmatrix \bar{B}_Z , Rückführungsmatrix \bar{K}_U und Zustandsmatrix \bar{X}_Z drin:

$$\bar{A}_Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_{S-Z}}{m_{\text{Rotor}}} & 0 & \frac{k_{i-Z}}{m_{\text{Rotor}}} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{T_{ui-Z}} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_{ui-Z}}{T_{ui-Z}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_U = [k_{U-1} \quad k_{U-2} \quad k_{U-3}] = [k_P \quad k_D \quad k_{U-\text{Strom}}], \quad \bar{X}_Z = \begin{bmatrix} x_Z \\ \dot{x}_Z \\ i_{U-Z} \end{bmatrix}$$

Arbeitspunkt	Pole des geregelten Regelkreises	Natürliche Frequenz (rad/s)	Dämpfungsfaktor (N · s/m)
1	$\lambda_{1/2} = -0,3783 \cdot 10^2 \pm 2,0767 \cdot 10^2 i$	211,09	0,1792
2	$\lambda_{1/2} = -0,2043 \cdot 10^2 \pm 2,0042 \cdot 10^2 i$	204,34	0,1949
3	$\lambda_{1/2} = -0,5232 \cdot 10^2 \pm 2,0843 \cdot 10^2 i$	215,99	0,2434
4	$\lambda_{1/2} = -0,6405 \cdot 10^2 \pm 2,0568 \cdot 10^2 i$	215,42	0,2973
5	$\lambda_{1/2} = -0,8819 \cdot 10^2 \pm 1,9668 \cdot 10^2 i$	215,55	0,4091
6	$\lambda_{1/2} = -0,4379 \cdot 10^2 \pm 2,1589 \cdot 10^2 i$	220,29	0,1988
7	$\lambda_{1/2} = -0,3915 \cdot 10^2 \pm 1,9576 \cdot 10^2 i$	199,71	0,1978
8	$\lambda_{1/2} = -0,5405 \cdot 10^2 \pm 1,9050 \cdot 10^2 i$	198,02	0,2729
9	$\lambda_{1/2} = -0,5731 \cdot 10^2 \pm 2,1116 \cdot 10^2 i$	218,80	0,2619
10	$\lambda_{1/2} = -0,7542 \cdot 10^2 \pm 1,7538 \cdot 10^2 i$	190,91	0,3951
11	$\lambda_{1/2} = -0,4978 \cdot 10^2 \pm 2,0675 \cdot 10^2 i$	212,66	0,2341
12	$\lambda_{1/2} = -0,4049 \cdot 10^2 \pm 2,0196 \cdot 10^2 i$	205,98	0,1965
13	$\lambda_{1/2} = -0,4130 \cdot 10^2 \pm 2,0215 \cdot 10^2 i$	206,32	0,2002
14	$\lambda_{1/2} = -0,5055 \cdot 10^2 \pm 2,2348 \cdot 10^2 i$	229,13	0,2206
15	$\lambda_{1/2} = -0,6577 \cdot 10^2 \pm 2,0386 \cdot 10^2 i$	214,20	0,3070
16	$\lambda_{1/2} = -0,6254 \cdot 10^2 \pm 1,9853 \cdot 10^2 i$	208,15	0,3004
17	$\lambda_{1/2} = -0,4537 \cdot 10^2 \pm 2,0599 \cdot 10^2 i$	210,93	0,2151
18	$\lambda_{1/2} = -0,3043 \cdot 10^2 \pm 2,1233 \cdot 10^2 i$	214,50	0,1418
19	$\lambda_{1/2} = -0,3724 \cdot 10^2 \pm 2,1428 \cdot 10^2 i$	217,50	0,1712
20	$\lambda_{1/2} = -0,4757 \cdot 10^2 \pm 2,1062 \cdot 10^2 i$	215,93	0,2203
21	$\lambda_{1/2} = -0,7956 \cdot 10^2 \pm 2,1063 \cdot 10^2 i$	225,16	0,3533
22	$\lambda_{1/2} = -0,5173 \cdot 10^2 \pm 1,9354 \cdot 10^2 i$	200,33	0,2582
23	$\lambda_{1/2} = -0,3756 \cdot 10^2 \pm 2,2337 \cdot 10^2 i$	226,50	0,1658
24	$\lambda_{1/2} = -0,3500 \cdot 10^2 \pm 2,0172 \cdot 10^2 i$	204,74	0,1709
25	$\lambda_{1/2} = -0,3451 \cdot 10^2 \pm 2,1835 \cdot 10^2 i$	221,06	0,1561

Tbl.7.17: Analyse für axiale Richtung Z

Das gedämpfte Feder-Masse-System in radialer Richtung lautet:

$$\bar{M} \cdot \ddot{\bar{X}}_{XZ} + \bar{D} \cdot \dot{\bar{X}}_{XZ} + \bar{K} \cdot \bar{X}_{XZ} = 0 \quad (7.76)$$

mit Zustandsmatrix, Massematrix, Dämpfungsmatrix und Steifigkeitsmatrix drin

$$\bar{X}_{XZ} = [x_X \quad \dot{x}_X \quad \varphi_{XZ} \quad \dot{\varphi}_{XZ}]^T$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -m_{\text{Rotor}} & 0 \\ 0 & -J_{\text{Rotor-XX}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} -k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{D-Xo} - & k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{D-Xo} \cdot l_{Mag-o} - \\ k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{D-Xu} & k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{D-Xu} \cdot l_{Mag-u} \\ k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot l_{Mag-o} \cdot k_{D-Xo} - & -k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{D-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 - \\ k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{D-Xu} \cdot l_{Mag-u} & k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{D-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{P-Xo} + k_{s-Xo} - & k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{P-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} \\ k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{P-Xu} + k_{s-Xu} & -k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{P-Xu} \cdot l_{Mag-u} + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u} \\ k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{P-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - & -k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{P-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 - \\ k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{P-Xu} \cdot l_{Mag-u} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u} & k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{P-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2 - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2 \end{bmatrix}$$

Die zeitkontinuierliche Gleichung lautet:

$$\dot{\bar{X}}_{XZ} = \bar{A}_{XZ} \cdot \bar{X}_{XZ} + \bar{B}_Z \cdot \bar{U}_{XZ} \quad (7.77)$$

Der Eigenwert einer Systemmatrix der geregelten geschlossenen Regelstrecke lautet:

$$\text{eig}(\bar{A}_{XZ} + \bar{B}_{XZ} \cdot \bar{K}_U)$$

mit Systemmatrix, Eingangsmatrix und Rückführungsmatrix drin

$$\bar{A}_{XZ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{s-Xo} + k_{s-Xu}}{m_{\text{Rotor}}} & 0 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} - k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{m_{\text{Rotor}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o} + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{\text{Rotor-XX}}} & 0 & \frac{k_{s-Xo} \cdot l_{Mag-o}^2 + k_{s-Xu} \cdot l_{Mag-u}^2}{J_{\text{Rotor-XX}}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_{XZ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo}}{m_{\text{Rotor}}} & \frac{k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu}}{m_{\text{Rotor}}} \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{ui-Xo} \cdot k_{i-Xo} \cdot l_{Mag-o}}{J_{\text{Rotor-XX}}} & \frac{-k_{ui-Xu} \cdot k_{i-Xu} \cdot l_{Mag-u}}{J_{\text{Rotor-XX}}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_U = \begin{bmatrix} k_{U-1-Xo} & k_{U-2-Xo} & k_{U-3-Xo} & k_{U-4-Xo} \\ k_{U-1-Xu} & k_{U-2-Xu} & k_{U-3-Xu} & k_{U-4-Xu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{P-X-Xo} & k_{D-X-Xo} & k_{P-\varphi-XZo} & k_{D-\varphi-XZo} \\ k_{P-X-Xu} & k_{D-X-Xu} & k_{P-\varphi-XZu} & k_{D-\varphi-XZu} \end{bmatrix}$$

Arbeitspunkt	Pole des geregelten Regelkreises	natürliche Frequenz (rad/s)	Dämpfungsfaktor (N · s/m)
Nominaler Arbeitspunkt	$\lambda_{1/2} = -62,72 \pm 171,02 i$ $\lambda_{3/4} = -18,617 \pm 121,47 i$	$\omega_{Na-1} = 132,0900$ $\omega_{Na-2} = 188,0200$	$\zeta_1 = 0,0085$ $\zeta_2 = 0,1294$
Arbeitspunkt mit verstärkter Steifigkeit	$\lambda_{1/2} = -124,85 \pm 228,36 i$ $\lambda_{3/4} = -37,83 \pm 72,73 i$	$\omega_{Na-1} = 140,7906$ $\omega_{Na-2} = 266,9830$	$\zeta_1 = 0,1245$ $\zeta_2 = 0,1765$

Tbl.7.18: Analyse für die radiale Richtung X/Y

Anh.6.14 Technische Darstellung der Steuergeräte

Auf dem Echtzeitsystem wird die Regelung und Filterung ausgeführt. Dazu werden alle analogen Sensorsignale erfasst und in digitale Größen umgewandelt. Nach der Berechnung der Steuergrößen werden diese in analoge Signale für die elektromagnetischen Spulen gewandelt. Die Abarbeitung dieser Funktion erfolgt in Echtzeit, mit einer Abtastzeit jeweils von $100 \cdot 10^{-6}$ s und $125 \cdot 10^{-6}$ s für axiale Lagerung, $200 \cdot 10^{-6}$ s für radiale Lagerung. Als Hardware steht ein Angebot mit der Serie DS1104 der Firma dSPACE zur Verfügung. Alle Implementierungen der Algorithmen sind als Simulink-Blockdiagramme programmiert und werden mittels eines Compilers auf dem Gerät in Maschinensprache übersetzt. Als Operationsschnittstelle zur Datenspeicherung und Parametrierung wird die Software „ControlDesk-dSPACE“ genutzt.

Anh.6.15 Statische Auslegung der Regelkreise

Es ist zu beobachten, dass die Lageregelung bei Anwendung entsprechender Stabilitätskriterien sowie Optimierungskriterien auf solche ein Tiefpassverhalten führt. Dies ist zu beachten, dass ausgehend vom Frequenzgang einer geregelten Strecke eine möglichst optimale Regelung sein sollte. Dieser Frequenzbereich kann jedoch aufgrund der technischen Beschränkungen nicht realisierbar sein und demzufolge wird in Magnetlager zu starkem Rauschen verursachen. Die Polkonfiguration stellt dabei eine statische Auslegung und Stabilitätsanalyse dar.

Die Übertragungsfunktion des geregelten geschlossenen Regelkreises der axialen Lage-
regelung (PID-Regler und Tiefpass-Filter) lautet:

$$G_{\text{Regelkreis-Z}}(s) = \frac{G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}{1 + G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}$$

$$= \frac{4,773 \cdot 10^{11} \cdot s^2 + 4,619 \cdot 10^{13} \cdot s + 4,773 \cdot 10^{13}}{0,0377 \cdot s^6 + 1340 \cdot s^5 + 1,406 \cdot 10^6 \cdot s^4 + 6,785 \cdot 10^8 \cdot s^3 + 4,137 \cdot 10^{11} \cdot s^2 + 1,281 \cdot 10^{13} \cdot s + 4,773 \cdot 10^{13}} \quad (7.78)$$

mit reduzierter SISO-Übertragungsfunktion der Rotordynamik

$$G_{\text{RD}}(s) = \frac{i_{u-z}(s)}{x_{\text{Rotor}}(s)} = \frac{k_{i-z}}{s^2 \cdot m_{\text{Rotor}} - k_{s-z}} = \frac{3104}{s^2 \cdot 1300 - 5,872 \cdot 10^7} \quad (7.79)$$

Die Polestellung lautet:

$$\text{Pole} = \begin{bmatrix} -3,4482 \cdot 10^4 \\ -0,0880 \cdot 10^4 \\ -0,0077 \cdot 10^4 + 0,0581 \cdot 10^4 i \\ -0,0077 \cdot 10^4 - 0,0581 \cdot 10^4 i \\ -0,0028 \cdot 10^4 \\ -0,0004 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

Die reduzierte Übertragungsfunktion gemäß Feder-Maß-Dämpfungstheorie lautet:

$$a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2 = 0 \quad (7.80)$$

mit

$$a_0 = \frac{k_{i-Z} \cdot k_{P-Z} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Z}} \cdot k_{ui-Z} - k_{s-Z}}{m_{\text{Rotor}}}$$

$$a_1 = \frac{k_{i-Z} \cdot k_{D-Z} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Z}} \cdot k_{ui-Z}}{m_{\text{Rotor}}}$$

$$a_2 = 1$$

Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_{Na} = a_0^{1/2} \Rightarrow \omega_{Na} = 157,6556 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Der Dämpfungsfaktor lautet:

$$\zeta = \frac{a_1}{2 \cdot \omega_{Na}} \Rightarrow \zeta = 0,4423$$

Die Übertragungsfunktion des geregelten geschlossenen Regelkreises der radialen Lage-regelung „Xo“ (PID-Regler und Tiefpass-Filter) lautet:

$$G_{\text{Regelkreis-Xo}}(s) = \frac{G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}{1 + G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}$$

$$= \frac{1,542 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 5,608 \cdot 10^9 \cdot s + 4,206 \cdot 10^9}{0,0176 \cdot s^5 + 633,1 \cdot s^4 + 9,147 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 1,512 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 5,167 \cdot 10^9 \cdot s + 4,206 \cdot 10^9} \quad (7.81)$$

mit reduzierter SISO-Übertragungsfunktion der Rotordynamik

$$G_{\text{RD}}(s) = \frac{i_{u-Xo}(s)}{x_{\text{Rotor}}(s)} = \frac{l_{\text{Mag-o}}^2 \cdot k_{i-Xo}}{s^2 \cdot J_{\text{Rotor}} - l_{\text{Mag-o}}^2 \cdot k_{s-Xo}} = \frac{46,48}{s^2 \cdot 606,6 - 2,92 \cdot 10^5} \quad (7.82)$$

Die Polestellung lautet:

$$\text{Pole} = \begin{bmatrix} -3,4484 \cdot 10^4 \\ -0,1495 \cdot 10^4 \\ -0,0006 \cdot 10^4 + 0,0075 \cdot 10^4 i \\ -0,0006 \cdot 10^4 - 0,0075 \cdot 10^4 i \\ -0,0001 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

Die reduzierte Übertragungsfunktion gemäß Feder-Maß-Dämpfungstheorie lautet:

$$a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2 = 0 \quad (7.83)$$

mit

$$a_0 = \frac{l_{\text{Mag-o}}^2 \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{P-Xo} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Xo}} \cdot k_{ui-Xo} - l_{\text{Mag-o}}^2 \cdot k_{s-Xo}}{J_{\text{Rotor-XZ}}}$$

$$a_1 = \frac{I_{\text{Mag-o}}^2 \cdot k_{i-Xo} \cdot k_{D-Xo} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Xo}} \cdot k_{ui-Xo}}{J_{\text{Rotor-XZ}}}$$

$$a_2 = 1$$

Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_{Na} = a_0^{1/2} \Rightarrow \omega_{Na} = 111,3020 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{a_1}{2 \cdot \omega_{Na}} \Rightarrow \zeta = 0,0085$$

Die Übertragungsfunktion des geregelten geschlossenen Regelkreises der radialen Lage-
regelung „Xu“ (PID-Regler und Tiefpassfilter) lautet:

$$G_{\text{Regelkreis-Xu}}(s) = \frac{G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}{1 + G_{\text{Regler}}(s) \cdot G_{\text{SR}}(s) \cdot G_{\text{RD}}(s) \cdot G_{\text{Sensor}}(s) \cdot G_{\text{Filter}}(s)}$$

$$= \frac{3,046 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,74 \cdot 10^{10} \cdot s + 3,263 \cdot 10^{10}}{0,0176 \cdot s^5 + 633,1 \cdot s^4 + 9,147 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 3,204 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,968 \cdot 10^{10} \cdot s + 3,263 \cdot 10^{10}} \quad (7.84)$$

mit reduzierter SISO-Übertragungsfunktion der Rotordynamik

$$G_{\text{RD}}(s) = \frac{i_{u-Xu}(s)}{x_{\text{Rotor}}(s)} = \frac{I_{\text{Mag-u}}^2 \cdot k_{i-Xu}}{s^2 \cdot J_{\text{Rotor}} + I_{\text{Mag-u}}^2 \cdot k_{s-Xu}} = \frac{180,3}{s^2 \cdot 606,6 + 1,511 \cdot 10^6} \quad (7.85)$$

Die Polestellung lautet:

$$\text{Pole} = \begin{bmatrix} -3,4486 \cdot 10^4 \\ -0,1486 \cdot 10^4 \\ -0,0009 \cdot 10^4 + 0,0147 \cdot 10^4 i \\ -0,0009 \cdot 10^4 - 0,0147 \cdot 10^4 i \\ -0,0002 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

Die reduzierte Übertragungsfunktion gemäß Feder-Maß-Dämpfungstheorie lautet:

$$a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2 = 0 \quad (7.86)$$

mit

$$a_0 = \frac{I_{\text{Mag-u}}^2 \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{P-Xu} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Xu}} \cdot k_{ui-Xu} - I_{\text{Mag-u}}^2 \cdot k_{s-Xu}}{J_{\text{Rotor-XZ}}}$$

$$a_1 = \frac{I_{\text{Mag-u}}^2 \cdot k_{i-Xu} \cdot k_{D-Xu} \cdot 1000 \cdot k_{\text{Sen-Xu}} \cdot k_{ui-Xu}}{J_{\text{Rotor-YZ}}}$$

$$a_2 = 1$$

Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_{Na} = a_0^{1/2} \Rightarrow \omega_{Na} = 189,0393 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Der Dämpfungsfaktor lautet:

$$\zeta = \frac{a_1}{2 \cdot \omega_{Na}} \Rightarrow \zeta = 0,1294$$

Die Übertragungsfunktion des geregelten geschlossenen Regelkreises der radialen Lage-
regelung „Xo“ (PID-Regler und Tiefpass-Filter) mit verstärkter Regelsteifigkeit „2-
fach“ lautet:

$$G_{\text{Regelkreis-Xo}}(s) = \frac{3,084 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,122 \cdot 10^{10} \cdot s + 8,411 \cdot 10^9}{0,0176 \cdot s^5 + 633,1 \cdot s^4 + 9,147 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 3,054 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,077 \cdot 10^{10} \cdot s + 8,411 \cdot 10^9} \quad (7.87)$$

Die Polestellung lautet:

$$\text{Pole} = \begin{bmatrix} -3,4486 \cdot 10^4 \\ -0,1481 \cdot 10^4 \\ -0,0012 \cdot 10^4 + 0,0109 \cdot 10^4 i \\ -0,0012 \cdot 10^4 - 0,0109 \cdot 10^4 i \\ -0,0001 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_{Na} = a_0^{1/2} \Rightarrow \omega_{Na} = 129,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Der Dämpfungsfaktor lautet:

$$\zeta = \frac{a_1}{2 \cdot \omega_{Na}} \Rightarrow \zeta = 0,1245$$

Die Übertragungsfunktion des geregelten geschlossenen Regelkreises der radialen Lage-
regelung „Xu“ (PID-Regler und Tiefpass-Filter) mit verstärkter Regelsteifigkeit „2-
fach“ lautet:

$$G_{\text{Regelkreis-Xu}}(s) = \frac{6,092 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,481 \cdot 10^{10} \cdot s + 6,527 \cdot 10^{10}}{0,0176 \cdot s^5 + 633,1 \cdot s^4 + 9,147 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 6,249 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,709 \cdot 10^{10} \cdot s + 6,527 \cdot 10^{10}} \quad (7.88)$$

Die Pole-Stellung lautet:

$$\text{Pole} = \begin{bmatrix} -3,4486 \cdot 10^4 \\ -0,1464 \cdot 10^4 \\ -0,0019 \cdot 10^4 + 0,0203 \cdot 10^4 i \\ -0,0019 \cdot 10^4 - 0,0203 \cdot 10^4 i \\ -0,0002 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_{Na} = a_0^{1/2} \Rightarrow \omega_{Na} = 266,92 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Der Dämpfungsfaktor lautet:

$$\zeta = \frac{a_1}{2 \cdot \omega_{Na}} \Rightarrow \zeta = 0,1765$$

Anh.6.16 Ergebnisse des radialen Experiments

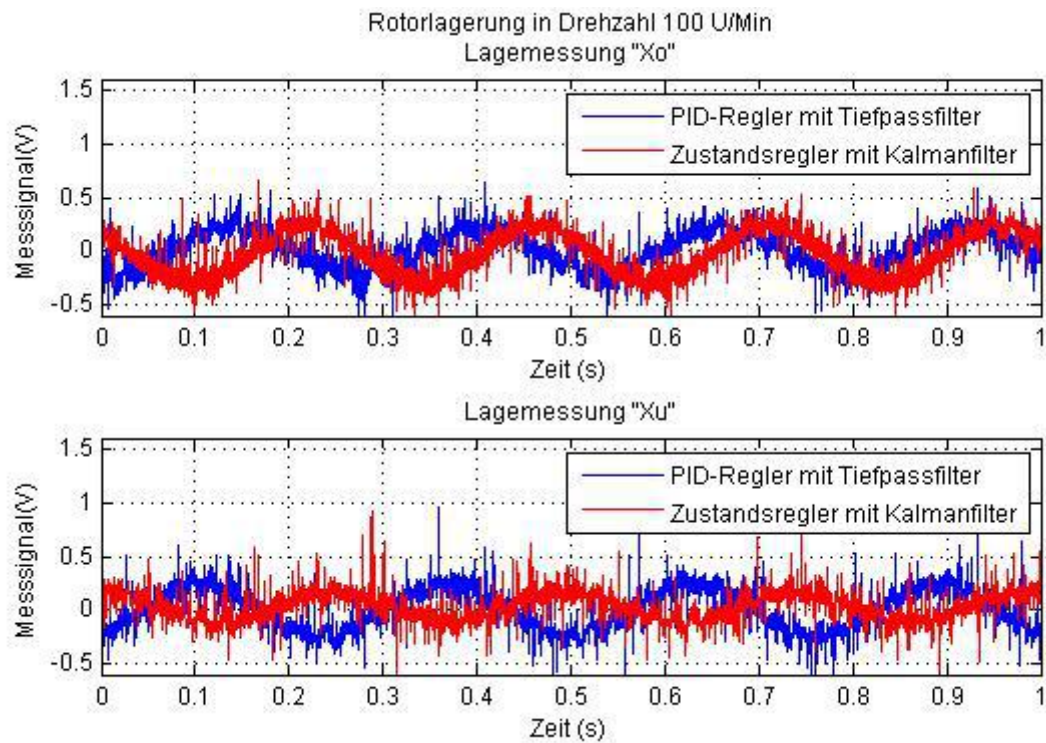


Abb.7.21: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 100 U/Min

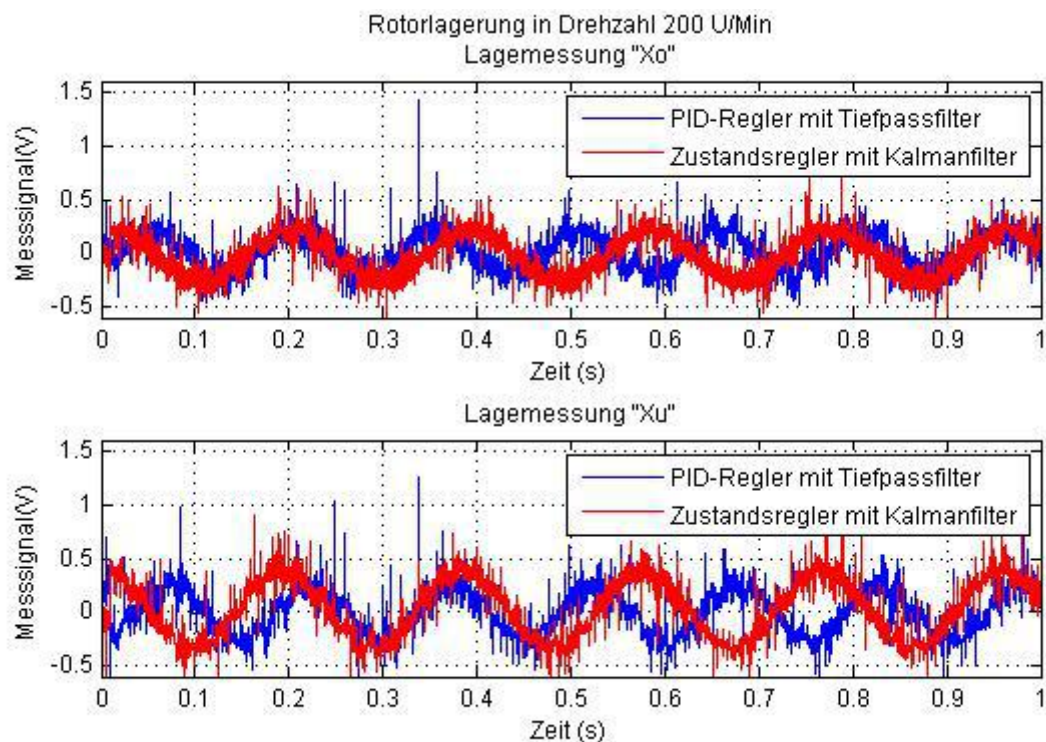


Abb.7.22: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 200 U/Min

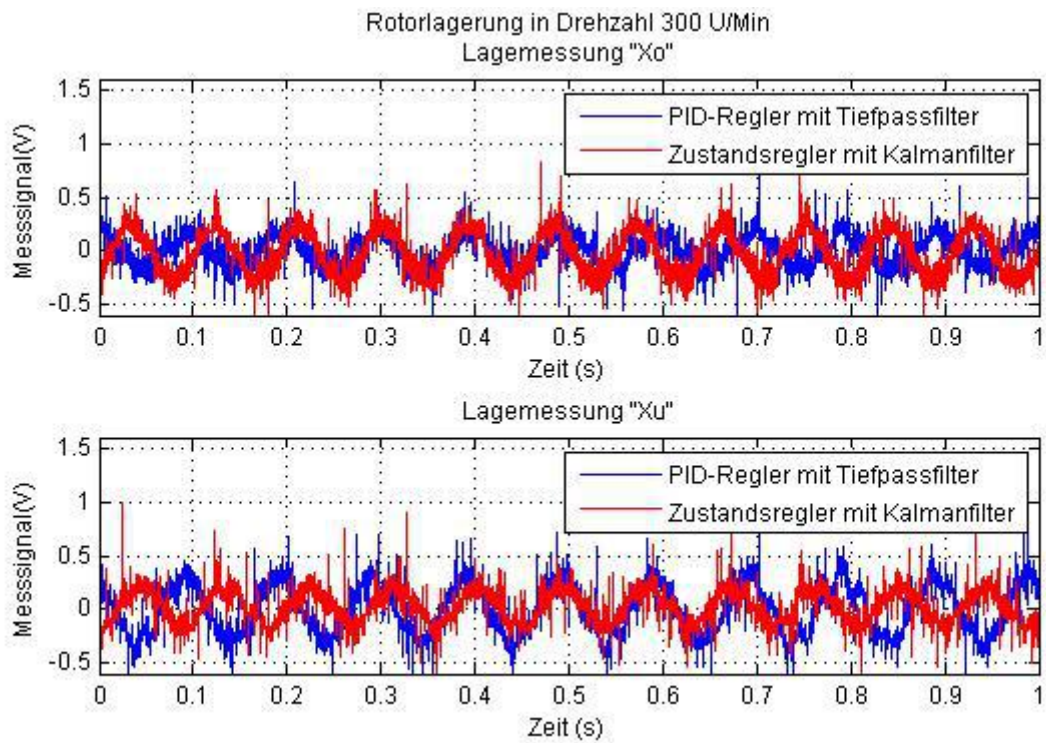


Abb.7.23: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 300 U/Min

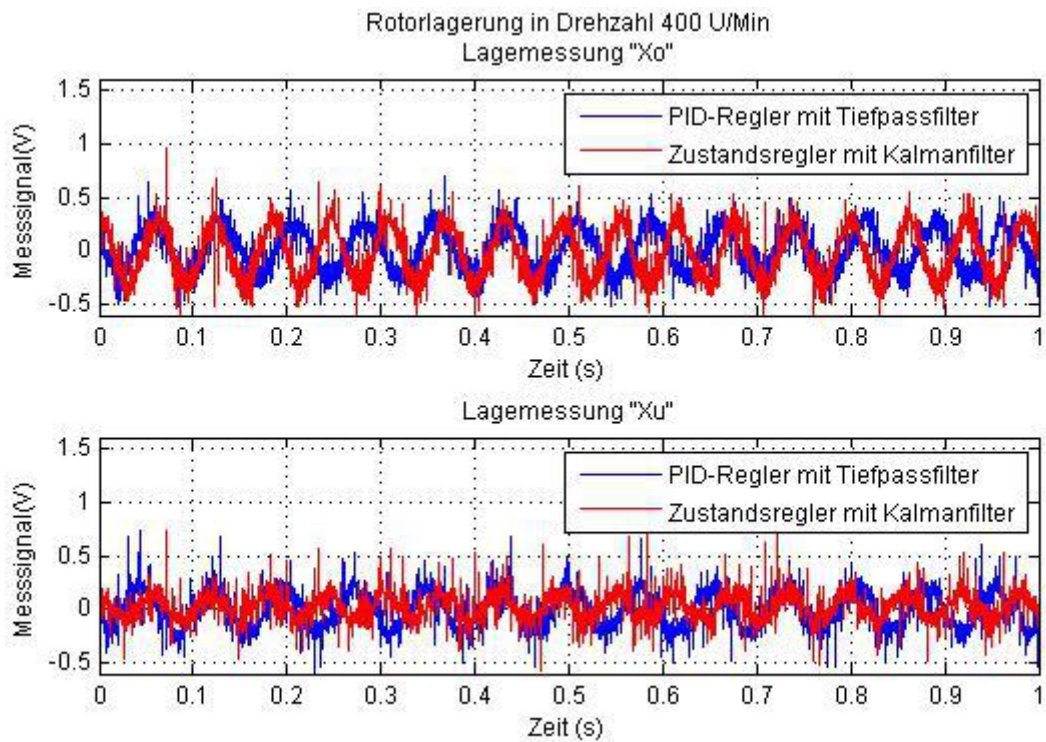


Abb.7.24: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 400 U/Min

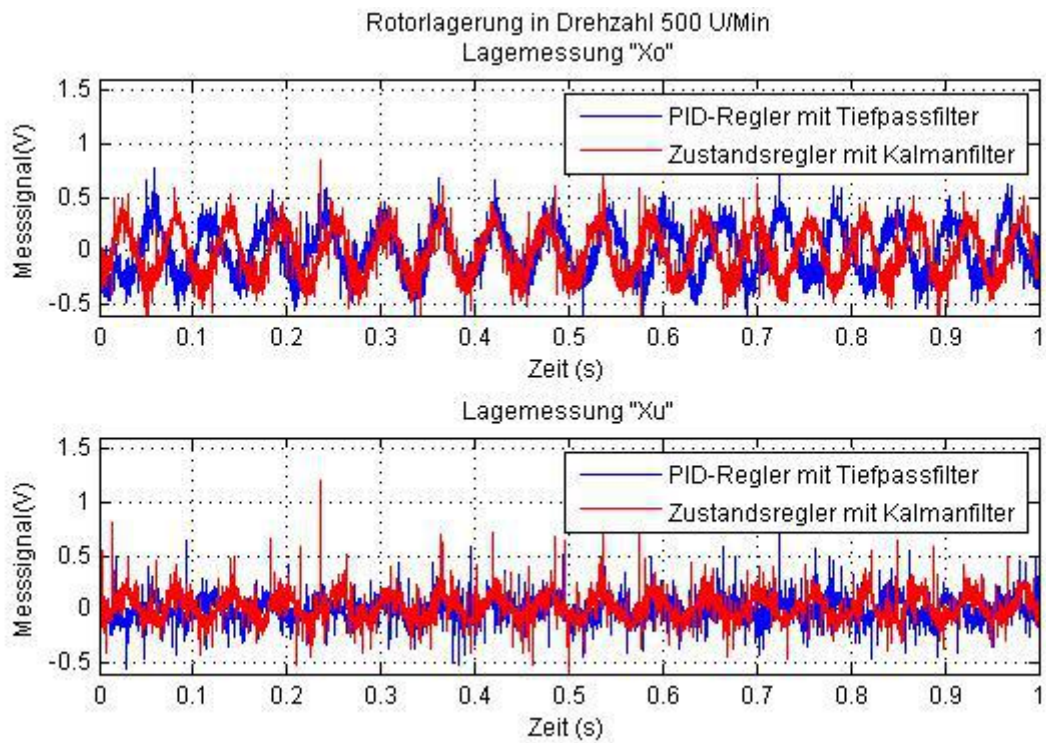


Abb.7.25: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 500 U/Min

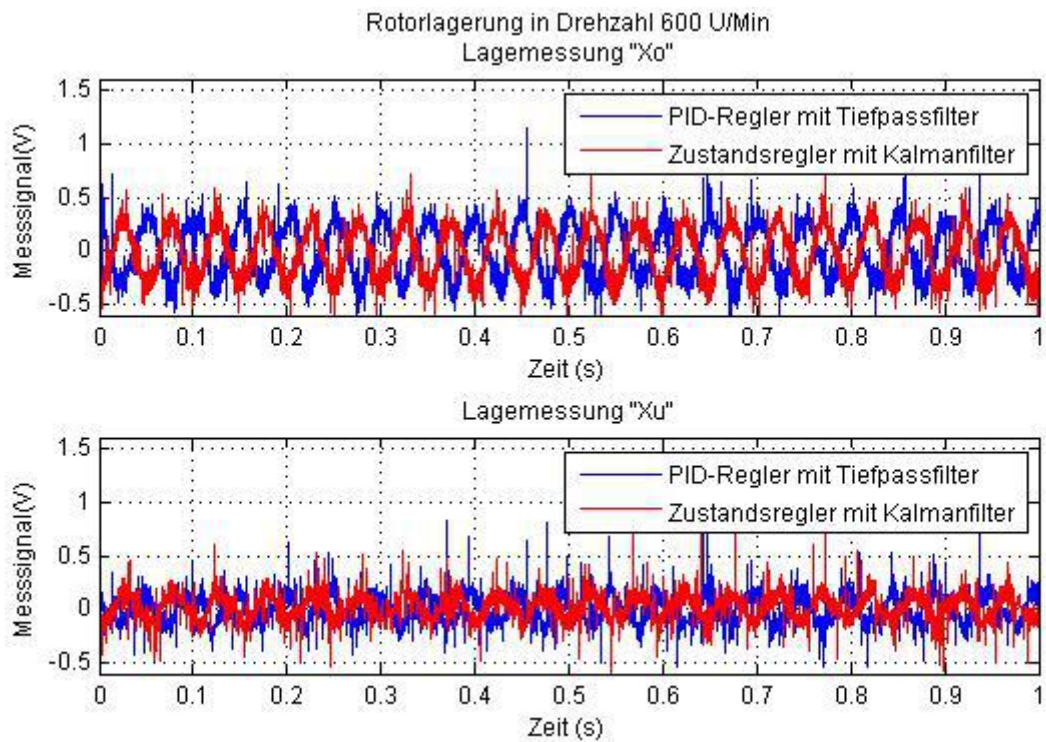


Abb.7.26: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 600 U/Min

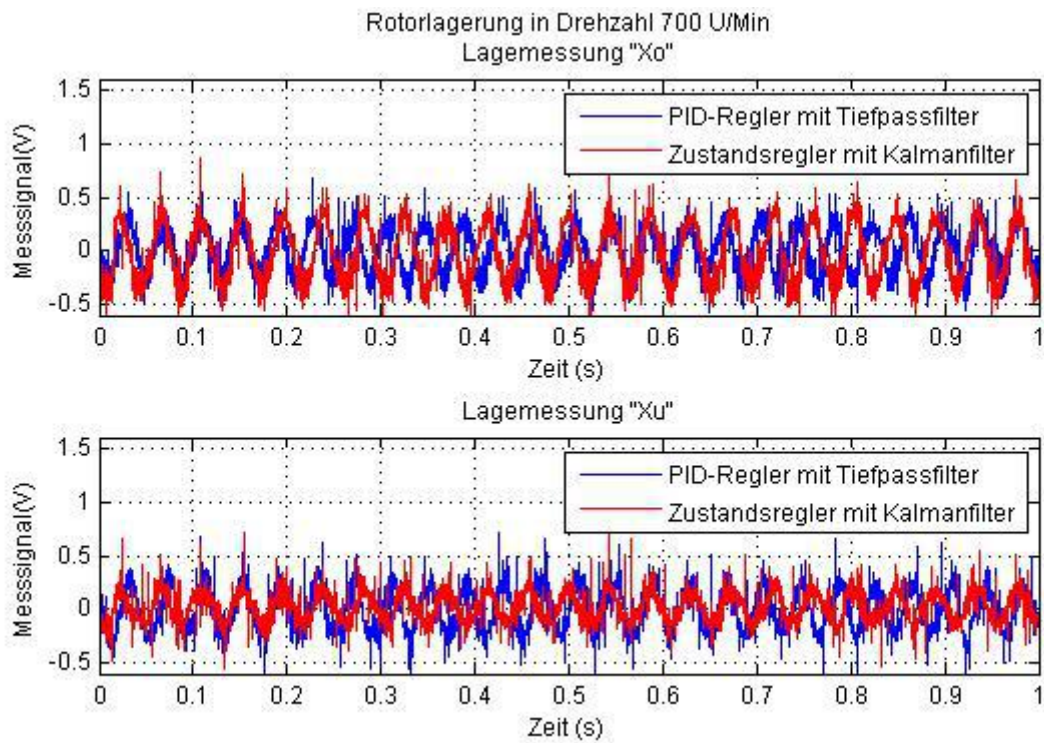


Abb.7.27: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 700 U/Min

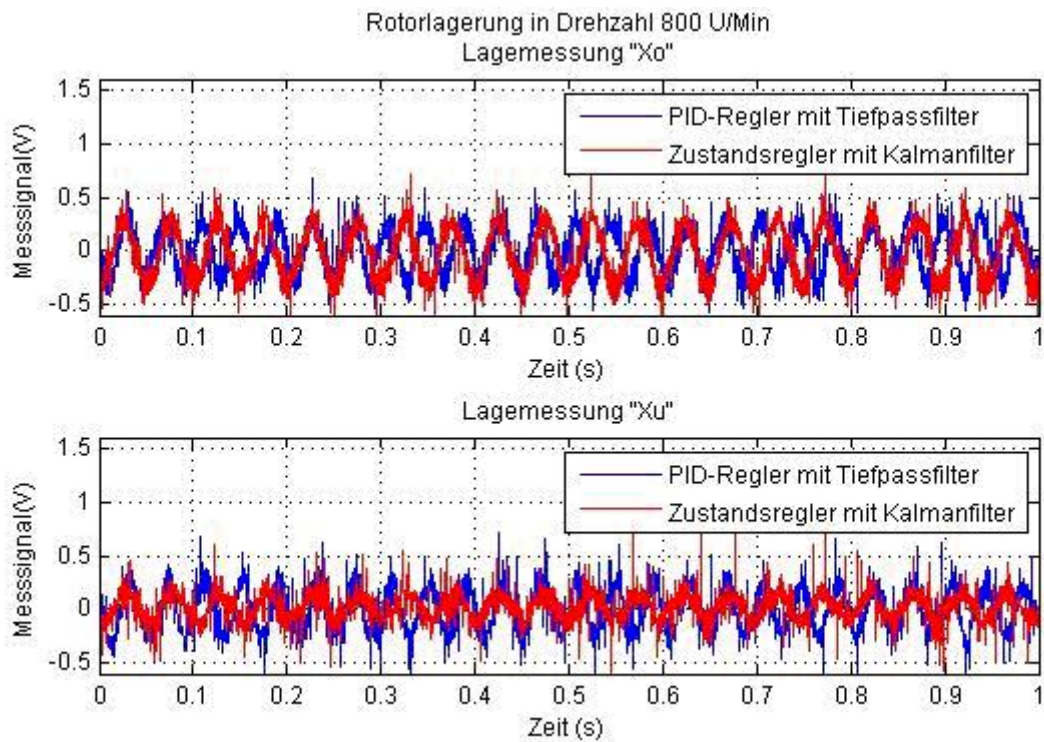


Abb.7.28: Verlauf der Rotorposition in Umdrehung 800 U/Min

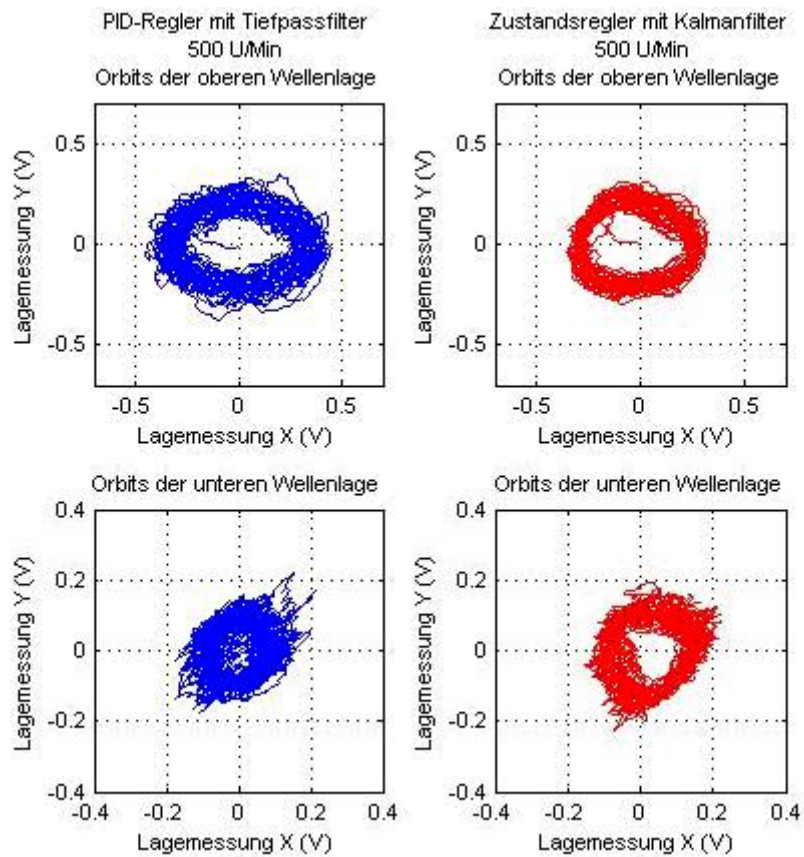


Abb.7.29: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 500 U/Min

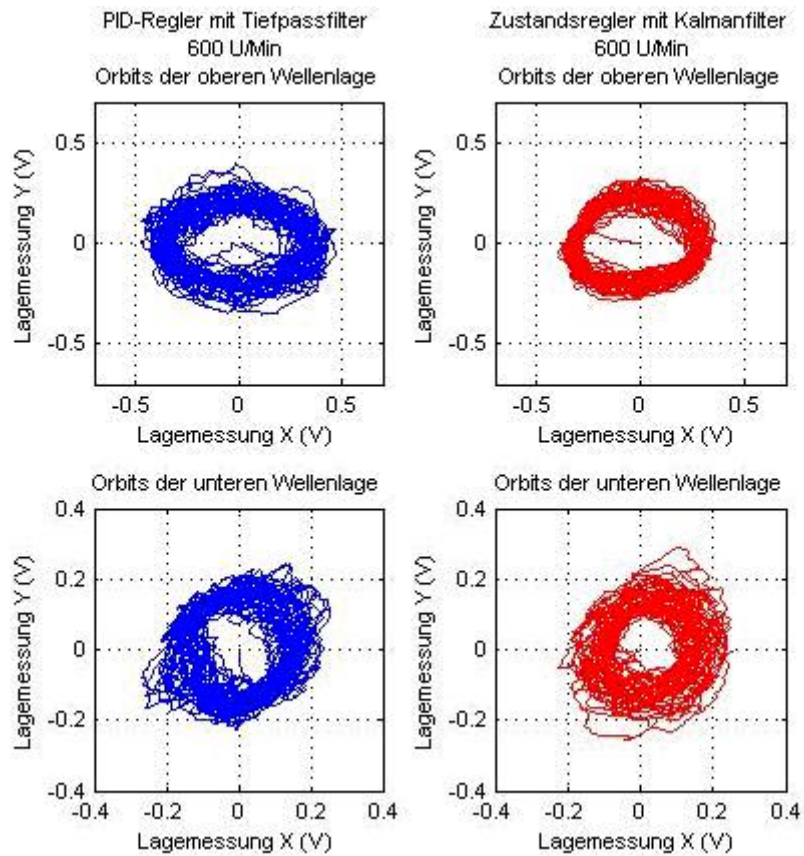


Abb.7.30: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 600 U/Min

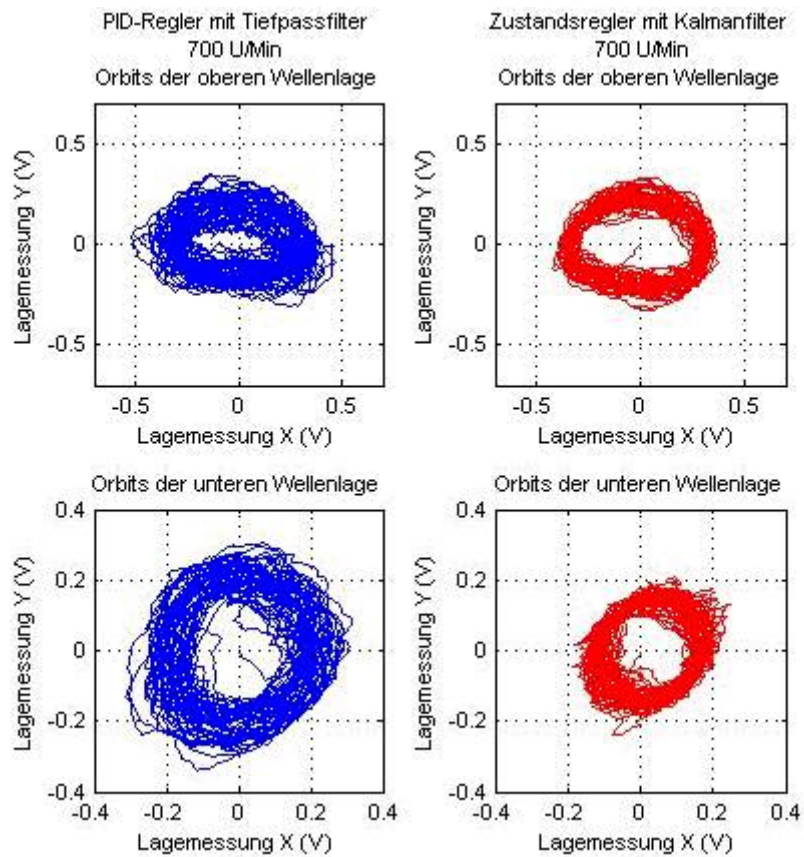


Abb.7.31: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 700 U/Min

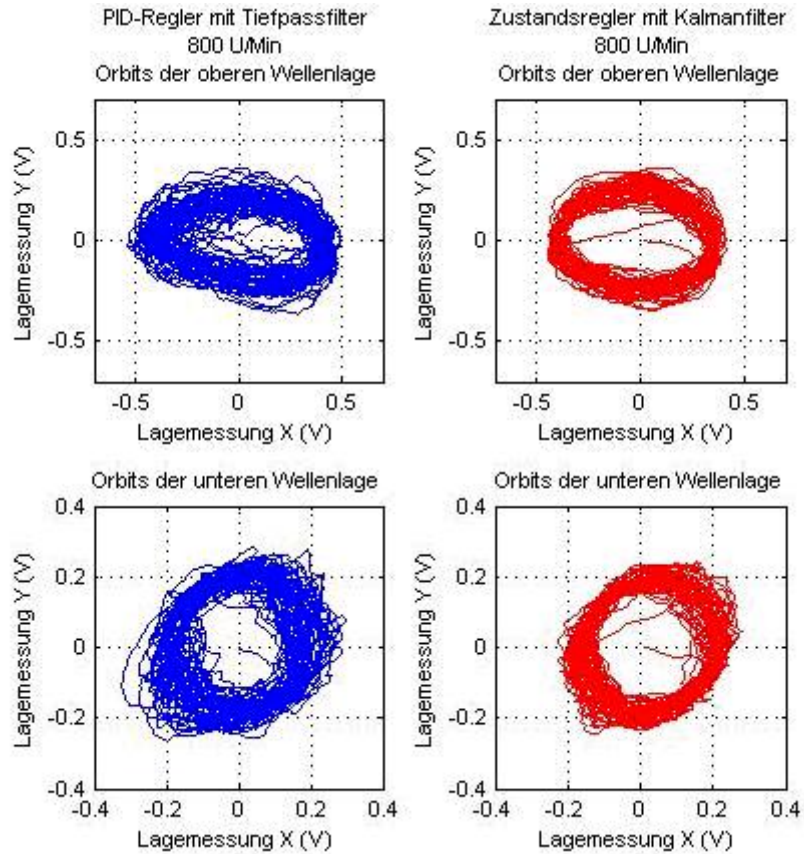


Abb.7.32: Orbits der Rotorposition in Umdrehung 800 U/Min

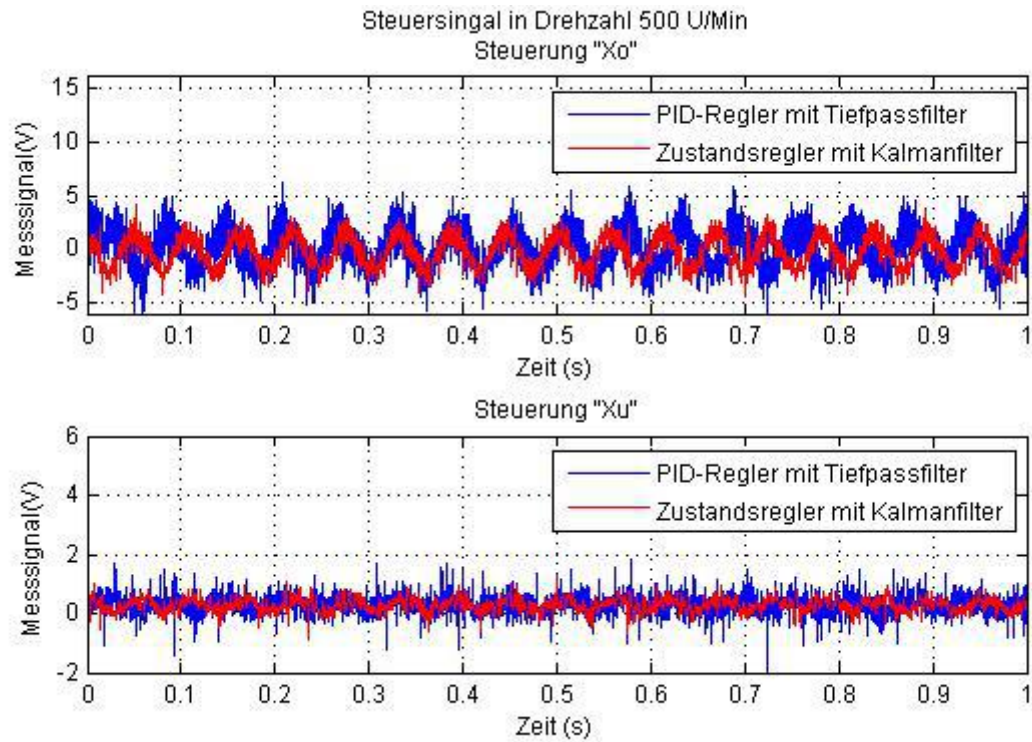


Abb.7.33: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 500 U/Min

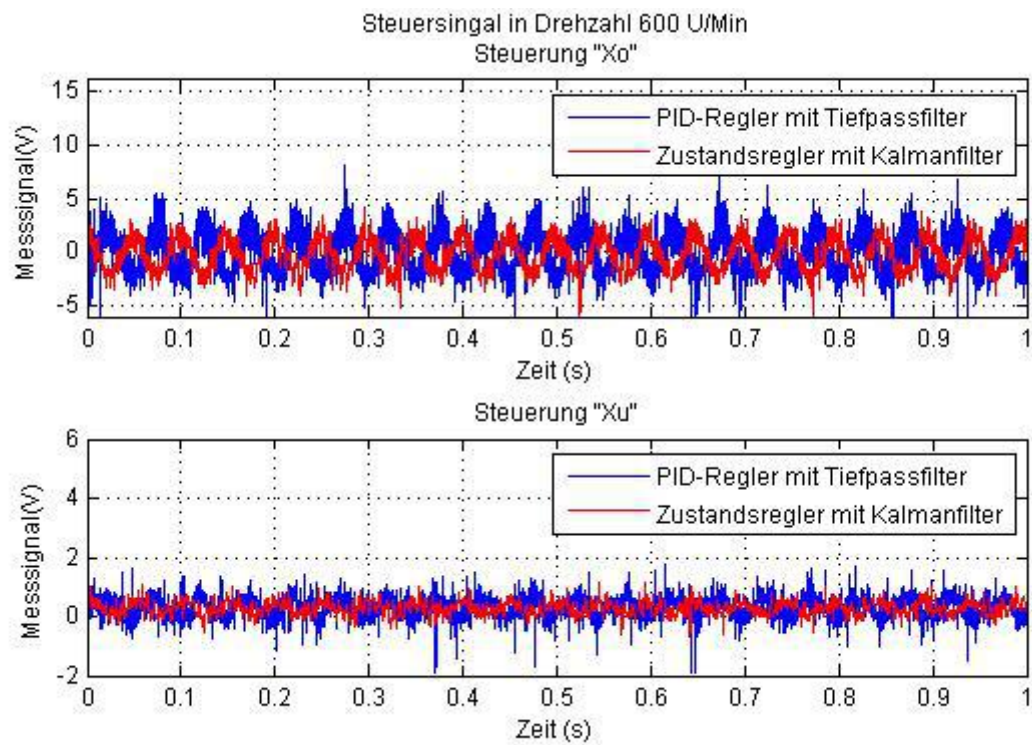


Abb.7.34: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 600 U/Min

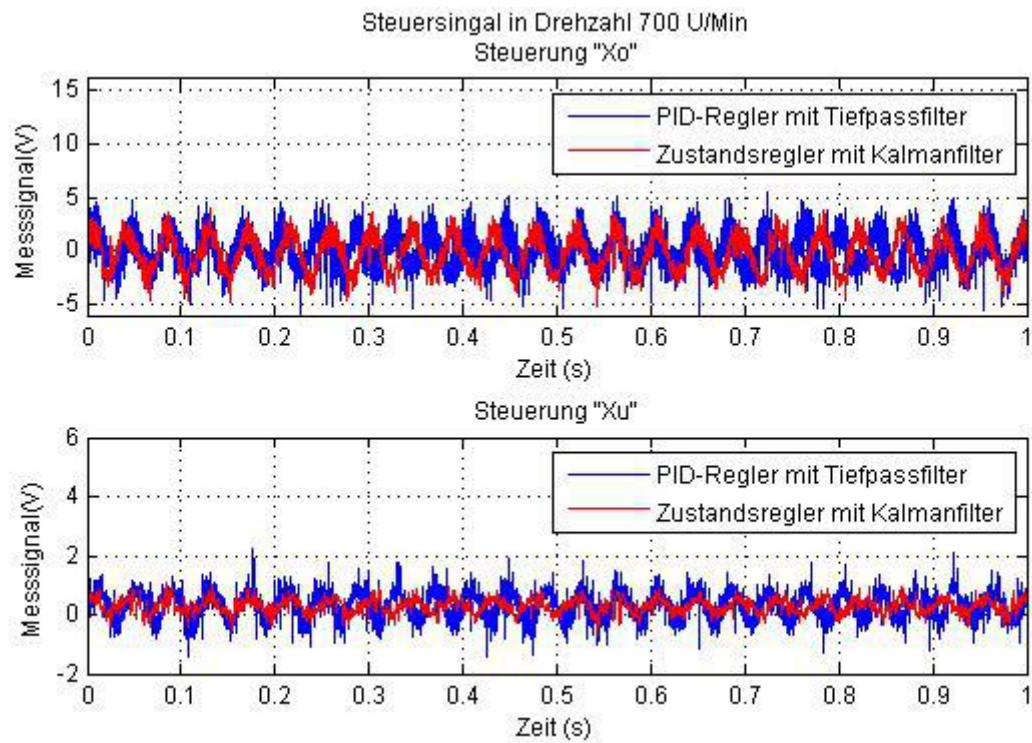


Abb.7.35: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 700 U/Min

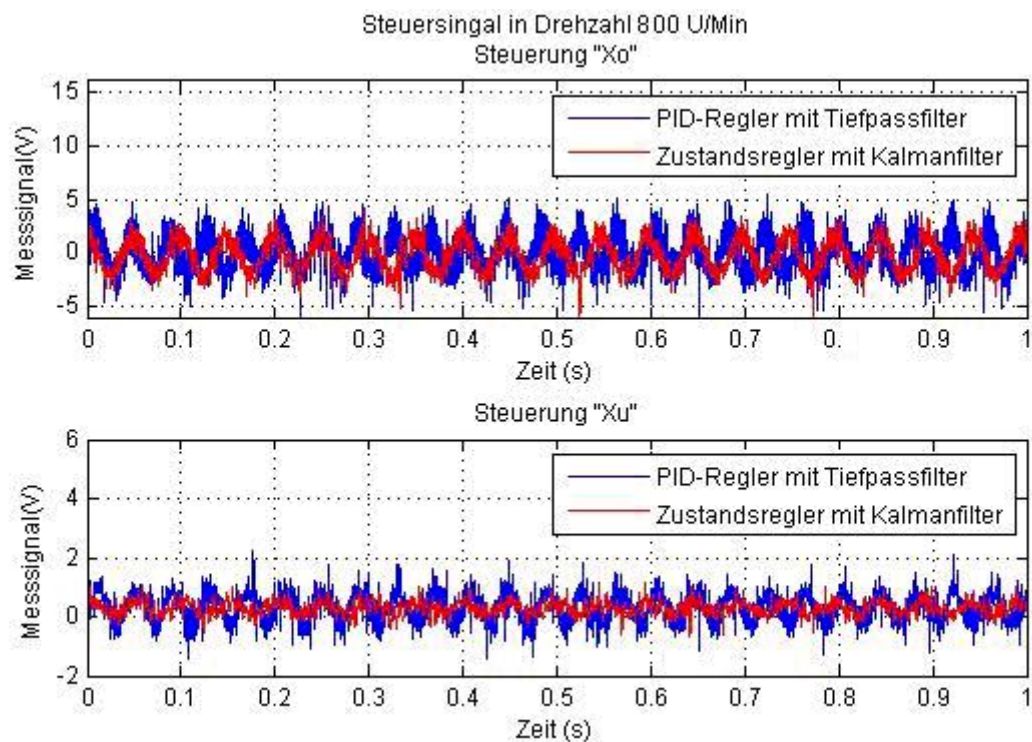


Abb.7.36: Verlauf der Steuersignale in Umdrehung 800 U/Min

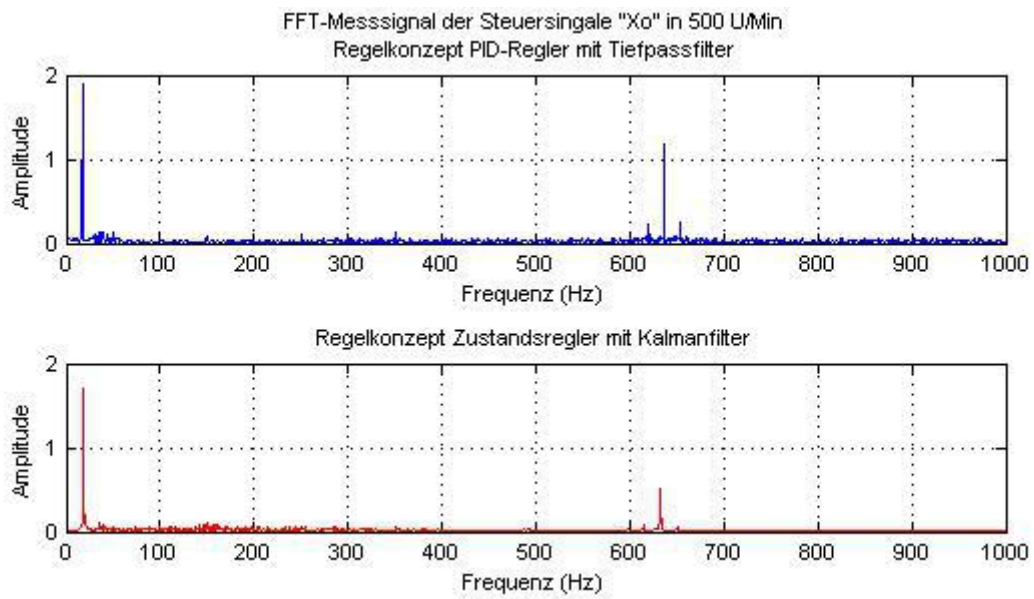


Abb.7.37: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 500 U/Min

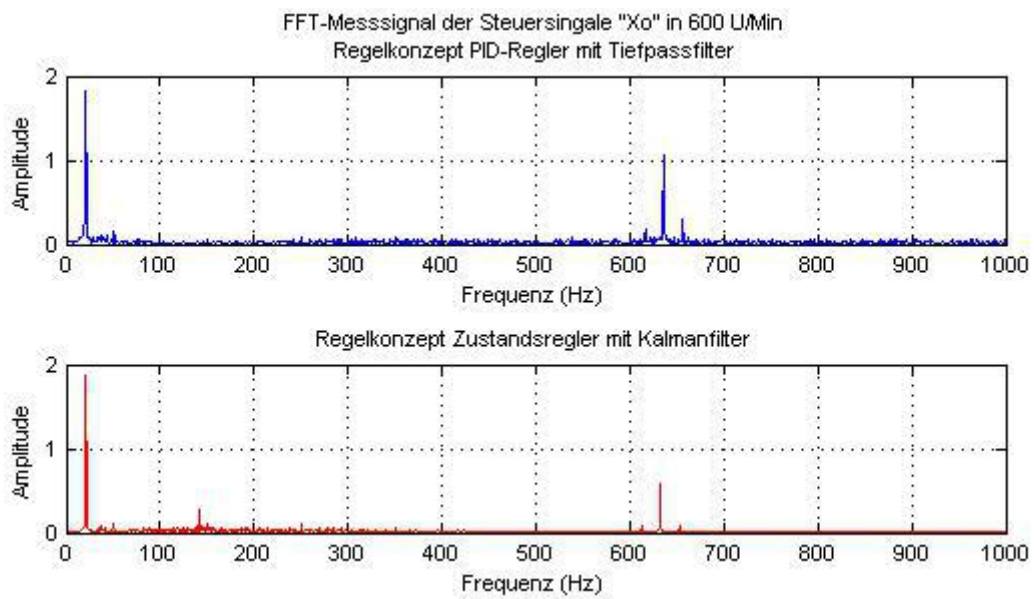


Abb.7.38: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 600 U/Min

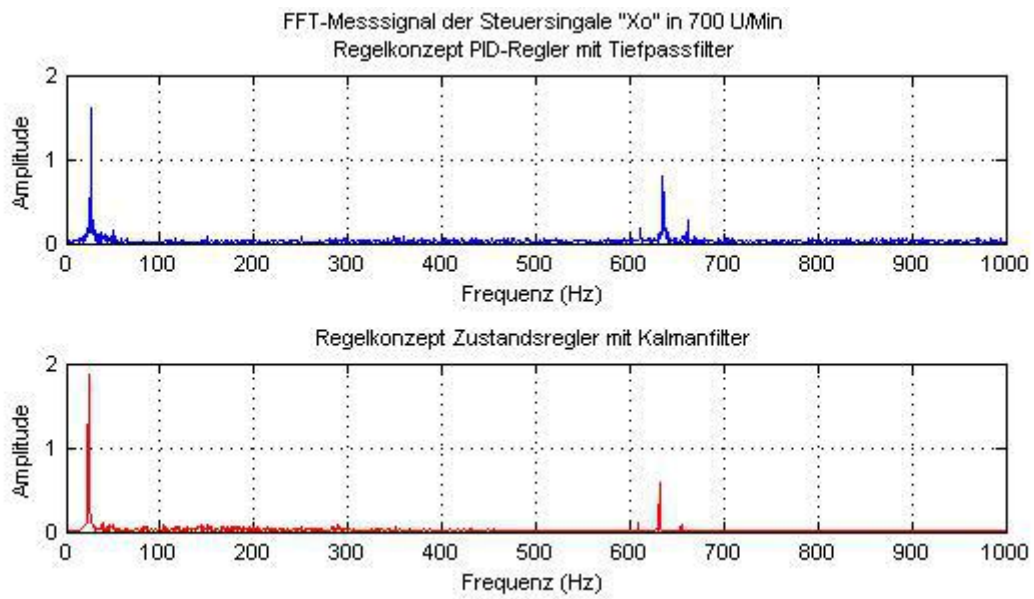


Abb.7.39: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 700 U/Min

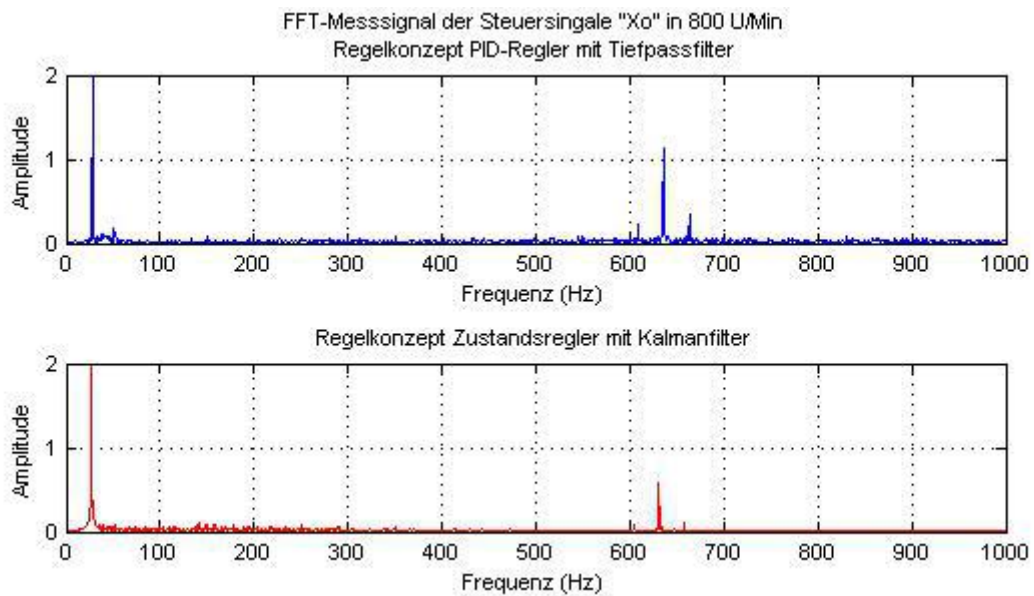


Abb.7.40: Spektrum der Steuersignale „Xo“ in Umdrehung 800 U/Min

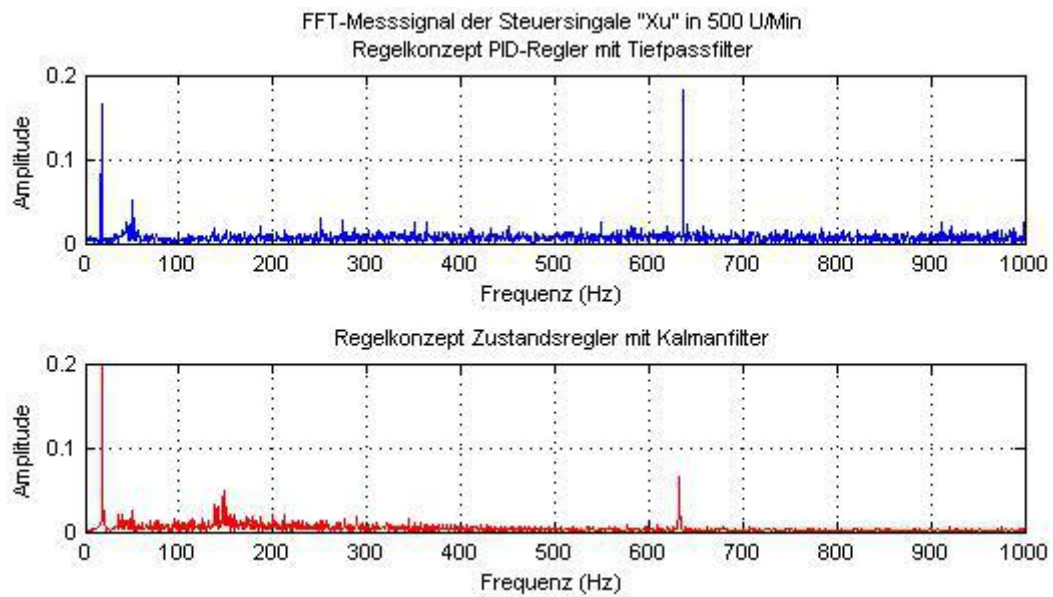


Abb.7.41: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 500 U/Min

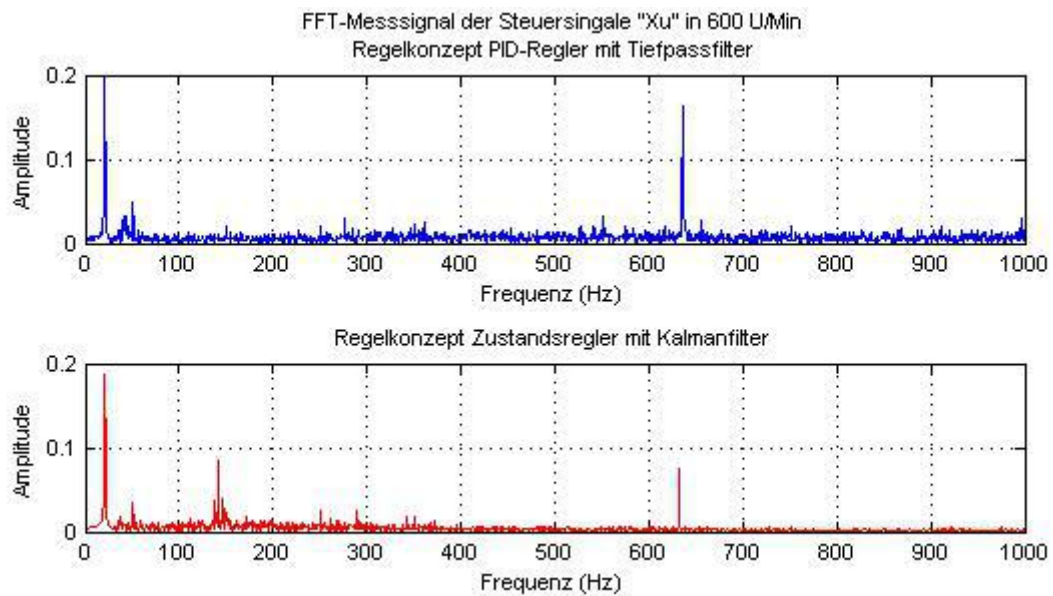


Abb.7.42: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 600 U/Min

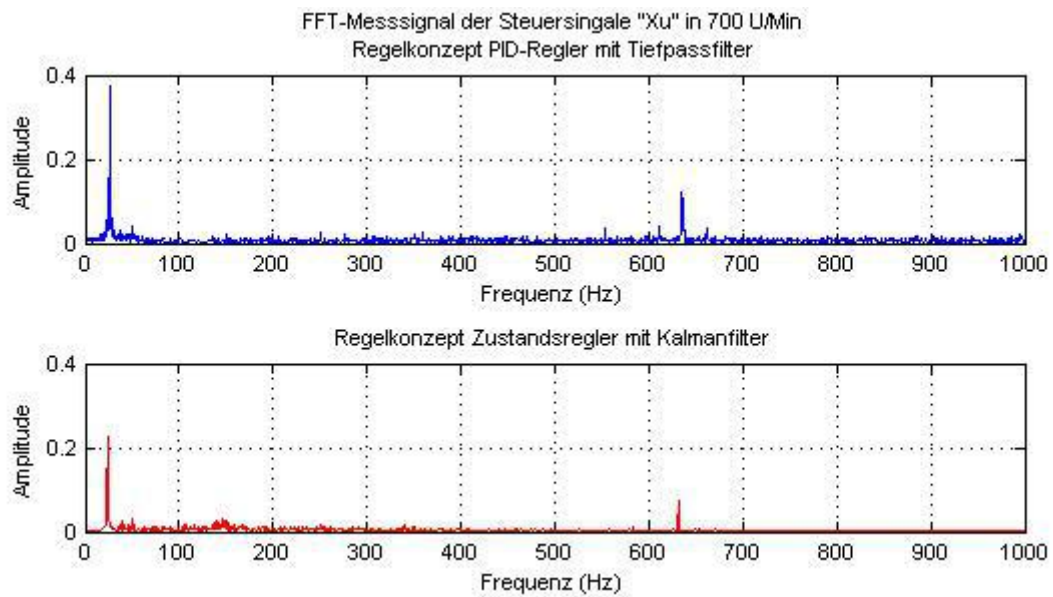


Abb.7.43: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 700 U/Min

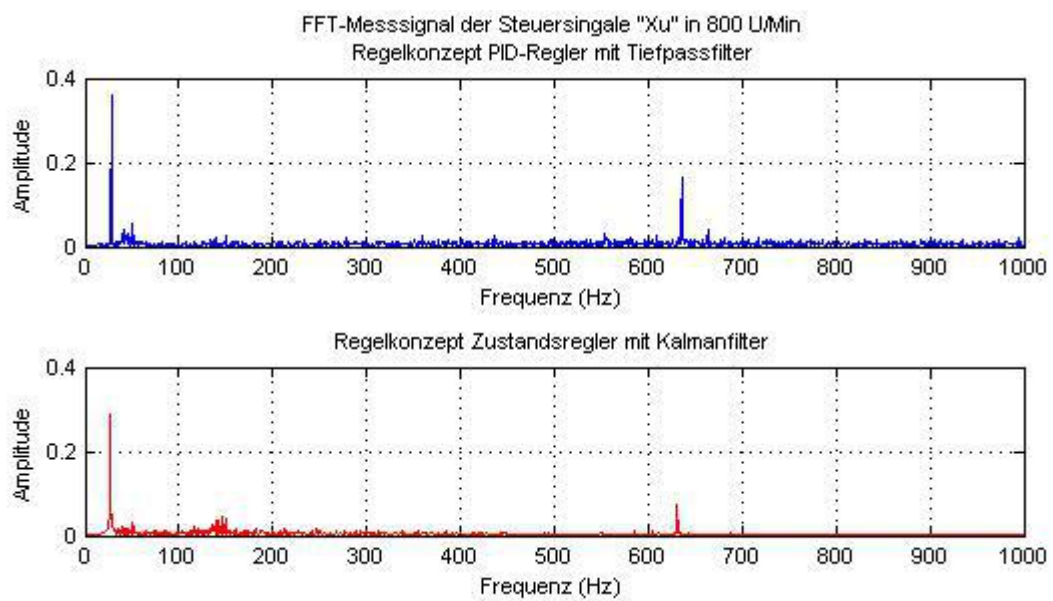


Abb.7.44: Spektrum der Steuersignale „Xu“ in Umdrehung 800 U/Min

Literaturverzeichnis

Abkürzung	Literatur
[Ament, 2015]	Christoph Ament; Fuzzy Control, Universität Augsburg, 2015
[Ament, 2017]	Christoph Ament; Modellbildung, Identifikation und Simulation dynamischer Systeme, Universität Augsburg, 2017
[Baur, 2003]	Marcus Baur; Modellierung und Regelung nichtlinearer dynamischer Mehrgrößensysteme auf der Basis von fuzzy-verknüpften lokalen linearen Modellen, Technische Universität Chemnitz, 2003
[Beetz, 2012]	Alexander Beetz; Ein modulares Simulationskonzept zur Evaluierung von Positionssensoren sowie Filter- und Regelalgorithmen am Beispiel des automatisierten Straßenbaus, Universität Stuttgart, 2012
[Bi, 2005]	Chao Bi, Dezheng Wu, Quan Jiang, Zhejie Liu; Automatic Learning Control for Unbalance Compensation in Active Magnetic Bearings, IEEE Transactions on Magnetics, 2005
[Bottou, 1998]	Leon Bottou; Online Learning in Neural Networks, Cambridge University Press, ISBN: 0-521-65263-4, 1998
[Brand, 2002]	Claudia Brand; Neuronale Identifikation von Totzeit, Technische Universität München, 2002
[Bühler, 1997]	Phillip Bühler; Hochintegrierte Magnetlagersysteme, Technische Hochschule Zürich, 1997
[Buro, 2003]	Norbert Gustav Buro; Regelung elektromagnetisch gelagerter Rotoren mit parallelen Strukturen, Universität der Bundeswehr Hamburg, 2003
[Butterworth, 1930]	Stephen Butterworth; On the Theory of Filter Amplifiers In Wireless Engineer, 1930
[Chiang, 2012]	Huann-Keng Chiang, Chao-Ting Chu, Yong-Tang Jhou; Fuzzy control with fuzzy basis function neural network in magnetic bearing system, International Symposium on Industrial Electronics, 2012
[Choi, 2006]	Heeju Choi, Gregory Buckner, Nathan Gibson; Neural Robust Control of a High-Speed Flexible Rotor supported on Active Magnetic Bearings, Proceedings of the American Control Conference, 2006

Abkürzung	Literatur
[Combrinck, 2010]	Angelique Combrinck; Adaptive Control of An Active Magnetic Bearing Flywheel System Using Neural Networks, North-West University, 2010
[Dahm, 2005]	Ingo Dahm; Signalraumdetektion und ihre Anwendungen, Institut für Roboterforschung, Informationssysteme, Universität Dortmund, 2005
[Diesing, 1982]	H. Diesing, W. Tischer; Anwendung von Parameterschätzverfahren zur Identifikation mechanischer Schwingungssysteme, Universität Magdeburg, 1982
[Düsterhaupt, 2012]	Stephan Düsterhaupt, Frank Worlitz; Modellierung und Simulation der Zuverlässigkeit magnetgelagerter Maschinen, Institut für Prozeßtechnik, Prozeßautomatisierung und Meßtechnik, Hochschule Zittau / Görlitz, 2012
[Eichhorn, 2004]	Andreas Eichhorn; Ein Beitrag zur Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven Kalman-Filterung, Universität Stuttgart, 2004
[Fleischer, 2007]	Erik Fleischer; Integration von kapazitiven Abstandssensoren in ein vollständig magnetisch gelagertes Turbogebläse sowie Implementierung von Regelungsstrategien basierend auf stochastischer Zustandsschätzung, Technische Universität Chemnitz, 2007
[Fröhlich, 2008]	Martin Fröhlich; Ein robuster Zustandsbeobachter für ein semiaktives Fahrwerkregelsystem, Technischen Universität München, 2008
[Fröhlich, 2003]	Michael Helmut Fröhlich; Informationstheoretische Optimierung künstlicher neuronaler Netze für den Einsatz in Steuergeräten, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 2003
[Gärtner, 2007]	Steffen Gärtner; Neuartige Verfahren für die Überwachung und Diagnose von aktiv magnetgelagerten rotierenden Maschinen, Universität Kassel, 2007
[Gausch, 2009]	F. Gausch; Regelungstechnik, Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik, Universität Paderborn, 2009
[Gempp, 1997]	Thomas Gempp; Mechatronik einer lagerlosen Spalrohrpumpe, Technische Hochschule Zürich, 1997

Abkürzung	Literatur
[Gerhard, 1993]	Schweitzer Gerhard, Traxler Alfons, Bleuler Hannes; Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993
[Gibson, 2003]	Nathan S. Gibson, Heeju Choi, Gregory D. Buckner; H_{∞} Control of Active Magnetic Bearings Using Artificial Neural Network Identification of Uncertainty, Conference Systems, Man and Cybernetics, 2003
[Hampel, 2003]	R.Hampel, F.Worlitz, A.Dörrer, S.Gärtner, T.Rottenbach, H.Stegemann; Anwendung aktiver Magnetlager für sicherheitsrelevante Antriebe, Forschungsvorhaben BMBF 15 NU 954, Institut für Prozeßtechnik, Prozeßautomatisierung und Meßtechnik, Hochschule Zittau / Görlitz, 2003
[He, 2012]	Yan Ping He, Hai Dong Zhang, Ke Yan Deng; Research on Adaptive Noise Removal Technique based on BP Neural Network, Advanced Materials Research, 2012
[Herrmann, 2008]	Marcus Herrmann; Entwurf, Berechnung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren, Technische Universität München, 2008
[Hintz, 2003]	Christian Hintz; Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen, Technische Universität München, 2003
[Hofmann, 2003]	Stefan Hofmann; Identifikation von nichtlinearen mechatronischen Systemen auf der Basis von Volterra-Reihen, Technische Universität München, 2003
[Holzhüter, 2009]	Thomas Holzhüter; Zustandsregelung, Fachhochschule Hamburg, 2009
[Hong, 2000]	Sung-Kyung Hong, Reza Langari; Robust Fuzzy Control of a Magnetic Bearing System Subject to Harmonic Disturbances, IEEE Transactions on Control Systems Technology , 2000
[Hong, 1997]	Sung-Kyung Hong, Reza Langarit, Doug May; Experiments in Fuzzy Logic based Control of a Magnetic Bearing System, North American Fuzzy Information Processing Society - NAFIPS, 1997
[Hong, 1997 ²]	Sung-Kyung Hong, Reza Langarit, Joongseon JohS; Fuzzy Modeling and Control of a Nonlinear Magnetic Bearing System, Proceedings of the International Conference on Control Applications, 1997

Abkürzung	Literatur
[Imoberdorf, 2011]	Philipp Imoberdorf; Ultrakompakter Antrieb mit radial und axial kombiniertem Magnetlager, ETH Zürich, 2011
[Kilian, 2017]	Ulrich Kilian, Christine Weber; Lexikon der Physik, Spektrum Akademischer Verlag, 2017
[kindermann, 2002]	Lars Kindermann; Neuronale Netze zur Berechnung von iterativen Wurzeln und fraktionalen Iterationen, Technische Universität Chemnitz, 2002
[Klaas]	Lothar Klaas; Adaptive Filter, Fachbereich Elektrotechnik / Nachrichten- und Kommunikationstechnik, FH Bingen
[Klingbeil, 2006]	Lasse Klingbeil; Entwicklung eines modularen und skalierbaren Sensorsystems zur Erfassung von Position und Orientierung bewegter Objekte, Physikalisches Institut, Universität Bonn, 2006
[Koch, 2011]	Ulrich R. Koch; Modellbasierte Regelung elektromagnetischer Aktoren für Störgeräuschprüfstände, Technische Universität München, 2011
[Kucera, 1997]	Ladislav Kucera; Zur sensorlosen Magnetlagerung, Technische Hochschule Zürich, 1997
[Lippe, 2006]	Wolfram-Manfred Lippe; Soft-Computing, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 3-540-20972-7, S. VII, 2006
[Lemke, 2001]	Andre Lemke; Entwicklung einer adaptiven Neuro-Fuzzy-Regelung für ein leistungskompensiertes Reaktionskalorimeter, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2001
[Märtens, 1999]	Michael Märtens; Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren, Institut für Mechanik, Ruhr Universität Bochum, 1999
[Marti, 2018]	Othmar Marti; Physikalische Elektronik und Messtechnik, Institut für Experimentelle Physik, Universität Ulm, 2018
[Neher, 2012]	Joachim Neher; Neuro-Fuzzy-Modellierung zur umfassenden Prozessüberwachung am Beispiel des Ultraschallschweißens von Kunststoffteilen, Universität Stuttgart, 2012
[Meggitt, 2015]	Meggitt GmbH; Proximity measuring system, SA / 265-061 / Version 7 / E, Meggitt GmbH, 2015
[Nelles, 2014]	Oliver Nelles; Lokale Modellnetze zur Identifikation und Versuchsplanung nichtlinearer Systeme, Universität Siegen, 2014

Abkürzung	Literatur
[Nissen, 2019]	Volker Nissen; Soft Computing, Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik, Universität Potsdam, 2019
[Petzold, 2006]	Olaf Petzold; Modellbildung und Untersuchung eines magnetisch gelagerten Rundtisches, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2006
[Poschmann, 2000]	Michael Poschmann; Einsatz neuronaler Netze zur Optimierung der Prozessführung bei der Blasstahlerzeugung, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2000
[Puls, 2011]	Tim Puls; Lokalisations- und Regelungsverfahren für einen 4-Rotor-Helikopter, Universität Oldenburg, 2011
[Raafat, 2011]	Safanah M.Raafat, Rini Akmeliawati; Intelligent Estimation of Uncertainty Bounds of An Active Magnetic Bearings Using ANFIS, International Conference on Management and Service Science, 2011
[Rau, 2003]	Martin Rau; Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle, Technische Universität München, 2003
[Richert, 2005]	Felix Richert; Objektorientierte Modellbildung und Nichtlineare Prädiktive Regelung von Dieselmotoren, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2005
[Ruskowski, 2004]	Martin Ruskowski; Aufbau und Regelung aktiver Magnetführung, Universität Hannover, 2004
[Scherer, 1998]	Matthias Scherer; Methoden zur Reduzierung dynamischer Gemischfehler, Universität Siegen, 1998
[Schuhmann, 2006]	Th.Schuhmann, W.Hofmann, R.Werner; Sensor Integration and State Estimation on Magnetically Levitated Rotors, Engineering International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006
[Shardt, 2015]	Yuri Shardt; Statistics for Chemical and Process Engineers, Springer-Verlag, 2015
[Shu, 2011]	Guangwei Shu, Reinhold Meisinger; State Estimation and Simulation of the Magnetic Levitation System of a Highspeed Maglev Train, International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology, 2011
[Spieß, 2011]	Alexander Spieß; Regelung magnetischer Führungen für lineare Transportsysteme, Technische Universität Darmstadt, 2011

Abkürzung	Literatur
[Stegemann, 1995]	Holger Stegemann; Entwicklung und Verifikation eines Modells zur Beschreibung der Rotordynamik für magnetgelagerte Antriebe, Hochschule für Technik, Wirtschaft und Sozialwesen Zittau / Görlitz, 1995
[Sturm, 2000]	Michael Sturm; Neuronale Netze zur Modellierung in der Regelungstechnik, Technische Universität München, 2000
[Tietjen, 2012]	Jan Tietjen; Optimalitätsbedingungen, parametrische Sensitivitätsanalyse und Echtzeitanpassung optimaler Regel- und Schätzverfahren, Universität Bremen, 2012
[Traxler, 1985]	Alfons Traxler; Eigenschaften und Auslegung von berührungsfreien elektromagnetischen Lager, Technische Hochschule Zürich, 1985
[Viggiano, 1992]	Franco Viggiano; Aktive magnetische Lagerung und Rotorkonstruktion elektrischer Hochgeschwindigkeitsantrieb, Technische Hochschule Zürich, 1992
[Vuuren, 2009]	Pieter Van Vuuren; Robustness Estimation of Selfsensing Active Magnetic Bearings via Systemidentifikation, Northwest University, Potchefstroom, 2009
[Wang, 2010]	Dapeng Wang, Fengxiang Wang; Design of PDC Controller based on T-S Fuzzy Model for Magnetic Bearing of High-Speed Motors, 3rd International Conference on Computer Science and Information Technology, 2010
[Worlitz, 2013]	F. Worlitz, M. Gronek, S. Düsterhaupt; Report10 07B, ReActor for Process Heat, Hydrogen And Electricity Generation, EC FP6 Integrated Project, 2013
[Wick, 2003]	Carsten Wick; Einsatz neuronaler Netze zur Verbesserung der Dickentreffsichersicherheit in Walzwerken, Universität Dortmund, 2003
[Yu, 2003]	Shin-Shiung Yu, Shinq-Jen Wu, Tsu-Tian Lee; Optimal Fuzzy Control of Radial Active Magnetic Bearing Systems, National Chiao-Tung University, Hsinchu, Taiwan, 2003